QK1
.S66
1912
v.36

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

TRENTE-SIXIÈME ANNÉE, 1911-1912

LOUVAIN
SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE
(J. THIRION)
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1912

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES

PUBLIÉE PAR LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

CONDITIONS D'ABONNEMENT

Cette revue, publiée en exécution de l'article 3 des statuts, paraît tous les 3 mois, depuis janvier 1877, par livraisons de 350 pages environ. Elle forme chaque année deux forts volumes in-8°.

Le prix d'abonnement est de 20 francs par an, pour tous les pays de l'Union postale.

Les membres de la Société ont droit à une réduction de 25 %.

ON S'ABONNE

au secrétariat de la Société scientifique de Bruxelles

11, rue des Récollets, 11

LOUVAIN

Le volume des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE paraît en 4 fascicules trimestriels ; il coûte 20 francs pour les personnes qui ne sont pas membres.

ADRESSE DU SECRÉTAIRE GÉNÉRAL :

M. Paul Mansion, 2, Quai des Dominicains, Gand.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

TRENTE-SIXIÈME ANNÉE, 1911-1912
PREMIER FASCICULE

LOUVAIN
SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE
(J. THIRION)
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1912

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

	PAGES
Statuts	5
Règlement pour l'encouragement des recherches scientifiques	9
Lettres pontificales	11
Listes des membres de la Société scientifique de Bruxelles, année 1912.	17
Session du 26 octobre 1911, à Gand.— Séances des Sections.	
Première Section	65
Deuxième —	71
Troisième —	82
Quatrième —	93
Sixième —	108
Assemblée générale	109

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale, par M. Ernest Pasquier	1
Les plantes alimentaires des indigènes du Congo Belge, par M. É. de Wildeman	83
Sur les Déterminants de classe impaire uniformes, par M. M. Lecat.	118

Le volume des Annales de la Société scientifique paraît en 4 fascicules trimestriels ; il coûte 20 francs pour les personnes qui ne sont pas membres.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** de la Revue et des Annales, et l'**Administration** de ces deux publications et de la *Société scientifique,* au Secrétariat, 11, rue des Récollets, Louvain.

Adresse du secrétaire général : **M. Paul Mansion,**
2, quai des Dominicains, Gand.

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Louvain. — Imprimerie F. Ceuterick
60, rue Vital Decoster, 60

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest.
CONST. DE FID. CATH., C. IV.

TRENTE-SIXIÈME ANNÉE, 1911-1912

LOUVAIN
SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE
(M. J. THIRION)
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1912

Mo. Bot. Garden
1912

PREMIÈRE PARTIE

—

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

STATUTS

ARTICLE PREMIER. — Il est constitué à Bruxelles une association qui prend le nom de *Société scientifique de Bruxelles*, avec la devise : « *Nulla unquam inter fidem et rationem vera dissensio esse potest* (1). »

ART. 2. — Cette association se propose de favoriser, conformément à l'esprit de sa devise, l'avancement et la diffusion des sciences.

ART. 3. — Elle publiera annuellement le compte rendu de ses réunions, les travaux présentés par ses membres, et des rapports sommaires sur les progrès accomplis dans chaque branche (2).

Elle tâchera de rendre possible la publication d'une revue destinée à la vulgarisation (3).

ART. 4. — Elle se compose d'un nombre illimité de membres, et fait appel à tous ceux qui reconnaissent l'importance d'une culture scientifique sérieuse pour le bien de la société.

---

(1) Const. de Fid. cath., c. IV.

(2) Dans sa séance du 18 février 1907, le Conseil a décidé de ne plus publier des travaux trop étendus qui sont plutôt des livres que des mémoires.

(3) Depuis le mois de janvier 1877, cette revue paraît, par livraisons trimestrielles, sous le titre de REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Elle forme, chaque année, deux volumes in-8° de 700 pages.

Art. 5. — Elle est dirigée par un Conseil de vingt membres renouvelable annuellement par quart à la session de Pâques. Le Conseil choisit, dans son sein, le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire, le Trésorier. Toutefois, il peut choisir, en dehors du Conseil, le Président ou le premier Vice-Président. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles (1). En cas de décès ou de démission d'un membre du Bureau ou du Conseil, le Conseil peut lui donner un successeur pour achever son mandat (2).

Art. 6. — Pour être admis dans l'Association, il faut être présenté par deux membres. La demande, signée par ceux-ci, est adressée au Président, qui la soumet au Conseil. L'admission n'est prononcée qu'à la majorité des deux tiers des voix.

L'exclusion d'un membre ne pourra être prononcée que pour des motifs graves et à la majorité des deux tiers des membres du Conseil.

Art. 7. — Les membres qui souscrivent, à une époque quelconque, une ou plusieurs parts du capital social, sont *membres fondateurs*. Ces parts sont de 500 francs. Les *membres ordinaires* versent une cotisation annuelle de 15 francs, qui peut toujours être rachetée par une somme de 150 francs, versée une fois pour toutes.

Le Conseil peut nommer des *membres honoraires* parmi les savants étrangers à la Belgique.

Les noms des membres fondateurs figurent en tête des listes par ordre d'inscription, et ces membres reçoivent autant d'exemplaires des publications annuelles qu'ils ont souscrit de parts du capital social. Les membres ordinaires et les membres honoraires reçoivent un exemplaire de ces publications.

Tous les membres ont le même droit de vote dans les assemblées générales.

---

(1) Ancien art. 5. — Elle est dirigée par un Conseil de vingt membres, élus annuellement dans son sein. Le Président, les Vice-Présidents, le Secrétaire et le Trésorier font partie de ce Conseil. Parmi les membres du Bureau, le Secrétaire et le Trésorier sont seuls rééligibles (Cf. Annales de la Société scientifique, 1901, t. XXV, 1re partie, p. 235).

(2) D'après une décision du Conseil du 27 novembre 1907, les membres du Conseil, sortants ou démissionnaires, en restent membres honoraires avec voix consultative, s'ils le désirent.

Art. 8. — Chaque année, il y a trois sessions. La principale se tiendra dans la quinzaine qui suit la fête de Pâques, et pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels (1).

Les deux autres sessions se tiendront en octobre et en janvier. Elles pourront durer deux jours, et auront pour objet principal de préparer la session de Pâques.

Art. 9. — Lorsqu'une résolution, prise par l'Assemblée générale, n'aura pas été délibérée en présence du tiers des membres de la Société, le Conseil aura la faculté d'ajourner la décision jusqu'à la prochaine session de Pâques. La décision sera alors définitive, quel que soit le nombre des membres présents.

Art. 10. — La Société ne permettra jamais qu'il se produise dans son sein aucune attaque, même courtoise, à la religion catholique ou à la philosophie spiritualiste et religieuse.

Art. 11. — Dans les sessions, la Société se répartit en six sections : I. *Sciences mathématiques*. II. *Sciences physiques*. III. *Sciences naturelles*. IV. *Sciences médicales*. V. *Sciences économiques*. VI. *Sciences techniques* (2).

Tout membre de l'Association choisit chaque année la section à laquelle il désire appartenir. Il a le droit de prendre part aux travaux des autres sections avec voix consultative.

Chaque section peut avoir des réunions extraordinaires, en dehors des sessions, pourvu que les travaux scientifiques auxquels ces réunions donnent lieu soient soumis à la section, pendant les sessions ordinaires de la Société (3).

---

(1) Ancien art. 8. — Chaque année, la Société tient quatre sessions. La principale, en octobre, pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels et l'on y nomme le Bureau et le Conseil pour l'année suivante. Les trois autres sessions, en janvier, avril et juillet, pourront durer trois jours, et auront pour objet principal de préparer la session d'octobre (Cf. Annales, 1878, t. II, 1re partie, p. 169 ; 1909, t. XXV, 1re partie, p. 235).

(2) Sur la création de la section des *sciences techniques*, détachée de la section des sciences mathématiques, voir les Annales, t. XXX (1906), 1re partie, pp. 79, 117, 265, et t. XXX (1907), 1re partie, p. 307.

(3) Ce dernier paragraphe, voté par le Conseil général le 25 février 1902, a été soumis à l'Assemblée générale et approuvé le 10 avril 1902 (Cf. Annales, t. XXVI, 1902, 1re partie, p. 198).

Art. 12. — La session comprend des séances générales et des séances de section.

Art. 13. — Le Conseil représente l'Association. Il a tout pouvoir pour gérer et administrer les affaires sociales. Il place en rentes sur l'État ou en valeurs garanties par l'État les fonds qui constituent le capital social.

Il fait tous les règlements d'ordre intérieur que peut nécessiter l'exécution des statuts, sauf le droit de contrôle de l'Assemblée générale.

Il délibère, sauf les cas prévus à l'article 6, à la majorité des membres présents. Néanmoins, aucune résolution ne sera valable qu'autant qu'elle aura été délibérée en présence du tiers au moins des membres du Conseil dûment convoqué (1).

Art. 14. — Tous les actes, reçus et décharges sont signés par le Trésorier et un membre du Conseil, délégué à cet effet.

Art. 15. — Le Conseil dresse annuellement le budget des dépenses de l'Association et présente dans la session de Pâques le compte détaillé des recettes et dépenses de l'exercice écoulé. L'approbation de ces comptes, après examen de l'Assemblée, lui donne décharge.

Art. 16. — Les statuts ne pourront être modifiés que sur la proposition du Conseil, à la majorité des deux tiers des membres et dans l'Assemblée générale de la session de Pâques.

Les modifications ne pourront être soumises au vote qu'après avoir été proposées dans une des sessions précédentes. Elles devront figurer à l'ordre du jour dans les convocations adressées à tous les membres de la Société.

Art. 17. — La devise et l'article 10 ne pourront jamais être modifiés.

En cas de dissolution, l'Assemblée générale, convoquée extraordinairement, statuera sur la destination des biens appartenant à l'Association. Cette destination devra être conforme au but indiqué dans l'article 2.

---

(1) Peuvent assister aux séances du Conseil, avec voix consultative : 1° Les Présidents, et, en cas d'empêchement des Présidents, les Secrétaires des sections. 2° Les membres du Conseil, sortants ou démissionnaires, qui en sont restés membres honoraires.

RÈGLEMENT

ARRÊTÉ PAR LE CONSEIL POUR L'ENCOURAGEMENT DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES

1. — Le Conseil de la *Société scientifique de Bruxelles* a résolu d'instituer des concours et d'accorder des subsides pour encourager les recherches scientifiques.

2. — Le Conseil peut, sur la proposition de la section compétente, accorder des encouragements pécuniaires ou des médailles aux auteurs des meilleurs travaux présentés par les membres de cette section. L'ensemble de ces récompenses ne peut dépasser annuellement 1000 francs.

3. — A la session de Pâques, chaque section désignera une ou plusieurs questions à mettre au concours. Toute question, pour être posée, devra être approuvée par le Conseil qui donnera aux questions la publicité convenable (1).

4. — Les questions auxquelles il n'aura pas été répondu d'une manière satisfaisante, resteront au concours. Le Conseil pourra cependant inviter les sections compétentes à les remplacer par d'autres.

5. — Aucun prix ne pourra être inférieur à 500 francs. Une médaille sera en outre remise à l'auteur du mémoire couronné.

6. — Ces concours ne seront ouverts qu'aux membres de la Société.

7. — Ne sont admis que les ouvrages et les planches manuscrits.

8. — Le choix de la langue dans laquelle seront rédigés les mémoires est libre. Ils seront, s'il y a lieu, traduits aux frais de la Société ; la publication n'aura lieu qu'en français.

9. — Les auteurs ne mettront pas leur nom à ces mémoires, mais seulement une devise qu'ils répèteront dans un billet cacheté renfermant leur nom et leur adresse.

---

(1) Rédaction arrêtée par le Conseil, en sa séance du 12 mai 1910.

10. — Les jurys des concours seront composés de trois membres présentés par la section compétente et nommés par le Conseil.

11. — Les prix sont décernés par le Conseil sur le rapport des jurys.

12. — Toute décision du Conseil ou des sections relative aux prix sera prise au scrutin secret et à la majorité absolue des suffrages.

13. — La Société n'a obligation de publier aucun travail couronné ; les manuscrits de tous les travaux présentés au concours restent la propriété de la Société. En cas de publication, cent exemplaires seront remis gratuitement aux auteurs.

14. — Les résultats des concours seront proclamés et les médailles remises dans l'une des assemblées générales de la session de Pâques. Les rapports des jurys devront être remis à la section compétente, au plus tard à la session de janvier, autant que possible, et transmis au Conseil, avec l'avis de la section, au 1er février. Le 1er octobre de l'année qui suit celle où a été proposée la question, est la date de rigueur pour l'envoi des mémoires au secrétariat (1).

15. — Pour être admis à demander un subside, il faut être membre de la Société depuis un an au moins.

16. — Le membre qui demandera un subside devra faire connaître par écrit le but précis de ses travaux, au moins d'une manière générale ; il sera tenu, dans les six mois de l'allocation du subside, de présenter au Conseil un rapport écrit sur les résultats de ses recherches, quel qu'en ait été le succès.

17. — Le Conseil, après avoir pris connaissance des diverses demandes des subsides, à l'effet d'en apprécier l'importance relative, statuera au scrutin secret.

18. — Les résultats des recherches favorisées par les subsides de la Société devront lui être présentés, pour être publiés dans ses Annales s'il y a lieu.

---

(1) Rédaction arrêtée par le Conseil, en sa séance du 23 novembre 1910.

LETTRES

DE

S. S. LE PAPE LÉON XIII

AU PRÉSIDENT ET AUX MEMBRES
DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

I

Dilectis Filiis Praesidi ac Membris Societatis scientificae Bruxellis constitutae

LEO PP. XIII

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM

Gratae Nobis advenerunt litterae vestrae una cum Annalibus et Quaestionibus a vobis editis, quas in obsequentissimum erga Nos et Apostolicam Sedem pietatis testimonium obtulistis. Libenter sane agnovimus Societatem vestram quae a scientiis sibi nomen fecit, et quae tribus tantum abhinc annis laetis auspiciis ac Iesu Christi Vicarii benedictione Bruxellis constituta est, magnum iam incrementum cepisse, et uberes fructus polliceri. Profecto cum infensissimi religionis ac veritatis hostes nunquam desistant, imo magis magisque studeant dissidium rationem inter ac fidem propugnare, opportunum est ut praestantes scientia ac pietate viri ubique exsurgant, qui Ecclesiae doctrinis ac documentis ex animo obsequentes, in id contendant, ut demonstrent *nullam unquam inter fidem et rationem veram dissensionem esse posse ;* quemadmodum Sacrosancta Vaticana Synodus, constantem Ecclesiae et Sanctorum Patrum doctrinam affirmans, declaravit Constitutione IVª de fide catholica. Quapropter gratulamur quod Societas vestra hunc primo

finem sibi proposuerit, itemque in statutis legem dederit, ne quid a sociis contra sanam christianae philosophiae doctrinam committatur; simulque omnes hortamur ut nunquam de egregio eiusmodi laudis tramite deflectant, atque ut toto animi nisu praestitum Societatis finem praeclaris exemplis ac scriptis editis continuo assequi adnitantur. Deum autem Optimum Maximum precamur, ut vos omnes caelestibus praesidiis confirmet ac muniat ; quorum auspicem et Nostrae in vos benevolentiae pignus, Apostolicam benedictionem vobis, dilecti filii, et Societati vestrae ex animo impertimur.

Datum Romae, apud S. Petrum, die 15 Ianuarii 1879, Pontificatus Nostri Anno Primo.

Leo PP. XIII.

A nos chers Fils le Président et les Membres de la Société scientifique de Bruxelles

LÉON XIII, PAPE

Chers Fils, salut et bénédiction Apostolique

Votre lettre Nous a été agréable, ainsi que les Annales et les Questions publiées par vous et offertes en témoignage de votre piété respectueuse envers Nous et le Siège Apostolique. Nous avons vu réellement avec plaisir que votre Société, qui a adopté le nom de Société scientifique, et s'est constituée à Bruxelles, depuis trois ans seulement, sous d'heureux auspices avec la bénédiction du Vicaire de Jésus-Christ, a déjà pris un grand développement et promet des fruits abondants. Certes, puisque les ennemis acharnés de la religion et de la vérité ne se lassent point et s'obstinent même de plus en plus à proclamer l'opposition entre la raison et la foi, il est opportun que partout surgissent des hommes distingués par la science et la piété, qui, attachés de cœur aux doctrines et aux enseignements de l'Église, s'appliquent à démontrer qu'*il ne peut jamais exister de désaccord réel entre la foi et la raison*, comme l'a déclaré dans la Constitution IV *de fide catholica*, le Saint Concile du Vatican affirmant la doctrine constante de l'Église et des Saints Pères. C'est pourquoi

Nous félicitons votre Société de ce qu'elle s'est d'abord proposé cette fin, et aussi de ce qu'elle a mis dans ses statuts un article défendant à ses membres toute attaque aux saines doctrines de la philosophie chrétienne ; et en même temps Nous les exhortons tous à ne jamais s'écarter de la voie excellente qui leur vaut un tel éloge, et à poursuivre continuellement, de tout l'effort de leur esprit, l'objet assigné à la Société, par d'éclatants exemples et par leurs publications. Nous prions Dieu très bon et très grand, qu'Il vous soutienne tous et vous fortifie du céleste secours : en présage duquel, et comme gage de Notre bienveillance envers vous, Nous accordons du fond du cœur à vous, cher fils, et à votre Société la bénédiction Apostolique.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 15 janvier 1879, l'An Un de Notre Pontificat.

LÉON XIII, PAPE.

II

Dilectis Filiis, Sodalibus Consociationis Bruxellensis a scientiis provehendis Bruxellas

LEO PP. XIII

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM

Quod, pontificatu Nostro ineunte, de Sodalitate vestra fuimus ominati, id elapso iam ab institutione eius anno quinto et vicesimo, feliciter impletum vestris ex litteris perspicimus. In provehendis enim scientiarum studiis, sive eruditorum coetus habendo, sive Annalium volumina edendo, nunquam a proposito descivistis, quod coeptum fuerat ab initio, ostendendi videlicet *nullam inter fidem et rationem dissensionem veram esse posse.* Benevolentiam Nostram ob vestras industrias testamur ; simulque hortamur, ut coeptis insistatis alacres, utpote temporum necessitati opportunis admodum. Naturae enim cognitio, si recto quidem et vacuo praeiudiciis animo perquiratur, ad divinarum rerum notitiam conferat necesse est, divinaeque revelationi fidem adstruat. Hoc ut vobis,

vestraque opera, quam multis accidat, Apostolicam benedictionem, munerum coelestium auspicem, Sodalitati vestrae amantissime impertimus.

Datum Romae, apud S. Petrum, die 20 Martii Anno 1901, Pontificatus Nostri Vicesimo Quarto.

Leo PP. XIII.

A nos chers Fils, les Membres de la Société scientifique de Bruxelles, à Bruxelles

LÉON XIII, PAPE

Chers Fils, salut et bénédiction Apostolique

Ce qu'au début de Notre pontificat, Nous avions présagé de votre Société, aujourd'hui, vingt-cinq ans après sa fondation, vos lettres Nous en apprennent l'heureux accomplissement. En travaillant au progrès des études scientifiques, soit par vos réunions savantes, soit par la publication de vos Annales, vous ne vous êtes jamais départis de votre dessein initial, celui de montrer que *entre la foi et la raison, aucun vrai désaccord ne peut exister*. Nous vous exprimons Notre bienveillance pour vos efforts, et Nous vous exhortons en même temps à poursuivre avec ardeur votre entreprise si bien en rapport avec les nécessités actuelles. Car l'étude de l'univers, si elle est menée avec droiture et sans préjugé, doit aider à la connaissance des choses de Dieu, et établir la foi à la révélation divine. Pour que ce bonheur vous advienne et par vous à beaucoup d'autres, Nous accordons avec la plus vive sympathie à votre Société, la bénédiction Apostolique, gage des faveurs célestes.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 20 Mars 1901, l'An Vingt-quatrième de Notre Pontificat.

Léon XIII, Pape.

LETTRE

DE

S. É. LE CARD. R. MERRY DEL VAL

Secrétaire d'État de

S. S. LE PAPE PIE X

AU PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES
EN RÉPONSE A L'ADRESSE AU SAINT-PÈRE

ILLMO SIGNORE

Trasmesso da Mons. Nunzio di Bruxelles, è pervenuto al Santo Padre il nobile indirizzo della Società scientifica, di cui la S. V. Illma è degno Presidente. Per incarico quindi dell' Augusto Pontefice mi è grato significarle che Sua Santità si è vivamente compiaciuta dell'omaggio reso alla Sua Venerata Persona da cotesto illustre sodalizio, il quale stimò suo precipuo dovere di umiliare ossequio ed osservanza al Vicario di Cristo fin dalla prima assemblea tenuta sotto il novello Pontificato. La Santità Sua, bene apprezzando siffatto officio, e rilevando d'altra parte con alta soddisfazione il rettissimo ed onorevole programma della sullodata Società, la cui divisa è ispirata ai principii sanciti anche nel Concilio Vaticano, ha tributato assai volontieri un particolare encomio a Lei ed a tutti i socii, e mentre ha espressi i più caldi ringraziamenti per un atto così cortese, non ha indugiato a dichiarare che integra ed anzi di gran lunga accresciuta perdura nell' animo Suo la benevolenza, onde il detto Sodalizio fu onorato da Pio IX e da Leone XIII, di sa : me : Il Santo Padre confida inoltre, che i singoli socii, del cui sapere ama nutrire la stima più lusinghiera, si studieranno incessantemente di meritare sempre meglio della Religione e delle scienze, e mentre ha invocati su di loro gli aiuti celesti, li ha di gran cuore benedetti.

Colgo poi con piacere l'opportunità per dichiararmi con sensi di distinta stima,

Di V. S. Illma

Affmo per servirla
R. Card. MERRY DEL VAL.

Roma, 5 maggio 1904.

Illustrissime Seigneur

La noble adresse de la Société scientifique, dont Votre Seigneurie illustrissime est le digne Président, est parvenue au Saint-Père par l'entremise de Mgr le Nonce de Bruxelles. Il m'est agréable de vous faire savoir, au nom de l'Auguste Pontife, que Sa Sainteté a reçu avec grande joie l'hommage rendu à Sa Personne Vénérée par cette illustre association qui s'est fait un impérieux devoir de témoigner son humble et respectueuse soumission au Vicaire du Christ dès sa première assemblée tenue sous le nouveau Pontificat. Sa Sainteté, appréciant justement cet hommage et considérant d'autre part avec une vive satisfaction le programme, si sage et si honorable, de votre Société, dont la devise s'inspire des principes mêmes sanctionnés par le Concile du Vatican, vous a très volontiers accordé, à vous et à tous les membres, un éloge spécial ; et en même temps qu'Elle exprimait ses remerciements les plus chaleureux pour votre aimable attention, Elle n'a pas hésité à déclarer que la bienveillance dont votre Société a été honorée par Pie IX et Léon XIII, de sainte mémoire, demeure entière et qu'elle s'est même de beaucoup accrue dans son cœur. Le Saint-Père a l'espoir fondé que tous les membres, pour le savoir desquels Il aime à nourrir l'estime la plus flatteuse, s'efforceront sans trêve de mériter toujours davantage de la Religion et des sciences, et tandis qu'Il invoquait pour eux les secours célestes, Il les a bénis de grand cœur.

Je saisis avec plaisir cette occasion de me déclarer, avec des sentiments de considération distinguée,

De Votre Seigneurie illustrissime

le très affectionné serviteur
R. Card. Merry del Val.

Rome, le 5 mai 1904.

LISTES
DES
MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES
ANNÉE 1912

Liste des membres fondateurs

S. É. le cardinal Dechamps (1), archevêque de	Malines.
François de Cannart d'Hamale (1) . . .	Malines.
Charles Dessain	Malines.
Jules van Havre (1)	Anvers.
Le chanoine Maes (1)	Bruges.
Le chanoine De Leyn (1)	Bruges.
Leirens-Eliaert	Alost.
Frank Gillis (1)	Bruxelles.
Joseph Saey	Bruxelles.
Le Chev de Schoutheete de Tervarent (1) .	Saint-Nicolas.
Le Collège Saint-Michel	Bruxelles.
Le Collège Notre-Dame de la Paix . . .	Namur.
Le Duc d'Ursel, sénateur (1)	Bruxelles.
Le Pce Gustave de Croy (1).	Le Rœulx (Hainaut).
Le Cte de T'Serclaes (1).	Gand.
Auguste Dumont de Chassart (1). . . .	Mellet (Hainaut).
Charles Hermite, membre de l'Institut (1).	Paris.
L'École libre de l'Immaculée-Conception .	Vaugirard-Paris.
L'École libre Sainte-Geneviève	Paris.
Le Collège Saint-Servais	Liége.
Le Cte de Bergeyck (1)	Beveren-Waes.
L'Institut Saint-Ignace	Anvers.
Philippe Gilbert (1), correspondt de l'Instit.	Louvain.
Le R. P. Provincial de la Compagnie de Jésus en Belgique	Bruxelles.
Le Collège Saint-Jean Berchmans . . .	Louvain.
Le Collège Saint-Joseph	Alost.

(1) Décédé.

Le chanoine DE WOUTERS (1)	Braine-le-Comte.
Antoine D'ABBADIE (1), membre de l'Institut	Paris.
S. É. le cardinal HAYNALD (1), archevêque de Kalocsa et Bàcs.	Kalocsa (Hongrie).
S. É. le cardinal Séraphin VANNUTELLI . .	Rome.
S. G. Mgr. DU ROUSSAUX (1), évêque de. .	Tournai.
S. É. le cardinal GOOSSENS (1), archevêque de	Malines.
R. BEDEL	Marseille.
S. G. Mgr BELIN (1), évêque de	Namur.
Eugène PECHER (1)	Bruxelles.
S. É. le cardinal FERRATA	Rome.
S. É. le cardinal NAVA DI BONTIFE . . .	Catane.
S. Exc. Mgr. RINALDINI, nonce apostolique.	Madrid.
S. É. le cardinal GRANITO DI BELMONTE . .	Rome.
Éd. GOEDSEELS.	Uccle.

Liste des membres honoraires

S.A.R. CHARLES-THÉODORE (1), duc en Bavière	Possenhofen.
Antoine D'ABBADIE (1) membre de l'Institut	Paris.
E. H. AMAGAT, membre de l'Institut. . .	Saint-Satur (France).
Mgr BAUNARD, recteur honoraire de l'Univers. cathol.	Lille.
Joachim BARRANDE (1)	Prague.
BARROIS, membre de l'Institut.	Lille.
A. BÉCHAMP (1).	Paris.
Aug. BÉCHAUX, correspondant de l'Institut.	Paris.
Le Prince BONCOMPAGNI (1), de l'Académie des Nuovi Lincei	Rome.
BOUSSINESQ, membre de l'Institut . . .	Paris.
É. BRANLY, membre de l'Institut	Paris.
L. DE BUSSY (1), membre de l'Institut . .	Paris.
Dr DESPLATS	Lille.
P. DUHEM, correspondant de l'Institut . .	Bordeaux.
J.-H. FABRE, correspondant de l'Institut .	Sérignan (France).

(1) Décédé.

Dr Fiessinger, correspondant de l'Académie de Médecine. . . . . Paris.
Le docteur Foerster (1). . . . . Aix-la-Chapelle.
J. Gosselet, correspondant de l'Institut . Lille.
C. Grand'Eury, correspondant de l'Institut Saint-Étienne (France).
Haton de la Goupillière, membre de l'Inst. Paris.
P. Hautefeuille (1), membre de l'Institut. Paris.
Dr Heis (1) . . . . Münster.
Charles Hermite (1), membre de l'Institut. Paris.
G. Humbert, membre de l'Institut . . . Paris.
Le vice-amiral de Jonquières (1), membre de l'Institut . . . . Paris.
Camille Jordan, membre de l'Institut . . Paris.
A. de Lapparent (1), secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences . . . . Paris.
G. Lemoine, membre de l'Institut . . . Paris.
F. Le Play (1), membre de l'Institut . . Paris.
Dr W. Lossen (1) . . . . Heidelberg.
Le général J. Newton (1) . . . . New-York.
D.-P. Œhlert, correspondant de l'Institut. Laval (France).
Louis Pasteur (1), membre de l'Institut . Paris.
R. P. Perry, S. J. (1), de la Société Royale de Londres . . . . Stonyhurst.
É. Picard, membre de l'Institut . . . . Paris.
Victor Puiseux (1), membre de l'Institut . Paris.
A. Barré de Saint-Venant (1), membre de l'Institut . . . . Paris.
Paul Sabatier, correspondant de l'Institut. Toulouse.
R. P. A. Secchi, S. J. (1), de l'Académie des Nuovi Lincei . . . . Rome.
Paul Tannery (1) . . . . Pantin (France).
Pierre Termier, membre de l'Institut . . Paris.
R.P. Verschaffel, correspondant de l'Institut Hendaye (France).
R. P. Wasmann, S. J. . . . . Valkenburg (Pays-Bas).
Aimé Witz, correspondant de l'Institut. . Lille.
Wolf, membre de l'Institut . . . . . . Paris.
R. Zeiller, membre de l'Institut. . . . Paris.

(1) Décédé.

Liste générale des membres de la Société scientifique de Bruxelles (1912)

ABAURREA (Luis), Molviedro, 6. — Séville (Espagne).

ADAN DE YARZA (Ramon), ingénieur des Mines, 7, 1°, calle de Moreto. — Madrid.

D'ADHÉMAR (V^{te} Robert), professeur aux Facultés catholiques, 14, place de Genevières. — Lille (Nord — France).

ALLARD (François), industriel. — Châtelineau (Hainaut).

ALLIAUME (Maurice), 8, avenue Victor Jacobs. — Berchem (Anvers).

AMAGAT (E. H.), membre de l'Institut. — Saint-Satur (Cher — France).

ANDRÉ (J.-B.), inspecteur général au Ministère de l'Agriculture, 127, avenue Brugmann. — Bruxelles.

ANNYCKE (Abbé Th.), maître de conférences à la Faculté libre des Sciences, 6, rue Auber. — Lille (Nord — France).

ARDUIN (Abbé Alexis), à N.-D. d'Aiguebelle, par Grignan (Drôme — France).

ARIÈS (Lieutenant-colonel), 9, boulevard du Roi. — Versailles (Seine-et-Oise — France).

BAIVY (D^r Zénon), rue Louise. — Namur.

BALBAS (Thomas), ingénieur des Mines. — San-Sebastian (Espagne).

BARROIS, membre de l'Institut, 41, rue Pascal. — Lille (Nord — France).

BASEIL (Abbé), professeur au Séminaire. — Floreffe.

BASTIN (F.), 104, chaussée de Malines. — Anvers.

BAUNARD (Mgr), recteur honoraire de l'Université catholique, 60, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

BAUWENS (D^r Isidore), rue de la Station. — Alost.

BAYET (Adrien), 33, Nouveau Marché aux Grains. — Bruxelles.

DE BEAUFFORT (Marquis), sénateur, 63, rue de la Loi. — Bruxelles.

BEAUJEAN (Charles), 208, avenue de la Couronne. — Ixelles (Bruxelles).

BÉCHAUX (Aug.), correspondant de l'Institut, 56, rue d'Assas. — Paris.

BÉCO (D^r Lucien), professeur de clinique médicale à l'Université, correspondant de l'Académie royale de médecine, 25, rue Beeckman. — Liége.

BEDEL (Abbé René), 125, boulevard National. — Marseille (Bouches-du-Rhône — France).

BEECKMAN (Alphonse), directeur-général honoraire au Ministère de la Justice, 52, rue du Marteau. — Bruxelles.

BEERNAERT (Auguste), Ministre d'État, membre de l'Académie royale de Belgique et associé de l'Institut de France, 11, rue d'Arlon. — Bruxelles.

BELPAIRE (Frédéric), ingénieur, 178, avenue du Margrave. — Anvers.

BELPAIRE (Abbé Jules), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur au Collège Saint-Rombaut. — Malines.

BERLEUR (Adolphe), ingénieur, 17, rue Saint-Laurent. — Liége.

BERLINGIN (Melchior), ingénieur-directeur des Établissements de la Société de la Vieille-Montagne. — Viviez (Aveyron-France).

DE BÉTHUNE (B^on Gaston), lieutenant au 5^e régiment d'artillerie, répétiteur à l'École militaire, 39, avenue de la Cascade. — Bruxelles.

BIBOT (D^r), place Léopold. — Namur.

DE BIEN (Fernand), 220, rue du Trône. — Bruxelles.

BLONDEL (Alfred), ingénieur, 1, place du Parc. — Tournai.

BLONDEL (G.), professeur à l'École des Hautes-Études commerciales, 31, rue de Bellechasse. — Paris.

DE LA BOËSSIÈRE-THIENNES (M^is), 19, rue aux Laines. — Bruxelles ; ou, château de Lombise, par Lens (Hainaut).

BOINE (D^r J.), 134, rue de la Station. — Louvain.

BOLS (Abbé Joseph), professeur de sciences naturelles au Collège Saint-Rombaut. — Malines.

BOLSIUS, S. J. (R. P. Henri), 18A, Kerkstraat. — Oudenbosch (Pays-Bas).

BOSCHMANS (Conego, Ricardo), Gymnasio Esperito Santo. — Jaguarâo (Estado do Rio Grande do Sul, Brazil).

BOSMANS, S. J. (R. P. H.), professeur de mathématiques, Collège Saint-Michel, 22, boulevard St-Michel. — Bruxelles.

BOUCKAERT, professeur de mathématiques à l'Institut agricole de l'État. — Gembloux.

BOULE, S. J. (R. P), Oude Kasteel, Gemert (via Helmond, Noord-Brabant. — Pays-Bas).

Bourgeat (Chan.), professeur aux Facultés catholiques, 15, rue Charles de Muyssart. — Lille (Nord — France).

Boussinesq, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université, 22, rue Berthollet. — Paris.

Bôval (E.), membre de la Chambre des Représentants, 79, rue d'Arlon — Bruxelles.

du Boys (Paul), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées. — La Combe de Lancey, par Villard-Bonnot (Isère — France).

Branly (Édouard), membre de l'Institut, professeur à l'Institut catholique, 31, avenue de Tourville. — Paris.

Braun (Alexandre), sénateur, 102, rue du Prince Royal. — Bruxelles.

Breithof (F.), 14a, place du Peuple. — Louvain.

Brifaut (Valentin), avocat, 134, rue de Stassart. — Bruxelles.

de Broqueville (Bon Charles), ministre des Chemins de fer. — Bruxelles.

van der Bruggen (Bon Maurice), ancien Ministre de l'Agriculture, 18, rue du Gouvernement. — Gand.

Brunhes (Jean), professeur aux Universités de Fribourg et de Lausanne, Clos Ruskin. — Fribourg (Suisse).

Bruylants (G.), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de médecine, 32, rue des Récollets. — Louvain.

Bruylants (P.), chargé de cours à l'Université, 32, rue des Récollets. — Louvain.

Bulliot (J.), professeur à l'Institut catholique, 114, rue de Vaugirard. — Paris.

Cabeau (Abbé Charles), professeur au Collège St-Joseph. — Virton.

Camboué (R. P. Paul), missionnaire catholique. — N.-D. de Lourdes d'Ambohibeloma, par Tananarive (Madagascar).

Capart (Jean), 17, avenue de la Station. — Auderghem (Brabant).

Capelle (Abbé Éd.), 79, avenue de Breteuil. — Paris (XVe).

Cappellen-Smolders (Guillaume), commissaire d'arrondissement, 4, place Marguerite. — Louvain.

Caratheodory (Prof. Costa), Scharnhorststrasse, 30. — Breslau (Allemagne).

Carlier (Joseph), ingénieur, 7, rue Joseph II. — Bruxelles.

Carton de Wiart (Edmond), directeur de la Société Générale, 4, avenue des Germains. — Bruxelles.

Carton de Wiart (Henri), ministre de la Justice. — Bruxelles.

Cartuyvels (Jules), ingénieur honoraire des Mines, inspecteur général au Ministère de l'Agriculture, professeur honoraire de l'Université de Louvain, 231, rue de la Loi. — Bruxelles.

Casarès (Firmino), 93, calle San Andrès. — La Coruña (Espagne).

Casteels (L.), docteur en sciences physiques et mathématiques, assistant à l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles).

Castelein (R. P.), Collège N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Charles, S. J. (R. P. Jean), Institut Saint Ignace, 37, Courte rue Neuve. — Anvers.

Cirera, S. J. (R. P. Richard), Observatoire de l'Èbre. — Tortosa (Espagne).

Claerhout (Abbé J.), curé de Caster, par Anseghem.

Claeys-Bouuaert (A.), sénateur, 6, rue d'Orange. — Gand.

Cocheteux (Chan.), directeur de l'Institut Saint-Louis, rue du Marais. — Bruxelles.

Cogels (J.-B.-Henri), 181, avenue des Arts. — Anvers.

Colaert, membre de la Chambre des Représentants, bourgmestre. — Ypres.

Colegio de Estudios superiores de Deusto (R. P. J. Man. Obeso, S. J.). — Bilbao (Espagne).

Collangettes, S. J. (R. P.), professeur de physique à l'Université Saint-Joseph. — Beyrouth (Syrie).

Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Collège Saint-François-Xavier, 30, Park Street. — Calcutta (Indes anglaises, via Brindisi).

Collège Saint-Jean Berchmans, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Collège Saint-Joseph, 13, rue de Bruxelles. — Alost.

Collège Saint-Michel (R. P. H. Bosmans, S. J.), 22, boulevard Saint-Michel. — Bruxelles.

Collège Saint-Servais, 92, rue Saint-Gilles. — Liége.

Conroy (Charles-C.), professeur d'astronomie au Saint Vincent's College, P. O. Box, 826. — Los Angeles (Californie).

Convent (Alf.), docteur en médecine. — Woluwe-Saint-Lambert (Brabant).

Conway (Arthur, W.), M. A., F. R. U. I., professeur de physique au Collège de l'Université catholique, Cosy Nook, 100, Leinster Road. — Rathmines (Dublin, Irlande).

Coomans (Léon), pharmacien, 212, avenue Albert. — Uccle.
Coomans (Victor), chimiste, 212, avenue Albert. — Uccle (Bruxelles).
Coopman (Dr), chirurgien-dentiste, rue St-Thomas. — Anvers.
Cooreman (Gérard), président de la Chambre des Représentants, 1, place du Marais. — Gand.
Coppens (A.), professeur à l'Université, rue des Récollets. — Louvain.
Coppieters de Stockhove (Abbé Ch.), directeur des Dames de l'Instruction chrétienne. — Bruges.
Coulon (H.), docteur en médecine, 9, rue des Chanoines. — Cambrai (Nord — France).
Cousin (L.), ingénieur, professeur honoraire de l'Université de Louvain, 27, rue de Vienne. — Bruxelles.
Cousot (Dr Georges), membre de l'Académie de médecine. — Dinant.
Crame (Auguste), capitaine commandant d'artillerie, adjoint d'État-Major, 42, quai des Moines. — Gand.
Craninckx (Bon Oscar), 51, rue de la Loi. — Bruxelles.
Cuÿlits (Jean), docteur en médecine, 14, boulevard de Waterloo. Bruxelles.
Daels (Dr Frans), professeur à l'Université, 103, rue Neuve St-Pierre. — Gand.
Daniels (Dr Fr.), professeur à l'Université catholique de Fribourg (Suisse).
Dardel (Jean), à Aix-les-Bains (Savoie) ; ou 10, avenue Durante, — Nice (Alpes Maritimes — France).
Daubresse (Paul), ingénieur, professeur à l'Université, 98, rue de Paris. — Louvain.
Dauwe (Dr Ferdinand), 9, rue des Douze Chambres. — Gand.
David (P.), docteur en droit et en sciences politiques. — Stavelot ; ou 50, boulevard Piercot. — Liége.
Davignon (Henri), avocat, avenue de la Toison d'Or. — Bruxelles.
De Baets (Herman). 11, rue des Boutiques. — Gand.
Debaisieux (Paul), 14, rue Léopold. — Louvain.
Debaisieux (T.), professeur à l'Université, 14, rue Léopold. — Louvain.
De Becker (Chan. Jules), professeur à l'Université, 112, rue de Namur. — Louvain.
De Bloo (Julien), ingénieur, 91, boulevard Frère-Orban. — Gand.

Deboucq (L.), ingénieur principal au corps des Mines, 8, rue Chapelle-Beausart. — Mont-sur-Marchienne.

De Brabandère (Victor), avocat près la Cour d'Appel, 57, rue du Marteau. — Bruxelles.

Dechevrens, S. J. (R. P. Marc), directeur de l'Observatoire du Collège Saint-Louis. — Saint-Hélier (Jersey — Iles-de-la-Manche — Angleterre).

Declercq (J.), ingénieur, directeur du Laboratoire d'électricité à l'Université, 34, rue Neuve Saint-Pierre. — Gand.

De Coster (Charles), ingénieur civil des Mines, 23, rue Coenraets. — Saint-Gilles (Bruxelles).

Degive (A.), membre de l'Académie royale de médecine, 109, rue de la Source. — Bruxelles.

De Grave (Dr Henri), 38, rue Thiéfry. — Bruxelles.

De Greef (Jules), conseiller au Conseil des Mines, 26, rue Breydel. — Bruxelles (Q.-L.).

De Jace (Charles), professeur à l'Université, 272, boulevard d'Avroy. — Liége.

Dejaer (Jules), directeur général des Mines, 24, avenue de la Floride. — Uccle (Bruxelles).

Dejardin (L.), directeur général des Mines, 124, rue Franklin. — Bruxelles (N.-E.).

De Jonghe, 28, avenue Longchamp. — Uccle.

De Lantsheere (Dr J.), oculiste, 100, rue du Méridien. — Bruxelles.

De Lantsheere (Léon), professeur à l'Université de Louvain, 83, rue du Commerce. — Bruxelles.

Delaunois (Dr G.), à Bonsecours, par Péruwelz (Hainaut).

Delbeke (Bon A.), ancien ministre, 9, rue de l'Empereur. — Anvers.

Delcroix (Dr A.), 18, chaussée de Louvain. — Bruxelles.

Delemer (Jules), professeur à la Faculté libre des Sciences, 24, rue Voltaire. — Lille (Nord — France).

Delétrez (Dr A.), 7, rue de la Charité. — Bruxelles.

Deleuze (C.), pharmacien, préparateur à l'Université de Gand, 112, rue de l'Avenir. — Gand.

Delmer (Alexandre), ingénieur au Corps des mines, 14, place de la Reine. — Schaerbeek (Bruxelles).

Delvosal (Jules), docteur en sciences physiques et mathématiques, astronome-adjoint à l'Observatoire royal de Belgique, 84, rue Rouge. — Uccle (Bruxelles).

DEMANET (Chan. S.), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Université, 23, rue de Bériot. — Louvain.

DEMANET (J.), ingénieur, 161, avenue Molière. — Bruxelles.

DE MEESTER (Emm.), membre de la Chambre des Représentants, 20, rue Bex. — Anvers.

DE MUNNYNCK, O. P. (R. P.), professeur à l'Université, Albertinum. — Fribourg (Suisse).

DE MUYNCK (Chan. R.), professeur à l'Université, 9, place Saint-Jacques. — Louvain.

DENOËL, ingénieur au Corps des Mines, 93, rue Bois-l'Évêque. — Liége.

DENYS (Dr J.), professeur à l'Université, Institut bactériologique, 96, rue Vital Decoster. — Louvain.

DEPLOIGE (Mgr), professeur à l'Université, Président de l'Institut supérieur de Philosophie, 1, rue des Flamands. — Louvain.

DE PRETER (Herman), ingénieur, 59, rue du Marais. — Bruxelles.

DEROITTE (Dr Victor), 188, avenue Albert. — Bruxelles.

DESCAMPS-DAVID (baron), ministre d'État, professeur à l'Université, rue de Namur. — Louvain.

DESPLATS (Dr H.), professeur aux facultés catholiques, 56, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

DESPLATS (Dr René), 181, rue Nationale. — Lille (Nord — France).

DESSAIN (Charles), libraire-éditeur, rue de la Blanchisserie. — Malines.

DE VADDER (Victor), avocat à la Cour d'appel, 16, rue Blanche. — Ixelles (Bruxelles).

DE VEER, S. J. (R. P.), directeur der Vereenigingen G. en W., 70, Wijnhaven. — Rotterdam (Pays-Bas).

DE WALQUE (François), professeur à l'Université, 28, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

DE WILDEMAN (É.), conservateur au Jardin Botanique de l'État, 122, rue des Confédérés. — Bruxelles (N.-E.).

D'HALLUIN (Dr Maurice), chef des travaux de physiologie à la Faculté catholique de Médecine, 8, rue Nicolas Leblanc. — Lille (Nord — France).

D'HOOP (E.), ingénieur, 80, rue Gachard. — Ixelles.

Diderrich (N.), membre du Conseil colonial, 64, rue Royale. — Bruxelles.

Dierckx, S. J. (R. P. Fr.), professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

Dochain-Defer (Félix), industriel. — Couillet.

de Dorlodot (Chan. H.), docteur en théologie, professeur à l'Université, 42, rue de Bériot. — Louvain.

de Dorlodot (Sylvain), château de Floriffoux. — Floreffe (prov. de Namur).

Drion (Bon Adolphe), avocat. — Gosselies.

Dubois-Verbrugghen (Dr É.), 49, rue de la Presse. — Bruxelles.

Dubois (Ernest), directeur de l'Institut supérieur de commerce, membre du Conseil colonial, 36, rue de Vrière. — Anvers.

Dubois (Jean), directeur général de l'Office du Travail, 94, chaussée de Vleurgat. — Bruxelles.

Dubois (Victor), docteur en géographie, professeur à l'École normale. — Couvin.

Du Bost, sénateur, 50, avenue des Arts. — Bruxelles.

Dufrane (Dr C.), chirurgien à l'hôpital, 36, rue d'Havré. — Mons.

Duhem (Pierre), correspondant de l'Institut, associé de l'Académie royale de Belgique, professeur de physique à la Faculté des Sciences, 18, rue de la Teste. — Bordeaux (Gironde — France).

Dumas-Primbault (Henri), ingénieur, château de la Pierre. — Cérilly (Allier — France).

Dumez (Abbé Robert), docteur en sciences naturelles, professeur au Petit Séminaire. — Roulers (Flandre occidentale).

Dumont (André), professeur à l'Université, 18, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Dumortier, conseiller à la Cour d'appel, 7, place Van Artevelde. — Gand.

Duplat (G.), avocat à la Cour d'appel, 48, rue aux Laines. — Bruxelles.

Dupont (Dr Émile), médecin de bataillon, chef des laboratoires de bactériologie et de radiographie à l'Hôpital militaire, 12, rue Goffart. — Bruxelles.

DUPRET, sénateur, 148, rue Royale. — Bruxelles.
DUPRIEZ (Léon), professeur à l'Université, 194, rue de Bruxelles. — Louvain.
DUPUIS (Henri), ingénieur, administrateur de la Société anonyme des Usines de Montcherret. — Acoz (Hainaut).
DUQUENNE (Dr Louis), 15, rue Lonhienne. — Liége.
DURET (Dr), doyen de la Faculté catholique de médecine, 21, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).
DUSAUSOY (Clément), professeur à l'Université, 107, chaussée de Courtrai. — Gand.
DUSMET Y ALONSO (José Marie), docteur en sciences naturelles 7, plaza de Santa-Cruz. — Madrid.
DUTHOIT (E.), professeur à la Faculté catholique de Droit, 141, rue Jacquemars-Gielée. — Lille (Nord — France).
DUTILLEUX (Maurice), ingénieur, 4, place François-Bossuet. — Bruxelles.
DUTORDOIR (Hector), ingénieur en chef, directeur du service technique provincial, 217, boulevard du Château. — Gand.
ÉCOLE LIBRE DE L'IMMACULÉE-CONCEPTION. — Vaugirard-Paris.
ÉCOLE LIBRE SAINTE-GENEVIÈVE, rue des Postes. — Paris.
EECKHOUT (G.), avocat à la Cour d'appel, 28, rue Dautzenberg. — Bruxelles.
EGAN, S. J. (R. P. Michel), M. A., F. R. U. I., Miltown Park. — Dublin (Irlande).
EVRARD (N.), directeur gérant des Charbonnages de Marcinelle-Nord. — Marcinelle.
FABRE (J.-H.), correspondant de l'Institut. — Sérignan, par Vaucluse (Vaucluse — France).
FABRY (Louis), docteur ès sciences, astronome à l'Observatoire, 2, place de la Corderie. — Marseille (Bouches-du-Rhône — France).
FAGNART (Émile), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Université de Gand, 9, place des Gueux. — Bruxelles (N.-E.).
FARINA (Paul), docteur en médecine, 20, rue de la République. — Menton (Alpes Maritimes — France).
DE FAVEREAU DE JENNERET (Bon), ancien Ministre des Affaires étrangères, 10, rue Belliard. — Bruxelles.

Fenaert (Abbé Florent), maître de conférences à l'Université catholique, 81, rue Denfert-Rochereau. — Lille (Nord — France).

Fenaux (Édouard), directeur honoraire de la prison centrale, chaussée de Tirlemont. — Louvain.

Fernandès (Dr Rob.), 1, rue du Pôle. — Saint-Josse-ten-Noode (Bruxelles).

Ferrata (S. É. le cardinal). — Rome.

Fiessinger (Dr), membre correspondant de l'Académie de médecine de Paris, 4, rue de la Renaissance. — Paris.

Fita y Colomé, S. J. (R. P. Fidel), 12, calle de Isabel la Catolica. — Madrid.

Fonssagrives (Chanoine), aumônier de l'Association générale des Étudiants catholiques de Paris, 18, rue du Luxembourg. — Paris.

de Fooz (Guillaume), ingénieur, directeur technique de la Société « Elektrikon » à Wondelghem, 11, rue Laurent Delvaux. — Gand.

Fournier O. S. B. (Dom Grégoire), 55, boulevard de Jodoigne extérieur. — Louvain.

Fraeys (Albert), ingénieur en chef aux chemins de fer de l'Etat, 14, rue Espagnole. — Bruges.

François (Dr Adhémar), 43, rue Defacqz. — Bruxelles.

Francotte (Henri), professeur à l'Université, 1, rue Lebeau. — Liége.

Francotte (Xavier), docteur en médecine, professeur à l'Université, 15, quai de l'Industrie. — Liége.

Fris, sénateur, 56, rue du Commerce. — Malines.

Gaillard, S. J. (R. P. J.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

de Garcia de la Vega (Bon Victor), docteur en droit, 37, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

Gauthier (Chanoine), 21, rue Louise. — Malines.

Gelin (Abbé E.), docteur en philosophie et en théologie, professeur de mathématiques supérieures au Collège Saint-Quirin. — Huy.

Georgetown College Observatory (Rev. Director of the). — Washington D. C. (États-Unis d'Amérique).

Gerard (Ern.), secrétaire général du Ministère des Chemins de fer, Postes et Télégraphes, 21, avenue de la Renaissance. — Bruxelles.

de Gerlache de Gomery, capitaine-commandant d'État-Major, 70, avenue de Tervueren. — Bruxelles.

Gesché (L.), professeur à l'Université, 20, rue d'Egmont. — Gand.

de Ghellinck d'Elseghem (chevalier J.), membre de la Chambre des Représentants. — Wannegem-Lede (Fl. Or[le]).

Gilbert (Paul), ingénieur. — Heer-Agimont (Namur).

Gillès de Pélichy (B[on] Ch.), membre de la Chambre des Représentants. — Gits-lez-Roulers ; ou, rue Fossé-aux-Loups. — Bruges.

Gillet, S. J. (R. P. Ch.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

Gillet (J.), docteur en sciences, professeur à l'Athénée Royal de Bruxelles, 4, rue de la Religion. — Nivelles.

Glibert (D.), docteur en médecine, inspecteur du Travail. — Uccle (Bruxelles).

Glorieux, docteur en médecine, 236, avenue de Tervueren. — Bruxelles.

Goedseels (Édouard), administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique, professeur à l'Université de Louvain, 140, rue de Bruxelles. — Louvain.

Goffart (F.), chargé de cours à l'Université de Gand, 8, rue Marie Thérèse. — Bruxelles.

Goffart (J.), professeur à l'Athénée Royal, 14, rue de la Motte. — Huy.

Gollier (Th.), professeur à l'Université de Liége, château de Glain. — Rixensart (Brabant).

Gonzalez de Castejon (Miguel), comte d'Aybar, lieutenant colonel d'État-Major, secrétaire de S. M. le Roi d'Espagne, Real palacio. — Madrid.

Goris (Ch.), docteur en médecine, 181, rue Royale. — Bruxelles.

Gosselet (Jules), correspondant de l'Institut, docteur honoraire de l'Université de Louvain, professeur émérite de la Faculté des Sciences, 18, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

Graffin (Mgr), professeur à l'Institut catholique, 47, rue d'Assas. — Paris.

Grand'Eury (Cyrille), correspondant de l'Institut, professeur honoraire à l'École des Mines, 5, Cours Victor Hugo. — Saint-Étienne (Loire — France).

GRANITO DI BELMONTE (S. É. le cardinal). — Rome.

DE GREEFF, S. J. (R. P. Henri), professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

GRÉGOIRE (Chan. Victor), professeur à l'Université, 42, rue de Bériot. — Louvain.

GREINDL (B^on^), major d'État-Major, professeur à l'École de guerre, 19, rue Tasson-Snel. — Bruxelles.

GRINDA (Jésus), ingénieur des Ponts et Chaussées, Fuencarral, 74 y 76. — Madrid.

DE GROSSOUVRE (A.), ingénieur en chef des Mines, 4, rue Petite Armée. — Bourges (Cher — France).

GUELTON (Georges), attaché au Ministère de l'Intérieur, 119, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

GUERMONPREZ (D^r^), professeur aux Facultés catholiques, membre correspondant de l'Académie royale de médecine de Belgique et de la Société de chirurgie de Paris, 63, rue d'Esquermes. — Lille (Nord — France).

GUICHETEAU, S. P. M. (Abbé F. H.), 120, West 24th Street. — New-York.

HACHEZ (F.), professeur à l'Université de Louvain, 19, rue de Pavie. — Bruxelles.

HAGEN, S. J. (R. P.), directeur de l'Observatoire du Vatican. — Rome.

HAIBE (D^r^ Achille), directeur de l'Institut provincial de Bactériologie, rue Louise. — Namur.

HALLEZ (E.), ingénieur-directeur au charbonnage de Grand-Hornu. — Hornu (Hainaut).

HALOT (Alex.), consul du Japon, 13, rue de Florence. — Bruxelles.

HAMONET (Abbé), professeur à l'Institut catholique, 74, rue de Vaugirard. — Paris.

HANS (JULES), lieutenant d'artillerie, adjoint d'État-Major, 53, rue Billy. — Grivegnée (Liége).

HARMANT (Émile), ingénieur, 121, rue de Pâturages. — Wasmes (Hainaut).

HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-N.), membre de l'Institut, directeur honoraire de l'École des Mines, 2, rue Henri IV. — Pau (Basses-Pyrénées — France).

Havenith (J.), lieutenant adjoint d'État-Major, 2, place Quetelet. — Bruxelles.

Havet (Dr J.), professeur à l'Université, 87, rue des Flamands. — Louvain.

Hebbelynck (Mgr A.), recteur magnifique honoraire de l'Université de Louvain. — Meirelbeke (Gand).

Helleputte (G.), membre de la Chambre des Représentants. — Vlierbeek (Louvain).

de Hemptinne (Alexandre), professeur à l'Université de Louvain, 51, rue Basse des Champs. — Gand.

Henrard (Dr Étienne), 105, avenue du Midi. — Bruxelles.

Henrard (Dr Félix), 38, rue Washington. — Bruxelles.

Henry (Albert), avocat, chef de division au Ministère de l'Intérieur, 216, avenue Rogier. — Bruxelles.

Henry (Louis), professeur à l'Université, correspondant de l'Institut, membre de l'Académie royale de Belgique, 2, rue du Manège. — Louvain.

Henry (Paul), professeur à l'Université, 11, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Henseval (Dr Maurice), inspecteur chargé de la direction du laboratoire du service de santé et d'hygiène, 178, avenue Georges-Henri. — Bruxelles.

Hervier (Abbé Joseph), 31, Grande rue de la Bourse. — Saint-Étienne (Loire — France).

Heylen (S. G. Mgr), évêque de Namur.

Heymans (Dr F.), docteur en sciences, professeur à l'Université, 77, boulevard de la Citadelle. — Gand.

Heynen (Dr W.), membre de la Chambre des Représentants. — Bertrix (province de Luxembourg) ; ou, 85, rue du Commerce. — Bruxelles.

Humbert (G.), membre de l'Institut, ingénieur en chef des Mines, professeur à l'École polytechnique, 10, rue Daubigny. — Paris.

Huyberechts (Dr Th.), 10, rue Hôtel des Monnaies. — Bruxelles.

Iniguez y Iniguez (Francisco), catedrático de astronomia en la Universidad, director del Observatorio astronomico. — Madrid.

Institut Saint-Ignace, 37, Courte rue Neuve. — Anvers.

JACOBS (Mgr F.), prélat de la Maison de Sa Sainteté, curé-doyen émérite des SS. Michel et Gudule, 246, avenue de la Couronne. — Bruxelles.

JACOBS (Fernand), président de la Société belge d'astronomie, 244, avenue Louise. — Bruxelles.

JANNE (Henry), ingénieur civil des Mines, docteur en sciences physiques et mathématiques, répétiteur à l'Université, 109, rue Louvrex. — Liége.

JANSSEN (A.), docteur en droit, 81, rue d'Arlon. — Bruxelles.

JAVAUX (Dr), 79, rue des Éburons. — Bruxelles.

DE JOANNIS (Abbé Joseph), 7, rue Coëtlogon. — Paris.

JOLY (Albert), juge au tribunal de première instance, 8, rue de la Grosse-Tour. — Bruxelles.

JOLY (Léon), conseiller au Conseil des Mines, 56, avenue Brugmann. — Bruxelles.

JORDAN (Camille), membre de l'Institut, professeur à l'École polytechnique, 48, rue de Varennes. — Paris.

JOURDAIN (Louis), ingénieur, 13, rue Montagne-aux-Herbes-Potagères. — Bruxelles.

KAISIN (Félix), professeur à l'Université, 27, boulevard de Jodoigne. — Louvain.

KERSTEN (Joseph), inspecteur général des charbonnages patronnés par la Société Générale, 3, Montagne du Parc. — Bruxelles.

KIEFFER (Abbé J. Jacques), professeur au Collège Saint-Augustin. — Bitsch (Lorraine — Allemagne).

KIRSCH, C. S. C. (R. P. Alexandre-M.), Université de Notre-Dame (Indiana — États-Unis).

KIRSCH (Mgr J.-P.), professeur à l'Université. — Fribourg (Suisse).

DE KIRWAN (Charles), ancien inspecteur des Forêts, Villa Dalmassière. — Voiron (Isère — France).

KOLTZ (Eugène), ingénieur, 184, rue de Malines. — Louvain.

KOWALSKI (Eug.), ingénieur des Arts et Manufactures, 18, rue d'Alzon. — Bordeaux (Gironde — France).

DE KOWALSKI (Dr), professeur à l'Université de Fribourg. — Fribourg (Suisse).

Kurth (Godefroid), membre de l'Académie royale de Belgique. — Assche (Brabant) ; ou, Institut historique belge, 18, place Resticucci. — Rome.

Ladeuze (Mgr P.), recteur magnifique de l'Université, 110, rue de Namur. — Louvain.

Lagasse-de Locht (Charles), directeur général des Ponts et Chaussées, président de la Commission royale des monuments, 167, chaussée de Wavre. — Bruxelles.

Lahousse (Dr), professeur à l'Université. — St-Denis-Westrem (Gand).

Lambert (Camille), ingénieur en chef des Chemins de fer de l'État. — Woluwe-Saint-Lambert (Brabant).

Lambert (Maurice), ingénieur. — Woluwe-Saint-Lambert (Brabant).

Lambin (A.), ingénieur en chef, directeur des Ponts et Chaussées chef de cabinet du Ministre de l'Agriculture et des Travaux publics, 181, avenue de Tervueren. — Woluwe-lez-Bruxelles.

Lambiotte (Omer), directeur-gérant des charbonnages Élisabeth. — Auvelais (prov. de Namur).

Lambo, S. J. (R. P. Charles), recteur du Collège Saint-Louis, 66, quai de Longdoz. — Liége.

Lambot (Oscar), professeur à l'Athénée royal d'Ixelles, 89, chaussée Saint-Pierre. — Bruxelles.

Laminne (Chanoine Jacques), professeur à l'Université, 7b, rue de Bériot. — Louvain.

Lannoy, S. J. (R. P. J.), collège St-Michel, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Laruelle (Dr), 22, rue du Congrès. — Bruxelles.

Laurent (Dr Camille), 5, rue Joseph Jacquet. — Bruxelles.

Lebrun (Dr Hector), 25, avenue Verte. — Woluwe-Saint-Pierre (Brabant).

Lecat (Maurice), docteur en sciences physiques et mathématiques, docteur en sciences naturelles, ingénieur civil des Mines. — Watermael (Bruxelles).

Lechalas (G.), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 13, quai de la Bourse. — Rouen (Seine Inférieure — France).

Leclercq (Jules), vice-président au tribunal de première instance, membre de l'Académie royale de Belgique, 29, rue de la Loi. — Bruxelles.

LECONTE (Félix), ingénieur-conseil, 25, rue Royale. — Tournai.
LEFEBVRE (Mgr Ferdinand), professeur à l'Université, 34, rue de Bériot. — Louvain.
LEFEBVRE (R. P. Maurice), docteur en sciences naturelles, 2020, calle Herran. — Paco (Manilla — Philippines).
LEGRAND (Chanoine Alfred), 37, rue de Bruxelles. — Namur.
LEIRENS-ELIAERT, rue du Pont. — Alost.
LEJEUNE DE SCHIERVEL (Charles), ingénieur des Mines, 12, rue Stevin. — Bruxelles.
LEJEUNE-SIMONIS, château de Sohan. — Pepinster (prov. de Liége).
LEMAIRE (Abbé), 65, rue Traversière. — Bruxelles.
LEMOINE (Georges), membre de l'Institut, inspecteur général des Ponts et Chaussées, professeur de chimie à l'École Polytechnique, 76, rue Notre-Dame des Champs. — Paris.
LENOBLE, professeur aux Facultés catholiques, 28ter, rue Négrier. — Lille (Nord — France).
LE PAIGE (C.), membre de l'Académie royale de Belgique, administrateur-inspecteur de l'Université, Plateau de Cointe. — Liége.
LEPLAE (E.), professeur à l'Université, 74, rue de Namur. — Louvain.
LEVIE (Michel), Ministre des Finances. — Bruxelles.
LHOEST (Henri), ingénieur, directeur des travaux des charbonnages Gosson-Lagasse. — Montegnée (prov. de Liége).
DE LIEDEKERKE DE PAILHE (Cte Éd.), 47, avenue des Arts. — Bruxelles.
DU LIGONDÈS (Vte), colonel d'Artillerie en retraite, château de Rochefort. — Saint-Bonnet de Rochefort (Allier — France).
DE LIMBURG-STIRUM (Cte Adolphe), membre de la Chambre des Représentants, 72, rue du Trône. — Bruxelles.
LIMPENS (Émile), avocat. — Termonde.
DE LOCHT (Léon), professeur à l'Université de Liége, château de Trumly. — Trooz (prov. de Liége).
LUCAS, S. J. (R. P. J.-D.), professeur à la Faculté des Sciences, Collège Notre-Dame de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.
MAES, docteur en géographie, Conservateur de la Section Ethnographique au Musée du Congo. — Tervueren.

MAGNIE (Abbé Léon), ingénieur agricole, professeur à l'Institut Saint-Joseph. — La Louvière.

MALENGREAU (F.), professeur à l'Université, 25, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

MANSION (Hubert), ingénieur, 83, avenue Van Ryswyck. — Anvers.

MANSION (Paul), professeur émérite de l'Université de Gand, inspecteur des Études à l'École préparatoire du Génie civil et des Arts et Manufactures, membre de l'Académie royale de Belgique, 2, quai des Dominicains. — Gand.

MARÉCHAL, S. J. (R. P. J.), professeur de sciences naturelles, 11, rue des Récollets. — Louvain.

MARCQ (Joseph), médecin-vétérinaire, adjoint à l'Institut bactériologique provincial, boulevard Ad aquam. — Namur.

MAROY (Dr L.), 61, avenue de Cortenberg. — Bruxelles.

MARTIN (Dr), 9, boulevard Ad aquam. — Namur.

MASEN (Aimé), docteur en médecine, 30, rue Middelbourg, — Boitsfort (Brabant.

MATAGNE (Henri), docteur en médecine, 27, rue des Deux-Églises. — (Bruxelles Q.-L.).

MAUBERT (Frère), des Frères des Écoles chrétiennes, au Scolasticat de Jesu Placet. — Louvain.

DE MAUPEOU (Cte), Ingénieur, directeur du Génie maritime, 4, place du Gast. — Laval (Mayenne — France).

MEESSEN (Dr Wilhelm), 28, rue Froissard. — Bruxelles.

DE MEEUS (Cte Henri), ingénieur, rue du Vert-Bois. — Liége.

MÉLOT (Aug.), membre de la Chambre des Représentants, rue Grandgagnage. — Namur.

MENNES (Dr), 21, Rosier. — Anvers.

MERCIER (S. É. le cardinal). archevêque de Malines.

DE MÉRODE (Cte W.), sénateur, 21, rue aux Laines. — Bruxelles.

MERTEN (Albert), ingénieur, professeur à l'Université, 25, boulevard Albert. — Gand.

MESENS, sénateur, bourgmestre, 33, rue des Rentiers. — Etterbeek (Bruxelles).

MEUNIER (Fernand), conservateur du Musée de la Société royale de zoologie d'Anvers, professeur à l'Institut supérieur pour jeunes filles, 5, rue du Grand Chien. — Anvers.

MEURICE (Léon), professeur à l'Université de Liége, 15, rue Simonon. — Liége.

MEUWISSEN (J.), ingénieur, professeur à l'Université, 1, avenue Clémentine. — Gand.

DE MÉVIUS (B^{on}), sénateur, 38, place de l'Industrie. — Bruxelles.

MICHOTTE (Albert), professeur à l'Université de Louvain, Les Ravins. — Kessel-Loo (Louvain).

MIRANDA (S. G. Mgr.), évêque de Ségovie (Espagne).

MOELLER (D^r A.), membre de l'Académie royale de médecine, 1, rue Montoyer. — Bruxelles.

MOELLER (D^r Nicolas), 18, rue Ortélius. — Bruxelles.

DE MOFFARTS (B^{on} Paul), château de Botassart, par Noirefontaine (prov. de Luxembourg).

DE MONGE (V^{te} Joseph), ingénieur, 29, rue des Cultes. — Bruxelles.

DE MONTESSUS DE BALLORE (C^{te} F.), directeur du service sismologique du Chili, 302, Av. Republica. — Santiago (Chili).

DE MONTESSUS DE BALLORE (V^{te} Robert), professeur suppléant à l'Université catholique, 15, boulevard Bigo-Daniel. — Lille (Nord — France).

MORELLE (D^r Aimé), chef du service d'urologie et de dermatologie à l'Institut chirurgical, 26, rue Archimède. — Bruxelles.

MOREUX (Abbé Th.), directeur de l'Observatoire. — Bourges (Cher — France).

MORISSEAUX, ingénieur honoraire des Mines, membre du Conseil Colonial, directeur du Crédit Général Liégeois à Bruxelles, 64, rue Royale. — Bruxelles.

MULLIE (Gilbert), inspecteur vétérinaire adjoint au Ministère de l'Agriculture, 23, avenue Jean Linden. — Bruxelles.

NAVA DI BONTIFE (S. É. le cardinal), archevêque de Catane (Sicile — Italie).

NAVAS, S. J. (R. P. Longin), Colegio del Salvador. — Zaragoza (Espagne).

NERINCX (Alfred), professeur à l'Université de Louvain, secrétaire de l'Institut de Droit international, 8, rue Bosquet. — Saint-Gilles (Bruxelles).

NEUBERG (J.). membre de l'Académie royale de Belgique, professeur émérite de l'Université de Liége, 6, rue de Sclessin. — Liége.

Nollée de Noduwez, membre honoraire du Corps diplomatique de S. M. le Roi des Belges, camérier secret de S. S. Pie X. 14, avenue de Marnix. — Bruxelles.

Nyssens (Pierre), directeur du Laboratoire agricole de l'État, 16, rue du Jambon. — Gand.

Obeso, S. J. (R. P. Manual), Colegio de Estudios Superiores de Deusto. — Bilbao (Espagne).

d'Ocagne (Maurice), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, professeur à l'École Polytechnique, 30, rue de la Boétie. — Paris.

Œhlert (D.-P.), correspondant de l'Institut, conservateur du Musée d'histoire naturelle, 29, rue de Bretagne. — Laval (Mayenne — France).

Orban de Xivry (B^on), sénateur, rue de la Station. — Louvain.

d'Orjo de Marchovelette, lieutenant-colonel adjoint d'État Major, chef du Cabinet du Ministre de la Guerre, 97, rue Froissard. — Bruxelles.

Pasquier (Alfred), docteur en médecine. — Châtelet (Hainaut).

Pasquier (Ern.). professeur à l'Université, 22, rue Marie-Thérèse, — Louvain.

Pauwels, S. J. (R. P. J.), docteur en sciences naturelles, professeur de chimie, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Peers de Nieuwburgh (B^on). — Oostcamp.

Peeters (Jules), docteur en droit, 51, rue Saint-Martin. — Tournai.

Picard (É), membre de l'Institut, professeur à la Sorbonne, 4, rue Bara. — Paris (VI^e).

Pieraerts (J.), conservateur au Musée colonial de Tervueren, 34, rue des Ménapiens. — Bruxelles.

Pieraerts (Mgr.), aumônier de la Cour, 218, rue Rogier. — Bruxelles.

de Pierpont (Édouard), château de Rivière. — Profondeville (pro. de Namur).

Pierre (Abbé Oscar), directeur de l'École Saint-Grégoire, rue Mazy. — Jambes (Namur).

Pirmez (Maurice), membre de la Chambre des Réprésentants, château d'Acoz (Hainaut).

Poskin (Paul), professeur de Physique à l'Institut agricole de l'État. — Gembloux.

Poullet (Prosper), Ministre des Sciences et des Arts. — Bruxelles.

Proost (Alphonse), directeur général honoraire au Ministère de l'Agriculture. — Mousty-lez-Ottignies (Brabant).

Proost (Chanoine), aumônier honoraire de la Cour, rue Mercelis. — Ixelles (Bruxelles).

Provincial (R. P.) de la Compagnie de Jésus, 165, rue Royale. — Bruxelles.

Rachon (Abbé Prosper), curé de Ham, par Longuyon (Meurthe-et-Moselle — France).

Raclot (Abbé V.), aumônier des Hospices et directeur de l'Observatoire. — Langres (Haute-Marne — France).

Rector (R. P.) del Colegio Catolico del Sagrado Corazon de Jesus, calzada del Aguazul (Antiguo velodromo). — Puebla (Mexique).

Rector (R. P.) del Colegio del Jesus. — Tortosa (Tarragona — Espagne).

Renaud, professeur de métallurgie à l'Université, 22, quai des Moines. — Gand.

de Renesse (Cte), sénateur, 25, rue de la Science. — Bruxelles.

Renier (Armand), ingénieur au Corps des Mines, chargé de cours à l'Université, 10, rue de Sclessin. — Liége.

de Rennette de Villers-Perwin (Bon), capitaine commandant adjoint d'État-Major au 2me Guides, 69, rue d'Arlon. — Bruxelles.

de Ribaucourt (Cte Adrien), ingénieur agricole, 79, avenue Louise. — Bruxelles.

Richald (Jos.), ingénieur principal des Ponts et Chaussées, professeur à l'Université de Gand, 69, rue Archimède. — Bruxelles.

Rinaldini (S. Exc. Mgr), nonce apostolique. — Madrid.

Rodriguez Risueno (Emiliano), catedràtico de historia natural en la Universidad, Obispo, 9, prâl. — Valladolid (Espagne).

Roersch (A.), professeur à l'Université, 95, rue de l'Avenir. — Gand.

Rogie (Dr), professeur à la Faculté catholique de médecine, 108, rue Jacquemars-Gielée. — Lille (Nord — France).

Roland (Pierre), ingénieur, 76, rue Vital Decoster. — Louvain.

Rose (J.), professeur de mathématiques à l'Athénée royal de Charleroi, 155, rue du Progrès. — Montigny-sur-Sambre.

Rutten (S. G. Mgr), évêque de Liége.

Ryan (Hugh), M. A., F. R. U. I., membre de l'Académie royale irlandaise, professeur de chimie à l'École de médecine de l'Université catholique, au Collège de l'Université de Dublin et au Collège Saint-Patrick de Maynooth. Medical School, Cecilia Street. — Dublin (Irlande).

Sabatier (Paul), professeur de chimie à l'Université. — Toulouse (Haute-Garonne. — France).

Sageret, château de Kervihan, par Carnac (Morbihan — France).

de Saintignon (Cte), maître de Forges. — Longwy-Bas (Meurthe-et-Moselle — France).

de Salvert (Vte), professeur aux Facultés catholiques de Lille, 45, rue des Missionnaires. — Versailles (Seine-et-Oise — France) ; ou, château de Villebeton, par Châteaudun (Eure-et-Loir — France).

Sanz (Pelegrin), ingeniero de Caminos, 5, 2°, calle Bordadores. — Madrid.

Sarret (Jean), agrégé à l'Université, professeur de physique au Lycée Impérial Ottoman, 13, rue Aïnali tchesmé. — Constantinople (Turquie).

Schaffers, S. J. (R. P. V.), docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Scheuer, S. J. (R. P. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

de Schilde (Bon), château de Schilde (prov. d'Anvers).

de Schilde (Bon G.), 48, rue Kipdorp. — Anvers.

Schmidt (Alfred), chimiste de la maison E. Leybold's Nachfolger. 7, Bruderstrasse. — Cologne (Allemagne).

Schmitz, S. J. (R. P. G.), directeur du Musée géologique des bassins houillers belges, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Schmitz (Théodore), ingénieur civil des Mines, 29, rue Jordaens. — Anvers.

Schockaert (R.), professeur à l'Université, 133, rue de Tirlemont, — Louvain.

Schollaert (Franz), Ministre d'État. — Vorst (prov. d'Anvers).

Schoolmeesters (Mgr Émile), vicaire-général, 14, rue de l'Évêché. — Liége.

Schoonjans, S. J. (P. Ch.), collège Saint-Servais, 92, rue Saint-Gilles. — Liége.

Schreiber, agronome de l'État, 64, rue de l'Indépendance. — Namur.

Schul, S. J. (R. P.), Ancienne Abbaye. — Tronchiennes (lez Gand).

Segers (Paul), membre de la Chambre des Représentants. — Anvers.

de Selliers de Moranville (Chcr A.), général-major commandant la Gendarmerie nationale, 46, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Senderens (Mgr), professeur à l'Université catholique, 36, rue de la Fonderie. — Toulouse (Haute-Garonne — France).

Sentroul (Mgr), professeur à la Faculté libre de philosophie et lettres, Mosteiro do Sao Bento. — Sao Paulo (Brésil).

Sibenaler (N.), professeur à l'Université, 31, boulevard de Jodoigne. — Louvain.

Sièges, 93, rue du Trône. — Bruxelles.

Simonart (Dr), 33a, rue du Canal. — Louvain.

de Sinéty, S. J. (R. P. Robert), Oude Kasteel. — Gemert (Hollande).

Siret (Henri), ingénieur, directeur général de la Cie des Chemins de fer du Congo Supérieur aux Grands Lacs africains, 37, avenue Brugmann. — Bruxelles.

Siret (Louis), ingénieur, 9, rue Jordaens. — Anvers.

Slingeneyer de Goeswin, capitaine commandant d'État-major, écuyer, 62, avenue Isabelle. — Anvers.

Smedts (Arthur), répétiteur à l'Université, 58, boulevard de la Citadelle. — Gand.

Smekens (Théoph.), président honoraire du tribunal de 1re instance, 34, avenue Quentin Metsys. — Anvers.

Smets (Dr), 104, rue Van de Weyer. — Bruxelles.

Smits (Eugène), ingénieur, 20, rue de la Presse. — Bruxelles.

Snoy (Bon Georges). — Braine-l'Alleud.

Soisson (G.), ingénieur, docteur en sciences, professeur, 6, rue Goethe. — Luxembourg (Grand-Duché).

Solano y Eulate (José-Maria), Marqués del Socorro, professeur de géologie au Musée d'histoire naturelle, 41, bajo, calle de Jacometrezo. — Madrid.

SOLÉ (Dr Victor), 262, rue Royale. — Bruxelles.
SOMVILLE (Oscar), docteur en sciences physiques et mathématiques, 120, rue Beeckman. – Uccle (Bruxelles).
DE SPARRE (Cte), professeur aux Facultés catholiques de Lyon, château de Vallière. — Saint-Georges-de-Reneins ; ou, 7, avenue de l'Archevêché. — Lyon (Rhône — France).
DE SPOELBERCH (Vicomte), professeur à l'École des Sciences politiques de l'Université de Louvain, 23, boulevard du Régent. — Bruxelles.
SPRINGAEL (Auguste), ingénieur, 18, avenue Victor Jacobs. — Etterbeek.
STAINIER (Xavier), professeur à l'Université de Gand, membre de la Commission géologique de Belgique, 27, Coupure. — Gand.
STANDAERT (A.), membre de la Chambre des Représentants, 8, rue Dyver. — Bruges.
VAN DEN STEEN DE JEHAY (Cte Frédéric), envoyé extraordinaire et ministre plénipotentiaire de S. M. le roi des Belges. — Luxembourg (Grand-Duché).
STILLEMANS (S. G. Mgr Ant.), évêque de Gand.
STILLEMANS (Jean), ingénieur, directeur des travaux d'Etterbeek, 5, rue Fétis. — Bruxelles.
STINGLHAMBER (Émile), docteur en droit, 43, avenue Ernestine. — Bruxelles.
STOFFAES (Chan.), professeur à la Faculté catholique des Sciences, directeur de l'Institut des Arts et Métiers, 6, rue Auber. — Lille (Nord — France).
STORMS (Ernest), ingénieur, 6, rue du Receveur. — Bruges.
STOUFFS (Dr Jules), 205, avenue Louise. — Bruxelles.
STOUFFS (Dr L.), 53, rue de Charleroi. — Nivelles.
STRUELENS (Alfred), docteur en médecine, 18, rue Hôtel des Monnaies. — Saint-Gilles (Bruxelles).
SUPÉRIEUR du Collège des Joséphites, Vieux-Marché. — Louvain.
SUPÉRIEUR du Collège Saint-Jean-Berchmans, 35, place de Meir. — Anvers.
SUTTOR, ingénieur honoraire des Ponts et Chaussées, 138, boulevard de Tirlemont. — Louvain.

SWOLFS (Dr Oscar), 118, chaussée de Vleurgat. — Bruxelles.

TAYMANS (Émile), notaire. — Tubize (Brabant).

TERLINDEN, 15, rue de Livourne. — Bruxelles.

TERMIER (Pierre), membre de l'Institut, directeur du Service de la carte Géologique de France, 164, rue de Vaugirard. — Paris.

THÉRON (Joseph), docteur en sciences physiques et mathématiques, préfet des études à l'Athénée royal. — Chimay.

THEUNISSEN (Franz), ingénieur, Thiers des Bedennes. — Chênée (Liége).

THIÉBAUT (Fernand), industriel, bourgmestre de Monceau-sur-Sambre (Hainaut).

THIÉRY (Chan. Armand), Institut supérieur de Philosophie, 1, rue des Flamands. — Louvain.

THIRION, S. J. (R. P. J.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

TIBBAUT (Émile), avocat à la Cour d'Appel, membre de la Chambre des Représentants, 4, avenue de l'Astronomie. — Bruxelles.

TIMMERMANS (François), ingénieur, directeur-gérant de la Société anonyme des ateliers de construction de la Meuse, 30, quai de Fragnée. — Liége ; ou, Seraing (prov. de Liége).

TITS (A.), oculiste, 38, rue Léopold. — Louvain.

TITS (Abbé Léon), docteur en sciences physiques et mathématiques, 37, rue des Joyeuses entrées. — Louvain.

TORROJA CABALLE (Eduardo), architecte, professeur de géométrie descriptive à la Faculté des Sciences de l'Université, membre correspondant de l'Académie royale des Sciences, 9-11e rue Requena. — Madrid.

DE T'SERCLAES (Mgr Charles), président du Collège belge. — Rome.

DE T'SERCLAES (Cte Jacques), colonel, chef d'Etat-Major, professeur à l'École de guerre, 34, rue Jordaens. — Ixelles (Bruxelles).

D'URSEL (Cte Aymard), capitaine d'artillerie, château de Bois-de-Samme, par Wauthier-Braine (Brabant) ; ou, 25, rue de la Science. — Bruxelles.

DE LA VALLÉE POUSSIN (Ch.-J.), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 149, rue de la Station. — Louvain.

de la Vallée Poussin (J.), secrétaire général du Ministère des Sciences et des Arts, 74, rue de la Trinité. — Bruxelles.

Van Aubel (Dr Ch.), directeur de la Maternité Sainte-Anne, 29, avenue de Cortenberg. — Bruxelles.

Van Ballaer (Mgr), Chanoine de l'Église métropolitaine, 32, avenue Van Beneden. — Malines.

Van Bastelaer Léonce), ingénieur civil des Mines, 13, rue Newton. — Bruxelles.

Van Biervliet (J.), professeur à l'Université, 5, rue Metdepenningen. — Gand.

Van Brabandt (L.), ingénieur des Ponts et Chaussées, 18, rue du Grand Chien. — Anvers.

Van Caeneghem (Chanoine F.), curé-doyen du Rœulx (Hainaut).

Van den Bossche (Abbé). — Ophassselt (Flandre orientale).

Van den Gheyn (Chanoine Gabriel), 13, avenue des Moines. — Gand.

Van den Gheyn, S. J. (R. P. Joseph), conservateur en chef de la Bibliothèque royale, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Van den Heuvel (J.), Ministre d'État, 29, rue Savaen. — Gand.

Vandenpeereboom (E.), ingénieur, 15, rue d'Artois. — Liége.

Vanderlinden, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, administrateur-inspecteur de l'Université, 27, Cour du Prince. — Gand.

Vanderlinden (E.), assistant au service météorologique de l'Observatoire royal. — Uccle (Bruxelles).

Van der Mensbrugghe (A.), 115, Coupure. — Gand.

Van der Mensbrugghe (R.), ingénieur des Chemins de fer de l'État, 115, Coupure. — Gand.

Van der Smissen (Édouard), avocat, professeur à l'Université de Liége et à l'École de Guerre, 13, rue des Cultes. — Bruxelles.

Vanderstraeten (Dr A.), 79, rue du Trône. — Bruxelles.

Van der Vaeren, inspecteur au Ministère de l'Agriculture, professeur à l'Université de Louvain, 228, chaussée d'Alsemberg. — Uccle (Bruxelles).

Vandevyver (L. N.), professeur à l'Université, 63, boulevard de la Citadelle. — Gand.

VANDEVYVER (M.), docteur en droit, 63, boulevard de la Citadelle. — Gand.

VAN DURME, docteur en médecine, professeur à l'Université, 8, quai des Tonneliers. — Gand.

VAN GEHUCHTEN (A.), professeur à l'Université, 36, rue Léopold. — Louvain.

VAN HOECK (Dr Ém.), 13, rue Traversière. — Bruxelles.

VAN KEERBERGHEN, docteur en médecine, 21, rue du Trône. — Bruxelles.

VAN MOLLÉ (Abbé J.), professeur au Petit Séminaire. — Malines.

VANNUTELLI (S. É. le cardinal Séraphin). — Rome.

VAN OCKERHOUT, sénateur, 27, rue Flamande. — Bruges.

VAN ORTROY (Fernand), professeur à l'Université, 35, quai des Moines. — Gand.

VAN SWIETEN (Raymond), 41, rue des Drapiers. — Bruxelles.

VAN VELSEN, docteur en médecine, 61, rue Godefroid de Bouillon. — Bruxelles.

VAN VRECKEM (C.), sénateur. — Meerbeke lez Ninove.

VAN YSENDYCK (William), docteur en médecine, 77, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

VERHELST (Abbé F.), aumônier du Pensionnat du Sacré-Cœur, 24, rue d'Oultremont. — Bruxelles.

VERMEERSCH, S. J. (R. P. A.), docteur en droit et en sciences politiques et administratives, 11, rue des Récollets. — Louvain.

VERMEERSCH (Paul), avocat, professeur à l'Université de Gand, 71, Digue de Brabant. — Gand.

VERRIEST (G.), docteur en médecine, professeur à l'Université, 40, rue du Canal. — Louvain.

VERRIEST (Gustave), docteur en sciences physiques et mathématiques, ingénieur civil des Mines, professeur à l'Université, 40, rue du Canal. — Louvain.

VERSCHAFFEL (R. P. A.), membre correspondant de l'Institut de France, directeur de l'Observatoire d'Abbadia, par Hendaye (Basses-Pyrénées — France).

VERSTEYLEN, membre de la Chambre des Représentants, rue d'Hérenthals. — Turnhout.

VERVAECK, docteur en médecine, 4, place de la Chapelle. — Bruxelles.

VIAENE, docteur en géographie, attaché au Bureau ethnographique international, 67, rue Van der Borght. — Jette-Saint-Pierre.

VICENT, S. J. (R. P. Antonio), Colegio de San José. — Valencia (Espagne).

VISART DE BOCARMÉ, avocat, 10, rue Grandgagnage. — Namur.

VISART DE BOCARMÉ (Cte Amédée), membre de la Chambre des Représentants, bourgmestre de Bruges.

VOLLEN (E.), avocat-avoué, place du Peuple. — Louvain.

DE VORGES (Alb.), 4, avenue Thiers. — Compiègne (Oise — France).

DE VRÉGILLE, S. J. (R. P.), Collège de la Ste-Famille. — Caire (Égypte).

WAFFELAERT (L. G. Mgr), évêque de Bruges.

WALRAVENS (S. G. Mgr), évêque de Tournai.

WARLOMONT (René), docteur en médecine et en sciences naturelles, médecin de régiment de 1re classe à l'Institut ophtalmique de l'armée, 66, avenue de Cortenberg. — Bruxelles.

WASMANN, S. J. (R. P.), Ignatius Colleg. — Valkenburg (Limbourg Hollandais).

WASTEELS (C.), professeur à l'Université, 17, rue d'Akkergem. — Gand.

WÉRY (Dr Aug.). — Sclayn (prov. de Namur).

WIBO (Dr Maurice), 39, rue Duquesnoy. — Bruxelles.

WILLAERT, S. J. (R. P. Fernand), docteur en sciences physiques et mathématiques, Collège Saint Michel, 22, Boulevard Saint Michel. — Bruxelles.

WILLIAME (Aimé), ingénieur, 21, place Dailly. — Schaerbeek.

WILMOTTE (Abbé), Saint-Servais (Namur).

WITZ (Aimé), correspondant de l'Institut, professeur aux Facultés catholiques, 29, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

WOESTE (Charles), Ministre d'État, 15, rue de Naples. — Bruxelles.

WOLF (Ch.), membre de l'Institut, 36, avenue de l'Observatoire. — Braine (Aisne — France).

WOLTERS (Frédéric), ingénieur principal des Ponts et chaussées, professeur à l'Université, 15, avenue des Moines. — Gand.

WOLTERS (G.), administrateur-inspecteur honoraire de l'Université de Gand, inspecteur général honoraire des Ponts et Chaussées, 34, rue des Entrepreneurs. — Mont-Saint-Amand (Gand).

DE WOUTERS D'OPLINTER (Ch[er] Fernand), 9, rue du Commerce. — Bruxelles.

WULF, S. J. (R. P. Th.), professeur de physique au Collège Saint-Ignace. — Valkenburg (Limbourg Hollandais).

YRIGOYEN (D[r] Ciriaco), Fuenterrabia. 33. — Saint-Sébastien (Espagne).

ZECH (Abbé), professeur à l'Institut Saint-Louis, rue du Marais. — Bruxelles.

ZEILLER (René), membre de l'Institut, professeur à l'École supérieure des Mines, 8, rue du Vieux-Colombier. — Paris.

Liste géographique des membres de la Société scientifique de Bruxelles (1910).

BELGIQUE

Flandre Occidentale : **Bruges** : Coppieters de Stockhove (Abbé Ch.). — Fraeys (A.). — Standaert (A.). — Van Ockerhout. — Visart de Bocarmé (C^{te} A.). — S. G. Mgr Waffelaert.

Caster, par **Anseghem** : Claerhout (Abbé J.). — **Iseghem** : Gillès de Pélichy (B^{on} Ch.). — **Oostcamp** : Peers de Nieuwburg (B^{on}). — **Roulers** : Dumez (Abbé R.). — **Ypres** : Colaert.

Flandre Orientale : **Gand** : van der Bruggen (B^{on}), — Claeys-Bouüaert. — Cooreman (G.). — Crame (Aug.). — Dauwe (D^r F.). — Daels (D^r Fr.). — De Baets (H.). — De Bloo (J.). — Declercq. — Dumortier. — Dusausoy (Cl.). — Dutordoir (H.). — de Fooz. — Gesché (L.). — de Hemptinne (A.). — Heymans (J.-F.). — Mansion (P.). — Merten (Alb.). — Meuwissen. — Nyssens (P.). — Renaud. — Roersch (A.). — Stainier (X.).— S. Gr. Mgr Stillemans. — Van Biervliet (J.). — Van den Gheyn (Chan. G.). — Van den Heuvel. — Vanderlinden. — Van der Mensbrugghe (A.). — Van der Mensbrugghe (R.).— Vandevyver (L. X.).— Vandevyver (M.). — Van Durme (D^r). — Van Ortroy (F.). — Vermeersch (P.). — Wasteels (C.). — Wolters (F.).

Alost : Bauwens (D^r Isid.). — Collège Saint-Joseph. — Leirens-Eliaert. — **Meerbeke-lez-Ninove** : Van Vreckem. — **Meirelbeke** : Mgr A. Hebbelynck. — **Mont-Saint-Amand** (Gand) : Wolters (G.). — **Ophasselt** : Van den Bossche (abbé). — **Termonde** : Limpens (Émile). — **Tronchiennes** : Schul, S. J. (R. P. J.). — **Saint-Denis-Westrem** : Lahousse (D^r). — **Waunegem-Lede** : de Ghellinck d'Elseghem (chevalier).

Province d'Anvers : **Anvers** : Bastin (F.). — Belpaire (F.). — Charles, S. J. (R. P.). — Cogels (J.-B.-Henri). — Coopman (D^r). — Delbeke (A.). — De Meester (Emm.). — Dubois (E.). — Institut Saint-Ignace.— Mansion (H.). — Mennes.— Meunier. — de Schilde

(B^on G.). — Schmitz (Th.). — Segers (P.). — Siret (L.). — Slingeneyer de Goeswin (Écuyer). — Smekens (Th.). — Supérieur du Collège Saint-Jean-Berchmans. — Van Brabandt.

Berchem : Alliaume (M.). — **Malines** : Belpaire (Abbé J.). — Dessain (Ch.). — Fris. — Gauthier (Chan.). — Lemaire (Abbé). — S. É. le cardinal Mercier. — Van Mollé (Abbé J.). — **Schilde** : de Schilde (B^on). — **Turnhout** : Versteylen. — **Vorst** : Schollaert (Fr.).

Luxembourg : **Bertrix** : Heynen (W.). — **Noirefontaine** : de Moffarts (B^on P.). — **Virton** : Cabeau (Abbé Ch.).

Brabant : **Bruxelles** : André (J.-B.). — Bayet (A.). — De Beauffort (M^is). — Beeckman (A.). — Beernaert (Aug.). — de Béthune (B^on G.). — de Bien (E.). — de la Boëssière-Thiennes (M^is). — Bôval (E.). — Braun (A.). — Brifaut. — de Broqueville (B^on Ch.). — Carlier (J.). — Carton de Wiart (Edm.). — Carton de Wiart (H.). — Cartuyvels (J.). — Cocheteux (Chan.). — Collège Saint-Michel (R. P. H. Bosmans, S. J.). — Coomans (L.). — Coomans (V.). — Cousin (L.). — Craninex (B^on O.). — Cuylits (D^r J.). — Davignon (H.). — De Brabandère. — De Coster (C.). — Degive. — De Grave (D^r). — De Greef. — Dejardin. — De Jonghe. — De Lantsheere (D^r J.). — De Lantsheere (L.). — Delcroix (D^r A.). — Delétrez (D^r A.). — Demanet. — De Preter (H.). — Deroitte (D^r V.). — De Wildeman (É.). — d'Huart (B^on). — Diderrich (N.). — Dubois (J.). — Dubois-Verbrugghen (D^r É.). — Du Bost. — Duplat. — Dupont (E.). — Dupret. — Dutillieux (M.). — Eeckhout (G.). — Fagnart (E.). — de Favereau de Jenneret (B^on V.). — Fernandès (D^r R.). — de Fooz (G.). — François (D^r A.). — de Garcia de la Vega (B^on V.). — Gerard (E.). — Glorieux (D^r). — Goffart. — Goris (Ch.). — Greindl (B^on). — Hachez (F.). — Halot (A.). — Havenith. — Hélin (E.). — Henrard (D^r É.). — Henrard (D^r F.). — Henry (A.). — Henseval (D^r M.). — Huyberechts (D^r Th.). — Mgr Jacobs. — Jacobs (F.). — Janssens (A.). — Javaux (D.). — Joly (A.). — Joly (L.). — Jourdain (L.). — Kersten (J.). — Lagasse-de Locht (Ch.). — Lambot (O.). — Lannoy, S. J. (R. P. J.). — Laruelle (D^r). — Laurent (D^r C.). — Leclercq (J.). — Lejeune de Schiervel (Ch.). — Lemaire (Abbé). — Levie (M.). — de Liedekerke de Pailhe (C^te Éd.). — de Limburg-Stirum (C^te Ad.). — Maroy (D^r L.). —

Matagne (Dr H.). — Meessen (Dr W.). — de Mérode (Cte W.). — de Mévius (Bon). — Moeller (Dr). — Moeller (Dr N.). — de Monge (Vte J.). — Morelle (Dr A.). — Morisseaux. — Mullie (G.). — Nollée de Noduwez. — d'Orjo de Marchovelette (major). — Pieraerts (Mgr). — Pieraerts (J.). — Poullet (P.). — Proost (A.). — Provincial (R. P.) de la Compagnie de Jésus. — de Renesse (Cte). — de Renette de Villers-Perwin (Bon). — de Ribeaucourt (Cte Adrien). — Richald (J.). — de Selliers de Moranville (Cher A.). — Siéges. — Simon (Dr). — Siret (H.). — Smets (Dr). — Smits (E.). — Stillemans (J.). — Stinglhamber (É.). — Stouffs (Dr J.). — Terlinden. — d'Ursel (Cte A.). — de la Vallée Poussin (J.). — Van Aubel (Ch.). — Van Ballaer (Ch.). — Van Bastelaer (L.). — Van den Gheyn, S. J. (R. P. J.). — Van der Smissen (Éd.). — Vanderstraeten (Dr A.). — Van Hoeck (Dr Ém.). — Van Keerbergen (Dr).— Van Swieten (R.). — Van Velsen (Dr). — Van Ysendyck (Dr). — Verhelst (Abbé F.). — Vervaeck (Dr). — Warlomont (Dr R.). — Wibo (Dr W.). —Willaert, S. J. (R. P. F.). — Wilmart (L.). — de Wouters d'Oplinter (Cher F.). — Zech.

Assche : Kurth. — **Auderghem** : Capart (J.). — **Boitsfort** : Masen (A.). — **Braine-l'Alleud** : Snoy (Bon G.). — **Etterbeek** : Mesens. — **Ixelles** (Bruxelles) : Beaujean (Ch.). — De Vadder (V.). — D'Hoop (F.). — Janssens. — Proost (Chan.). — de T'Serclaes (Cte J.). — **Jette-Saint-Pierre** : Viaene.

Louvain : Boine (Dr J.). — Breithof (F.). — Bruylants (G). — Bruylants (P.). — Cappellen (G.). — Collège Saint-Jean-Berchmans. — Coppens (A.). — Daubresse (P.). — Debaisieux (P.). — Debaisieux (Th.). — De Becker (Chan. J.). — de Dorlodot (Chan. H.). — Demanet (Chan.). — De Muynck (Chan. R.). — Denys (Dr J.). — Deploige (Mgr). — Descamps-David (Bon). — De Walque (F.). — Dumont (A.). — Dupriez. — Fenaux (Ed.). — Fournier, O. S. B. (Dom Gr.). — Gaillard, S. J. (R. P. J.). — Gillet, S. J. (R. P. Ch.). — Goedseels (Éd.). — Grégoire (Chan. V.). — Guelton (G.). — Havet (Dr J.). — Henry (L.). — Henry (P.). — Kaisin (F.). — Koltz (E.). — Mgr P. Ladeuze. — Laminne (Chan. J.). — Mgr F. Lefebvre. — Leplae (E.). — Malengreau. — Maréchal, S. J. (R. P. J.). — Maubert (Frère). — Orban de Xivry. — Pasquier (Ern.). — Pauwels, S. J. (R. P. J.). — Roland (P.). — Schaffers, S. J. (R. P. V.). — Scheuer, S. J. (R. P. G.). — Schockaert (R.). — Sibenaler (N.). — Simonart (Dr). — de Spoel-

berch (V^{te}). — Supérieur du Collège des Joséphites. — Suttor. — Thiéry (Chan. A.). — Thirion, S. J. (R. P. J.), — Tits (D^{r} A.). — Tits (Abbé L.). — de la Vallée Poussin (Ch.-J.). — Van Gehuchten. — Vermeersch, S. J. (R. P. A.). — Verriest (D^{r} G.). — Verriest. — Vollen (E.).

Kessel-Loo : Michotte (Alb.). — **Mousty-lez-Ottignies** : Proost (A.). — **Nivelles** : Stouffs (D^{r}). — Gillet (J.). — **Perck** : (par Vilvorde) : de Ribaucourt (C^{te}). — **Rixensart** : Gollier. — **Saint-Gilles** : (Bruxelles) : Nerincx (A.). — Struelens (D^{r}). — **Schaerbeek** (Bruxelles) : Delmer — Springael (Aug.). — Willame (A.). — **Tervueren** : Maes (D^{r} J.). — **Tubize** : Taymans (É.). — **Uccle** (Bruxelles) : Casteels. — Dejaer (J.). — Delvosal (J.). — Denoël. — Glibert (D^{r} D.). — Maes (Abbé). — Smedts (Arthur). — Somville (O.) — Vanderlinden (É.) — **Vlierbeek** : Helleputte (G.). — **Watermael** : Lecat (M.). — **Wauthier-Braine** : d'Ursel (C^{te} A.). — **Woluwe-lez-Bruxelles** : Lambin (A.). — **Woluwe-Saint-Lambert** : Convent (D^{r} A.). — Lambert (C.). — Lambert (M.). — **Woluwe-Saint-Pierre** : Lebrun (D^{r} H.).

Province de Liége : **Liége** : Béco (D^{r} L.). — Berleur (Ad.). — Collège Saint-Servais. — De Jace (Ch.). — Duquenne (D^{r} L.). — Francotte (H.). — Francotte (D^{r} X.). — Jeanne (H.). — Lambo, S. J. (R. P. Ch.). — Le Paige (C.). — de Meeus (C^{te} H.). — Meurice (L,). — Neuberg (J.). — Renier (A.). — S. G. Mgr Rutten. — Mgr Schoolmeesters. — Timmermans (F.). — Vandenpeereboom (E.). — **Chênée** : Theunissen (Fr.). — **Grivegnée** : Hans (J.). — **Huy** : Gelin (Abbé E.). — Goffart (J.). — **Montegnée** : Lhoest (H.). — **Pepinster** : Lejeune-Simonis. — **Stavelot** : David (P.) — **Trooz** : de Locht (L.).

Hainaut : **Mons** : Dufrane (D^{r}).

Acoz : Dupuis (H.). — Pirmez. — **Châtelet** : Pasquier (D^{r} A.). — **Châtelineau** : Allard (F.). — **Chimay** : Théron (J.). — **Couillet** : Dochain-Defer. — **Gosselies** : Drion (B^{on} Ad.). — **Hornu** : Hallez (E.). — **Marcinelle** : Evrard (N.). — **Marchienne** : Deboucq (L.). — **Monceau-sur-Sambre** : Thiébaut (F.). — **Montigny-sur-Sambre** : Rose (J.). — **Péruwelz** : Delaunois (D^{r} G.). — **Le Rœulx** : Van Caeneghem (Chan. F.). — **Tournai** : Blondel (A.). — Leconte (F.). — Peeters (J.). — S. G. Mgr Walravens. — **Wasmes** : Harmant.

Province de Namur : **Namur** : Baivy (D^{r}). — Bibot (D^{r}). — Castelein, S. J. (R. P.). — Collège Notre-Dame de la Paix. — Dierckx, S. J. (R. P. Fr.). — de Greeff, S. J. (R. P. H.). — Haibe (D^{r}). — S. G. Mgr Heylen. — Legrand (Chan. A.). — Lucas, S. J. (R. P. J.-D.). — Martin (D^{r}). — Marcq (J.). — Mélot (A.). — Schreiber. — Visart de Bocarmé.

Auvelais : Lambiotte (O.). — **Couvin** : Dubois (V.). — **Dinant** : Cousot (D^{r}). — **Floreffe** : Baseil (Abbé). — de Dorlodot (S.). — **Gembloux** : Bouckaert. — Poskin (P.). — **Heer-Agimont** : Gilbert (P.). — **Jambes** : Pierre (Abbé O.). — **Profondeville** : de Pierpont (Éd.). — **Saint-Servais** : Wilmotte (Abbé). — **Sclayn** : Wéry (D^{r} A.).

FRANCE

Paris : Béchaux. — Blondel. — Boussinesq. — Branly (Éd.). — Bulliot (J.). — Capelle (Abbé Éd.). — École libre de l'Immaculée-Conception. — École libre de Sainte-Geneviève. — Fiessinger (D^{r}). — Fonssagrives (Chanoine). — Mgr Graffin. — Hamonet (Abbé). — Humbert (G.). — de Joannis (Abbé). — Jordan (C.). — Lemoine (G.). — d'Ocagne (M.). — Picard (É.). — Termier (P.). — Zeiller (R.).

Départements : *Aisne* : **Braine** : Wolf. — *Allier* : **Cérilly** : Dumas-Primbault (H.). — **Saint-Bonnet de Rochefort** : du Ligondès (V^{te}). — *Alpes-Maritimes* : **Menton** : Farina (D^{r}). — **Nice** : Dardel (D^{r}). — *Aveyron* : **Viviez** : Berlingin (M.). — *Basses-Pyrénées* : **Abbadia** (par Hendaye) : Verschaffel (A.). — **Pau** : Haton de la Goupillière (J. N.). — *Bouches-du-Rhône* : **Marseille** : Bedel (Abbé R.). — Fabry (L.). — *Cher* : **Bourges** : de Grossouvre (A.). — Moreux (Abbé Th.). — **Saint-Satur** : Amagat (E. H.). — *Drôme* : **Aiguebelle** (par Grignan) : Arduin (Abbé A.). — *Eure-et-Loir* : **Villebeton** (par Châteaudun) : de Salvert (V^{te}). — *Gironde* : **Bordeaux** : Duhem (P.). — Kowalski (Eug.). — *Haute-Garonne* : **Toulouse** : Sabatier (P.). — Senderens (Mgr). — *Haute-Marne* : **Langres** : Raclot (Abbé V.). — *Isère* : **Lacombe de Lancey** (par Villard-Bonnot) : du Boys (P.). — **Voiron** : de Kirwan (Ch.). — *Loire* : **Saint-Étienne** : Grand'Eury (C.). — Hervier (Abbé J.). — *Loiret* : **Laval** : de Maupeou (C^{te}). — Œhlert

(D.-P.). — *Meurthe-et-Moselle :* **Ham** (par Longuyon) : Rachon (Abbé P.). — **Longwy** : de Saintignon (C^{te}). — *Morhiban :* **Kervihan** : Sageret. — *Nord :* **Cambrai** : Coulon (D^{r}). — **Lille** : d'Adhémar (V^{te} R.). — Annycke (Abbé Th.). — Barrois. — Mgr Baunard. — Bourgeat (Chan.). — Delemer (J.). — Desplats (D^{r} H.). - Desplats (D^{r} René). — D'halluin (D^{r} M.). — Duret (D^{r}). — Duthoit (E.). — Fenaert (Abbé). — Gosselet (J.). — Guermonprez (D^{r}). — Lenoble. — de Montessus de Ballore (V^{te} R.). — Rogie (D^{r}). — Stoffaes (Chan.). — Witz (A.). — *Rhône :* **Lyon** : de Sparre (C^{te}). — *Saône et Loire :* **Paray-le-Monial** : de Vorges (A.). — *Savoie :* **Aix-lez-Bains** : Dardel (D^{r}). — *Seine-et-Oise :* **Versailles** : Ariès (Lieut. colonel). — de Salvert (V^{te}). — *Seine-inférieure :* **Rouen** : Lechalas (G.). — *Vaucluse :* **Sérignan** (par Vaucluse) : Fabre (J.-H.).

ESPAGNE

Madrid : Adan de Yarza (B.). — Dusmet y Alonso (J.-M.). — Fita y Colomé, S. J. (R. P. F.). — Gonzalez de Castejon. — Grinda (J.). — Iniguez y Iniguez (Fr.). — S. Exc. Mgr Rinaldini. — Sanz (P.). — Solano y Eulate (M^{is}). — Torroja Caballe (Ed.). — **Bilbao** : Colegio de Estudios Superiores de Deusto (R. P. J. Man. Obeso, S. J.). — **La Coruna** : Casarès (F.). — **San Sebastian** : Balbas (Th.). — Yrigoyen (D^{r} C.). — **Segovia** : S. G. Mgr Miranda. — **Séville** : Abaurrea (L.). — **Tortosa** (Tarragona) : Cirera, S. J. (R. P. R.). — R. P. Rector del Colegio del Jesùs. — **Valencia** : Vicent, S. J. (R. P.). — **Valladolid** : Rodriguez-Risueno (E.). — **Zaragoza** : Navàs, S. J. (R. P. L.).

PAYS DIVERS

Allemagne : **Bitsch** (Lorraine) : Kieffer (Abbé J.-J.). — **Breslau** : Caratheodory (Costa). — **Cologne** : Schmidt (A.).

Angleterre : **Dublin** : (Irlande) : Conway (A. W.). — Egan, S. J. (R. P. M.). — Ryan (H.). — **Saint-Hélier** (Jersey — Iles-de-la-Manche) : Dechevrens, S. J. (R. P. M.).

Itatie : **Rome** : S. É. le cardinal Ferrata. — S. É. le cardinal Granito di Belmonte. — Hagen, S. J. (R. P.). — Kurth. — Mgr Ch. de T'Serclaes. — S. É. le cardinal S. Vannutelli. — **Catane** (Sicile) : S. É. le cardinal Nava di Bontifé.

Pays-Bas : **Fauquemont** (Limbourg hollandais) : Wasmann, S. J. (R. P.). — Wulf, S. J. (R. P. Th.). — **Gemert** : Boule, S. J. (R. P. L.). — de Sinéty, S. J. (R. P. R.). — **Oudenbosch** : Bolsius, S. J. (R. P. H.). — **Rotterdam** : De Veer, S. J. (R. P.).

Grand-Duché de Luxembourg : **Luxembourg** : Soisson (G.).— Van den Steen de Jehay (C^te^ Fréd.).

Suisse : **Fribourg** : Brunhes (J.). — Daniels (D^r^ Fr.). — De Kowalski (D^r^). — De Munnynck, O. P. (R. P.). — Kirsch (Mgr J. P.).

Turquie : **Constantinople** : Sarret (J.).

États-Unis : **New-York** : Guicheteau, S. P. M. (abbé F. H.). — **Los Angeles** (Californie) : Conroy (Ch. C.). — **Notre-Dame** (Indiana) : Kirsch (R. P. Al. M.). — **Washington** : Georgetown College Observatory.

Brésil : **Jaguarâo** : Boschmans (R. P.). — **Sao Paulo** : Sentroul (Mgr).

Chili : **Santiago** : C^te^ de Montessus de Ballore.

Mexique : **Puebla** : Colegio del Sagrado Corazon.

Indes Anglaises : **Calcutta** : Collège Saint-François-Xavier.

Égypte : **Caire** : de Vrégille, S. J. (R. P. P.).

Madagascar : **N.-D. de Lourdes d'Ambohibeloma** : Camboué, S. J. (R. P. P.).

Syrie : **Beyrouth** : Collangettes, S. J. (R. P.).

Philipinnes : **Manille** : Lefebvre (R. P. Maurice).

Membres décédés

R. P. Charles De Smedt.	Bruxelles.
De Lavelaye (P.)	Boitsfort (?)
De Moreau d'Andoye (B^on^)	Ottignies (?)
Van der Mensbrugghe (G.)	Gand.

Liste des membres inscrits dans les sections (1).

1re Section

Mathématiques, Astronomie, Géodésie. — Mécanique

MM. Vte d'Adhémar.
Alliaume.
Balbas.
Fr. Belpaire.
Abbé J. Belpaire.
*Berlingin.
*Bon G. de Béthune.
de Bien.
R. P. H. Bosmans, S. J.
Boussinesq.
de Boys.
*Breithof.
Carathéodory.
Casteels.
Conroy.
Abbé Coppieters de Stockhove.
*Cousin.
*Crame.
Daniels.
*Daubresse.
De Bloo.
*De Coster.
*Jules Dejaer.
*Deleu.
Dusausoy.
*Dutilleux.
Dutordoir.
R. P. M. Egan, S. J.
Fabry.
Fagnart.
*de Fooz.
R. P. J. Gaillard, S. J.
Abbé Gelin.
*Gilbert.
J. Gillet.

MM. Goedseels.
Gonzalez de Castejon.
Grinda.
*de Grossouvre.
Abbé Guicheteau, S. P. M.
*Hachez.
R. P. Hagen, S. J.
*Hans.
*Haton de la Goupillière.
*Havenith.
*Helleputte.
Humbert.
Iniguez.
Fern. Jacobs.
Janne.
Camille Jordan.
*Jourdain.
*Koltz.
*Lagasse-de Locht.
*C. Lambert.
*M. Lambert.
Lambin.
R. P. J. Lannoy, S. J.
Lechat.
*Lechalas.
Le Paige.
*Vte du Ligondès.
Paul Mansion.
*Cte de Maupeou.
*Cte de Meeus.
*Merten.
Meurice.
Vte J. de Monge.
Vte R. de Montessus.
Abbé Moreux.

---

(1) L'astérique indique les membres qui désirent prendre part aux travaux de plusieurs sections (cf. Art. 11 des Statuts).

MM. Neuberg.
*d'Ocagne.
E. Pasquier.
É. Picard.
*Richald.
Rose.
V^{te} de Salvert.
Pelegrin Sanz.
R. P. Schul, S. J.
*Mgr Sentroul.
Sageret.
*Sibenaler.
*Smits.
*Soisson.
C^{te} de Sparre.
*J. Stillemans.
Ch. Stoffaes.
*Storms.

MM. Suttor.
Théron.
Thiébaut.
Timmermans.
Torroja Cabelle.
C^{te} Jacques de T'Serclaes.
*C^{te} Aymard d'Ursel.
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
E. Vandenpeereboom.
Vanderlinden.
Verriest.
Verschaffel.
Wasteels.
R. R. F. Willaert, S. J.
Wolf.
F. Wolters.
*G. Wolters.

2e Section

Physique. — Chimie. Métallurgie. — Météorologie et Physique du globe

MM. Abaurrea.
Allard.
Amagat.
*André.
Abbé Th. Annycke.
Ariès.
Abbé Baseil.
Bayet.
A. Blondel.
Branly.
G. Bruylants.
P. Bruylants.
Bulliot.
Abbé Capelle.
*Charlier.
Casarès.
R. P. Cirera, S. J.
Chanoine Cocheteux.
R. P. Collangettes, S. J.
Conway.
R. P. Dechevrens, S. J.
Declercq.
Delemer.
Delvosal.

MM. Chanoine Demanet.
Chanoine De Muynck.
*De Preter.
F. de Walque.
Duhem.
Dumas-Primbault.
Abbé Fenaert.
Chanoine Gauthier.
*E. Gerard.
Gesché.
R. P. de Greeff, S. J.
Abbé Hamonet.
de Hemptinne.
Louis Henry.
Paul Henry.
Abbé de Johannis.
Kowalski.
de Kowalski.
*O. Lambiotte.
R. P. Ch. Lambo, S. J.
Lambot.
Chanoine Laminne.
Leconte.
Abbé Lemaire.

MM. Lemoine.
Lenoble.
de Locht.
R. P. Lucas, S. J.
Abbé Maes.
Frère Maubert.
R. P. Pauwels, S. J.
Abbé Pierre.
Abbé Raclot.
Roland.
*Ryan.
Sabatier.
Cte de Saintignon.
Sarret.
R. P. Schaffers, S. J.
R. P. Scheuer, S. J.
Schmidt.
Mgr Senderens.

MM. Arthur Smedts.
Somville.
*Springael.
Chanoine Thiéry.
R. P. Thirion, S. J.
Abbé Tits.
Abbé Van den Bossche.
E. Vanderlinden.
L.-N. Vandevyver.
M. Vandevyver.
Abbé Verhelst.
R. P. de Vregille, S. J.
Willame.
L. Wilmart.
Abbé Wilmotte.
*Witz.
R. P. Th. Wulf, S. J.

3e Section

Géologie, Minéralogie. — Zoologie. — Paléontologie. — Anthropologie Ethnographie, Science du langage. — Géographie

MM. Adan de Yarza.
Abbé Arduin.
Barrois.
Bastin.
Abbé Bedel.
Mis de la Boëssière-Thiennes.
Abbé Bols.
R. P. H. Bolsius, S. J.
R. P. Boschmans, O. Praem.
Bouckaert.
R. P. Boule, S. J.
Chanoine Bourgeat.
Brunhes.
Abbé Cabeau.
R. P. Camboué, S. J.
J. Capart.
Abbé J. Claerhout.
L. Coomans.
V. Coomans.
P. Debaisieux.
*Deboucq.
*V. De Brabandère.

MM. J. Declercq.
De Jonghe.
R. P. De Munnynck, O. O.
Denoël.
De Wildeman.
R. P. Fr. Dierckx, S. J.
Chanoine H. de Dorlodot.
S. de Dorlodot.
Bon Drion.
V. Dubois.
Abbé Dumez.
*Dumont.
Dusmet y Alonso.
*Evrard.
J.-H. Fabre.
R. P. Fita, S. J.
Dom Grég. Fournier, O. S. B.
de Gerlache.
Bon Gillès de Pélichy.
*J. Gillet.
J. Goffart.
Gollier.

MM. Gosselet.
Mgr Graffin.
Grand'Eury.
Chanoine Grégoire.
*B^{on} Greindl.
Mgr Hebbelynck.
Henseval.
Abbé Hervier.
Heynen.
Kaisin.
*Kersten.
Abbé Kieffer.
R. P. A.-M. Kirsch.
Mgr J.-P. Kirsch.
*de Kirwan.
Kurth.
D^{r} H. Lebrun.
Leclercq.
Mgr F. Lefebvre.
R. P. M. Lefebvre.
Lejeune de Schiervel.
Abbé Lemaire.
*Lhoest.
C^{te} Adolphe de Limburg-Stirum.
Maes.
Abbé Magnie.
Malengreau.
R. P. J. Maréchal, S. J.
F. Meunier.
Michotte.
MM. C^{te} F. de Montessus.
R. P. L. Navas, S. J.
Nollée de Noduwez.
MM. P. Nyssens.
D.-P. Œhlert.
J. Pieraerts.
de Pierpont.
Poskin.
Abbé Rachon.
*Renier.
C^{te} Adr. de Ribaucourt.
Rodriguez Risueno.
R. P. Schmitz, S. J.
Th. Schmitz.
Schreiber.
*Mgr Sentroul.
R. P. de Sinéty, S. J.
*H. Siret.
L. Siret.
Solano y Eulate.
Stainier.
Termier.
Van Bastelaer.
Chanoine F. Van Caeneghem.
Chanoine G. Van den Gheyn.
R. P. Van den Gheyn, S. J.
Van der Vaeren.
Abbé J. Van Mollé.
Van Ortroy.
Viaene.
R. P. Vicent, S. J.
A. de Vorges.
R. P. Wasmann, S. J.
Ch^{er} F. de Wouters.
Zeiller.

4^{e} Section

Anatomie, Physiologie. — Hygiène. — Pathologie, Thérapeutique, etc.

MM. Baivy.
Bauwens.
Béco.
Bibot.
Boine.
Convent.
Coopman.
Coulon.
MM. Cousot.
J. Cuylits.
Dardel.
Dauwe.
Frans Daels.
Th. Debaisieux.
Degive.
De Grave.

MM. J. De Lantsheere.
Delaunois.
Delcroix.
Delétrez.
Deleuze.
Denys.
Deroitte.
Henri Desplats.
René Desplats.
D'halluin.
Dubois-Verbrugghen.
Dufrane.
E. Dupont.
Duquenne.
Duret.
Farina.
Rob. Fernandès.
Fiessinger.
François.
X. Francotte.
Glibert.
Glorieux.
Goris.
Guermonprez.
Haibe.
Havet.
Ét. Henrard.
F. Henrard.
Heymans.
Huyberechts.
Javaux.
Lahousse.
Laruelle.
Laurent.
Marcq.
Maroy.
Martin.

MM. Masen.
Matagne.
Meessen.
Mennes.
A. Moeller.
N. Moeller.
Morelle.
Mullie.
A. Pasquier.
Proost.
Rogie.
Schockaert.
Simon.
Simonart.
Smets.
Solé.
Stouffs.
Struelens.
O. Swolfs.
Tits.
Ch. Van Aubel.
Van Biervliet.
Vanderstraeten.
Van Durme.
Van Gehuchten.
Van Hoeck.
Van Keerberghen.
Van Laethem.
Van Swieten.
Van Velsen.
Van Ysendyck.
Verriest.
Vervaeck.
Warlomont.
Wéry.
Wibo.
Yrigoyen.

3e Section

Agronomie. — Économie sociale, Statistique. — Sciences commerciales Économie industrielle

MM. Vte de Beauffort.
*Beaujean.
Béchaux.

MM. Beeckman.
Aug. Beernaert.
*Berleur.

MM. G. Blondel.
Bôval.
*V. De Brabandère.
Braun.
*Brifaut.
Bon de Broqueville.
Capellen.
E. Carton de Wiart.
H. Carton de Wiart.
Cartuyvels.
R. P. Castelein, S. J.
R. P. J. Charles, S. J.
Claeys-Bouuaert.
Colaert.
Cooreman.
Cranincx.
David.
Davignon.
H. De Baets.
Mgr De Becker.
De Greef.
De Jace.
L. De Lantsheere.
Delbeke.
De Meester.
Mgr Deploige.
Bon Descamps.
De Vadder.
Bon d'Huart.
Diderrich.
E. Dubois.
J. Dubois.
Du Bost.
Dumortier.
Duplat.
Dupret.
Dupriez.
Duthoit.
Eeckhout.
Fenaux.
Chanoine Fonssagrives
H. Francotte.
Fris.
Cher de Ghellinck.
Goffart.
Guelton.
Halot.

MM. A. Henry.
A. Janssen.
F. Janssens.
A. Joly.
L. Joly.
Chanoine Le Grand.
Leplae.
Levie.
Cte Éd. de Liedekerke de Pailhe.
Limpens.
*H. Mansion.
Mélot.
Cte W. de Mérode.
Mesens.
Bon de Mévius.
Nerincx.
Bon Orban de Xivry.
Bon Peers.
Jules Peeters.
Mgr Pieraerts.
Poullet.
Cte de Renesse.
Bon de Renette de Villers-Perwin.
Roersch.
Bon de Schilde.
Bon G. de Schilde.
Mgr Schoolmeesters.
Segers.
*Cher de Selliers de Moranville.
Sièges.
Smekens.
Bon Snoy.
Vte de Spoelberch.
Standaert.
Cte van den Steen de Jehay.
Stinglhamber.
Taymans.
Terlinden.
E. Thibaut.
J. de la Vallée Poussin.
Van den Heuvel.
A. Van der Mensbrugghe.
Van der Smissen.
Van Ockerhout.
R. P. Vermeersch, S. J.
Paul Vermeersch.
Van Vreckem.

MM. Versteylen.
C^te^ A. Visart de Bocarmé.
Visart de Bocarmé.
MM. Vollen.
Woeste.
Abbé Zech.

6e Section

Sciences techniques

MM. *André.
*Beaujean.
*Berleur.
*Berlingin.
*Bon G. de Béthune.
*F. Breithof.
*Carlier.
*Cousin.
*Crame.
*Daubresse.
*Deboucq.
*De Coster.
*J. De Jaer.
Dejardin.
*Deleu.
Delmer.
Demanet.
*De Preter.
D'Hoop.
Dochain-Defer.
*Dumont.
Dupuis.
*Dutilleux.
*Evrard.
*de Fooz.
Fraeys.
*E. Gérard.
R. P. Ch. Gillet, S. J.
*Glibert.
*Bon Greindl.
*de Grossouvre.
*Hachez.
Hallez.
*Hans.
Harmant.
*Haton de la Goupillière.
*Havenith.
Hélin.
*Helleputte.
MM. *Jourdain.
*Kersten.
*de Kirwan.
*Koltz.
*Lagasse-de Locht.
*C. Lambert.
*M. Lambert.
*Lambiotte.
*Lechalas.
*Lhoest.
Vte du Ligondès.
*H. Mansion.
*Cte de Maupeou.
*Cte H. de Meeus.
*Merten.
Meuwissen.
Morisseaux.
*d'Ocagne.
d'Orjo de Marchovelette.
Renaud.
*Renier.
*Richald.
*Ryan.
R. P. Ch. Schoonjans, S. J.
*Cher de Selliers de Moranville.
*Sibenaler.
*H. Siret.
Slingeneyer de Goeswin.
*Smits.
*Soisson.
*Springael.
*E. Storms.
Theunissen.
*Cte A. d'Ursel.
Van Brabandt.
R. Van der Mensbrugghe.
*Witz.
*G. Wolters.

MEMBRES DU CONSEIL

1910-1911

Président d'honneur : M. A. Beernaert.
Président : M. le Dr H. Desplats (1911).
Vice-Présidents : M. Éd. Vander Smissen (1911).
le R. P. Van den Gheyn (1914).
Secrétaire : M. P. Mansion (1911).
Trésorier : M. Éd. Goedseels (1912).
Membres : MM. Ch. Beaujean (1912).
le Mis de la Boëssière-Thiennes (1914).
L. Cousin (1913).
Éd. De Wildeman (1911).
Fr. De Walque (1914).
le Dr X. Francotte (1912).
le Chanoine V. Grégoire (1913).
Ch. Lagasse-de Locht (1913).
le Cte Ad. de Limburg-Stirum (1912).
E. Pasquier (1913).
A. Proost (1914).
Ch.-J. de la Vallée Poussin (1914).
G. Van der Mensbrugghe (1911).
le Dr A. Van Gehuchten (1912).
le Dr R. Warlomont (1911).

Conseiller honoraire : M. L. De Lantsheere.

MEMBRES DU CONSEIL

1911-1912

Président d'honneur :	M. A. Beernaert.
Président :	M. Éd. Van der Smissen (1915).
Vice-Présidents :	M. Éd. Branly (1912).
	M. le chanoine Grégoire (1913).
Secrétaire :	M. P. Mansion (1915).
Trésorier :	M. Éd. Goedseels (1912).
Membres :	MM. Ch. Beaujean (1912).
	le Mis de la Boëssière-Thiennes (1914).
	L. Cousin (1913).
	Éd. De Wildeman (1915).
	Fr. Dewalque (1914).
	le Dr X. Francotte (1912).
	Ch. Lagasse-de Locht (1913).
	le Cte Ad. de Limbourg-Stirum (1912).
	E. Pasquier (1913).
	A. Proost (1914).
	le R. P. Thirion (1915).
	Ch.-J. de la Vallée Poussin (1914).
	le R. P. Van den Gheyn (1914).
	le Dr A. Van Gehuchten (1912).
	le Dr R. Warlomont (1915).

Conseiller honoraire : M. D. De Lantsheere.

BUREAUX DES SECTIONS

1911-1912

1re Section

Président : le R. P. Bosmans, S. J.
Vice-Présidents : M. Goedseels.
M. Lecat.
Secrétaire : M. Dutordoir.

2e Section

Président : M. A. de Hemptinne.
Vice-Présidents : R. P. Schaffers, S. J.
M. le chanoine De Muynck.
Secrétaire : R. P. Lucas, S. J.

3e Section

Président : M. le Chanoine Grégoire.
Vice-Présidents : M. le Curé Claerhout.
M. le Dr H. Lebrun.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

4e Section

Président : M. le Dr Struelens.
Vice-Présidents : M. le Dr De Lantsheere.
M. le Dr Stouffs.
Secrétaire : M. le Dr Warlomont.

5e Section

Président : M. Morisseaux.
Vice-Présidents : M. Beernaert.
R. P. J. Charles, S. J.
Secrétaire : M. Éd. Van der Smissen.

6e Section

Président : M. P. Daubresse.
Vice-Présidents : M. Renaud.
M. Ch. De Coster.
Secrétaire : M. R. Van der Mensbrugghe.

SESSION DU 26 OCTOBRE 1911

A GAND

—

SÉANCES DES SECTIONS

—

Première section

—

M. L. Tits adresse à la section un mémoire *Sur la résolution des inéquations du premier degré à plusieurs inconnues.*

MM. Goedseels et Neuberg sont nommés commissaires pour l'examen de ce travail.

M. Mansion rappelle que, dans sa séance du 25 avril 1910, la section a décidé l'impression dans les ANNALES, du mémoire de M. le Comte de Sparre *Sur le mouvement des projectiles oblongs autour de leur centre de gravité.* Depuis lors M. de Sparre a pu examiner la théorie de ce mouvement exposée par M. Cranz dans le premier volume de son *Lehrbuch der Ballistik* publié chez Teubner en 1910. M. de Sparre a joint à son mémoire une note dans laquelle il discute certains points de la théorie de M. Cranz. Cette note a été imprimée à la suite du mémoire.

M. Mansion fait la communication suivante *Sur le théorème de Bernoulli :*

La démonstration du théorème de Jacques Bernoulli que nous avons publiée, en 1902, dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES (t. XXVI, 2e partie, pp. 191-205) est assez compliquée, parce que nous avons supposé que le produit du nombre d'épreuves par la probabilité de l'évènement simple

considéré n'est pas un nombre entier. De plus, la démonstration semble artificielle parce qu'elle s'appuie sur le théorème suivant : $a+b$ est égal ou supérieur à $2\sqrt{ab}$, et l'application de ce théorème introduit, en apparence, de trop grands changements dans la somme à calculer.

On peut faire disparaître ces deux défauts et introduire quelques simplifications dans la démonstration de la manière suivante :

Soient p et q les probabilités simples de deux évènements contraires A et B soumis à un nombre μ d'épreuves répétées dans les mêmes circonstances. On a

$$(p+q)^{\mu}=p^{\mu}+\mu p^{\mu-1}q+\cdots+C_{\mu}^{m}p^{m}q^{n}+\cdots+\mu pq^{\mu-1}+q^{\mu},$$

ou, en abrégé,

$$(p+q)^{\mu}=T_{\mu}+T_{\mu-1}+\cdots+T_{m}+\cdots+T_{1}+T_{0},$$

si

$$T_{m}=\frac{1.2\ldots\mu}{1.2\ldots m.1.2\ldots n}p^{m}q^{n}.$$

Dans la démonstration du théorème de Bernoulli, on cherche une valeur approchée de

$$P=\mathop{S}_{x=-L}^{x=+L}T_{r+x}$$

r désignant le plus grand entier contenu dans $(\mu+1)p$, L un nombre entier tel que P ne forme qu'une partie de $(p+q)^{\mu}=1$. On sait que T_r est le terme le plus grand du développement de $(p+q)^{\mu}$.

Premier cas : $r=\mu p$. *Limite inférieure de* P. Dans ce cas, on trouve immédiatement, par la formule de Stirling,

$$T_{\mu p+x}>\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu pq}}t_{\mu p+x},$$

où

$$t_{\mu p+x}=\frac{e^{\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\mu}-\frac{1}{\mu p+x}-\frac{1}{\mu q-x}\right)}}{\left(1+\frac{x}{\mu p}\right)^{\mu p+x+\frac{1}{2}}\left(1-\frac{x}{\mu q}\right)^{\mu q-x+\frac{1}{2}}}.$$

Posons

$$t_{\mu p+x}=e^{-v_x},\quad t_{\mu p-x}=e^{-v_{-x}},$$

$$v_x=\left(\mu p+x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1+\frac{x}{\mu p}\right)+\left(\mu q-x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1-\frac{x}{\mu q}\right)$$
$$+\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\mu p+x}+\frac{1}{\mu q-x}-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$v_{-x}=\left(\mu p-x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1-\frac{x}{\mu p}\right)+\left(\mu p+x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1+\frac{x}{\mu q}\right)$$
$$+\frac{1}{12}\left(\frac{1}{\mu p-x}+\frac{1}{\mu q+x}-\frac{1}{\mu}\right),$$

puis encore, pour abréger,

$$v_x=\mathrm{F}(x^2)+xf(x^2),\quad v_{-x}=\mathrm{F}(x^2)-xf(x^2).$$

On aura immédiatement

$$\mathrm{T}_{\mu p+x}+\mathrm{T}_{\mu p-x}>\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu pq}}\left(t_{\mu p+x}+t_{\mu p-x}\right)$$
$$=\frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}}e^{-\mathrm{F}(x^2)}\,\mathrm{Ch}\,[xf(x^2)]>\frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}}e^{-\mathrm{F}(x^2)}.$$

Or

$$2\mathrm{F}(x^2)=$$
$$\left(\mu p+x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1+\frac{x}{\mu p}\right)+\left(\mu p-x+\frac{1}{2}\right)\log\left(1-\frac{x}{\mu p}\right)$$
$$+\frac{1}{12}\frac{2\mu p}{\mu^2p^2-x^2}+\text{expression analogue en } q-\frac{1}{6\mu}$$
$$=\left(\mu p+\frac{1}{2}\right)\log\left(1-\frac{x^2}{\mu^2p^2}\right)+x\log\left[\left(1+\frac{x}{\mu p}\right):\left(1-\frac{x}{\mu p}\right)\right]$$
$$+\frac{1}{12}\frac{2\mu p}{\mu^2p^2-x^2}+\text{expression analogue en } q-\frac{1}{6\mu}.$$

En supprimant les termes qui contiennent $\frac{1}{2}$, on aura

$$2\mathrm{F}(x^2)<\mu p\log\left(1-\frac{x^2}{\mu^2p^2}\right)+x\log\left[\left(1+\frac{x}{\mu p}\right):\left(1-\frac{x}{\mu p}\right)\right]$$
$$+\frac{1}{12}\frac{2\mu p}{\mu^2p^2-x^2}+\text{expression analogue en } q-\frac{1}{6\mu}.$$

D'où enfin

$$-\mathrm{F}(x^2) > -\frac{1}{2}\mu p \log\left(1-\frac{x^2}{\mu^2 p^2}\right) - x\log\left[\left(1+\frac{x}{\mu p}\right):\left(1-\frac{x}{\mu p}\right)\right]$$

$$-\frac{1}{2}\mu q \log\left(1-\frac{x^2}{\mu^2 q^2}\right) - x\log\left[\left(1+\frac{x}{\mu q}\right):\left(1-\frac{x}{\mu q}\right)\right]$$

$$+\frac{1}{12\mu}-\frac{1}{12}\frac{\mu p}{\mu^2 p^2 - x^2}-\frac{1}{12\mu^2 q^2 - x^2}.$$

En développant en série les logarithmes du second membre de cette inégalité, on trouve une limite inférieure de

$$\mathrm{T}_{\mu p + x} + \mathrm{T}_{\mu p - x},$$

un peu plus grande que celle que nous avons obtenue antérieurement d'une manière plus pénible, dans le mémoire cité plus haut.

Limite supérieure de P. La méthode exposée dans ce mémoire antérieur, ne permettait pas de trouver une valeur supérieure de P autre que l'unité. La méthode actuelle suggère, au contraire, un procédé naturel pour arriver à une pareille limite.

On a, par la formule de Stirling,

$$\mathrm{T}_{\mu p + x} < \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu p q}}\, u_{\mu p + x},$$

si

$$u_{\mu p + x} = \left(1+\frac{x}{\mu p}\right)^{-\mu p - x - \frac{1}{2}}\left(1-\frac{x}{\mu q}\right)^{-\mu q + x - \frac{1}{2}}.$$

En opérant sur $u_{\mu p + x}$ comme on l'a fait plus haut pour $t_{\mu p + x}$, on trouve assez aisément

$$u_{\mu p + x} + u_{\mu p - x} < 2e^{-\frac{x^2}{2\mu p q}} \operatorname{ch} \chi(p,q),$$

$$\chi(p,q) = \frac{1}{2}\mathrm{L}\log\left[\left(1-\frac{\mathrm{L}^2}{\mu^2 p^2}\right):\left(1-\frac{\mathrm{L}^2}{\mu^2 q^2}\right)\right]$$

$$+\frac{1}{2}\mu p\log\left[\left(1+\frac{\mathrm{L}}{\mu p}\right):\left(1-\frac{\mathrm{L}}{\mu p}\right)\right]-\frac{1}{2}\mu q\log\left[\left(1+\frac{\mathrm{L}}{\mu q}\right):\left(1-\frac{\mathrm{L}}{\mu q}\right)\right].$$

On peut remplacer aussi $\chi(p, q)$ par une limite supérieure plus maniable.

Second cas : *μp n'est pas entier.* La méthode précédente repose au fond sur l'emploi de l'identité

$$e^a + e^b = 2e^{\frac{a+b}{2}} \operatorname{ch}\left(\frac{a-b}{2}\right).$$

Le second nombre est compris entre

$$2e^{\frac{a+b}{2}} \text{ et } 2e^{\frac{a+b}{2}} \operatorname{ch} M$$

M étant une quantité plus grande que la valeur absolue de $\frac{a-b}{2}$.

Dans le cas où μp n'est pas entier, posons, r étant entier,

$$(\mu+1)p = r + \epsilon \qquad 0 \leqq \epsilon \leqq 1$$
$$r = \mu p', \qquad \mu - r = s = \mu q'$$

de sorte que

$$(\mu+1)p = \mu p' + \epsilon, \qquad p' = p + \frac{p}{\mu} - \frac{\epsilon}{\mu} = p + z, \qquad q' = q - z,$$

z étant compris entre $\frac{p}{\mu}$ et $-\frac{q}{\mu}$.

En raisonnant comme dans le premier cas, on trouve que l'on a, pour la probabilité cherchée P,

$$\left(\frac{p}{p'}\right)^r \left(\frac{q}{q'}\right)^s P_m < P < \left(\frac{p}{p'}\right)^r \left(\frac{q}{q'}\right)^s P_M,$$

P_m et P_M étant les limites relatives à un nombre μ d'épreuves, quand les évènements A et B ont des probabilités simples p' et q'.

Le facteur $\left(\frac{p}{p'}\right)^r \left(\frac{q}{q'}\right)^s$ est toujours inférieur à l'unité et on peut assez facilement le remplacer par une expression approchée de la forme $1 - \alpha$ où α est très petit quand μ est très grand.

M. Mansion communique à la section une observation *Sur un mémoire de Tchebychef.*

Tchebychef a publié en 1846, dans le Journal de Crelle,

t. XXXIII, pp. 259-268, un mémoire extrait d'un de ses ouvrages en russe et intitulé : *Démonstration élémentaire d'une proposition générale de la théorie des probabilités.* Il est reproduit dans les *Œuvres* de ce géomètre (St-Pétersbourg, 1899; Leipzig, Voss), t. I, pp. 15-26.

Jusqu'à présent, ce mémoire a échappé à l'attention des mathématiciens qui s'occupent de calcul des probabilités. Il contient une démonstration très pénible à suivre, il est vrai, mais au fond élémentaire, de la *loi des grands nombres* de Poisson, considérée comme loi asymptotique. Cette démonstration est absolument rigoureuse et aurait dû être signalée, sinon reproduite, dans les traités de calcul des probabilités.

Dans une note de la page 264 (*Œuvres,* t. I, pp. 23 et 24), Tchebychef démontre d'une manière simple la formule de Stirling. Son procédé de démonstration est précisément celui qui a été employé beaucoup plus tard par Rouché (Comptes rendus, 1890, t. CX, pp. 513-515).

Le R. P. Bosmans présente à la section un travail de M. Goedseels *Sur une méthode de Snellius, attribuée à tort à Pothenot*, et il ajoute que M. Goedseels lui a transmis ultérieurement une note complémentaire inachevée et qui devra lui être renvoyée. La section décide de soumettre le mémoire, lorsqu'il sera complet, à l'appréciation de M. Neuberg.

M. Goedseels a aussi adressé à la section un mémoire *Sur le niveau à bulle.* Le R. P. Willaert est nommé commissaire pour l'examen de ce travail.

Le R. P. Bosmans annonce la présentation d'un mémoire *Sur l'emploi des indéfiniment petits d'Archimède dans la première édition de la Mécanique de Simon Stevin* (Leyde 1586).

Il expose en quelques mots comment l'étude des manuscrits de Grégoire de St-Vincent, conservés à la Bibliothèque Royale de Belgique, l'a déterminé à faire cette étude, avant d'entreprendre un travail analogue sur les méthodes du Jésuite brugeois.

Le mémoire annoncé par le R. P Bosmans sera soumis à l'appréciation de M. Mansion.

M. Lecat fait une communication *Sur les déterminants de classe impaire uniformes*. Sur la proposition de M. Mansion, la section vote l'insertion de ce mémoire dans la seconde partie des ANNALES.

M. Verriest fait rapport sur l'essai de démonstration par M. Sageret du *théorème de Fermat,* impossibilité de la relation $a^n + b^n = c^n$, n étant entier et > 2 et a, b, c rationnels.

M. Verriest conclut que les déductions de M. Sageret n'atteignent pas leur but.

M. Pasquier communique à la section les résultats d'une étude *Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale.*

Le mémoire de M. Pasquier sera soumis à l'avis de M. Janne et imprimé dans les ANNALES, si cet avis est favorable.

Seconde section

—

M. Vandevyver, directeur de la Station de Géographie mathématique à l'Université de Gand, conduit les membres de la Section dans les diverses installations de l'Observatoire astronomique, météorologique et magnétique dont il a été l'organisateur.

Cet ensemble d'installations réussies de tout point et qui lui ont valu plus d'un éloge bien mérité, notre distingué confrère a bien voulu le montrer en détail aux membres de la Section.

Lui-même en a donné, dans son *Annuaire météorologique* (3me année : mars 1909-février 1910, pp. 78-92, 7 planches), une description complète à laquelle nous ne pouvons mieux faire que de renvoyer le lecteur, nous bornant ici à signaler les principaux appareils de chacun des services.

Service astronomique :

Dans la salle méridienne E, Cercle méridien portatif de Dallmeyer ; à l'usage des élèves.

Salle méridienne W, Cercle méridien de Cooke ; pour le service de l'heure.

Équatorial de Cooke (9 pouces) sous coupole (avec hélioscope, spectroscope, etc...).

Horloge astronomique de Strasser et Rhode, réglée en temps sidéral ; donnant l'heure aux salles méridiennes et à l'équatorial.

Horloge astronomique des mêmes constructeurs. (réglée en temps officiel belge.)

Télescope de Foucault, à monture équatoriale.

Petite lunette astronomique portative; destinée à suivre les ballonnets sondes.

Service de géodésie, de topographie, etc... et instruments pour explorateurs :

Appareil universel d'Ertel.

Cercle géodésique.

Matériel pour la mesure des bases avec fil en invar.

Théodolite d'Hurlimann et déclinomètre.

Boussole éclimètre.

Grand niveau.

Tachymètre.

Sextant avec gyroscope collimateur de Fleuriais.

Altazimut, pour triangulation du 1^er^ et 2^d^ ordre.

Service magnétique :

Théodolite magnétique de campagne.

Inclinomètre.

Appareils à lecture directe : déclinatoire, bifilaire et balance magnétique, observés tous les trois avec une seule lunette, grâce au dispositif imaginé par M. Van de Vyver et décrit dans nos Annales (tome XXXV, fasc. 1, p. **81**).

Les mêmes appareils, avec enregistreur Carpentier.

Service météorologique :

Anémoscope enregistreur à transmission mécanique.

Anémomètre girouette enregistreur à 16 directions.

Girouette enregistrante de Berget, modifiée par M. Vandevyver.

Grand baromètre enregistreur de Richard.

Baromètre de gravité enregistreur.

Baromètre étalon avec cathétomètre.

Statoscope enregistreur.

Actinomètre de Crova.

Thermomètres de divers genres.

Hygromètres.

Poste d'électricité atmosphérique, avec prise de potentiel au moyen d'une capsule au chlorure de baryum radifère.

Sur la terrasse les appareils classiques enregistreurs ou à lecture directe, parmi lesquels il nous faut signaler : le pluviographe enre-

gistreur et surtout l'appareil-girouette pour la mesure de la pression du vent, ce dernier inventé par notre confrère, l'autre singulièrement perfectionné par lui.

Au centre de ces diverses installations se trouvent le cabinet du Directeur, l'auditoire, une bibliothèque riche en cartes topographiques, magnétiques, météorologiques, etc... et enfin l'atelier où un mécanicien de talent a réalisé les divers projets ou perfectionnements dus à l'ingéniosité de notre habile et savant confrère.

La Station de Géographie de Gand a été la première en Belgique, à recevoir les signaux émis par T. S. F.

Aussi au cours de leur visite les membres de la section ont-ils eu le plaisir d'assister à la réception de l'heure et de la dépêche météorologique transmis par la Tour Eiffel, ainsi qu'à celle des signaux horaires donnés par Norddeich.

Le P. Schaffers, S. J., décrit un appareil de cours pour l'enseignement de la mécanique.

Cet appareil est destiné à montrer que le travail d'une force est constant lorsque la projection sur sa direction de la trajectoire décrite est constante, quelle que soit d'ailleurs la forme de cette trajectoire. Il est tout indiqué de recourir à la pesanteur pour produire le travail et le mettre sous forme de force vive ; mais pour l'absorber et faire constater qu'il reste invariable, il y a quelques précautions à prendre. On y réussit assez bien au moyen du dispositif suivant : Une bille en acier (bille d'automobile) descend sur deux rails en cornière de fer du commerce, dont l'inclinaison peut être réglée à volonté, et vient choquer une palette portée par une aiguille qui se meut devant un quart de cercle divisé. Cette aiguille est équilibrée de manière à être soustraite à l'action de la pesanteur, et maintenue au zéro par un ressort en spirale. C'est ce ressort qui absorbe la force vive au moment du choc, et l'égalité approximative des écarts de l'aiguille témoigne de la constance du travail de la pesanteur. Pour l'apprécier plus facilement, on lit les indications d'une aiguille plus légère que l'aiguille principale pousse devant elle et abandonne à l'extrémité de sa course.

L'essentiel est de maintenir constante la distance verticale qui sépare le point d'arrivée et le point de départ de la bille, tout en

faisant varier l'inclinaison des rails et par suite la longueur du chemin parcouru. Dans ce but, les rails ne pivotent pas sur un arbre horizontal continu qui les traverserait tous deux, mais sur deux demi-arbres de même axe géométrique, portés chacun par une console. L'extrémité de l'aiguille qui porte la palette descend entre ces demi-arbres. Elle est réglée au moyen de son ressort spiral de manière que le plan de la palette choquée par la bille contienne l'axe géométrique des demi-arbres et que l'aiguille soit perpendiculaire aux rails (dans le plan vertical, bien entendu). Le quadrant divisé et les supports de l'aiguille sont d'ailleurs solidaires de ces rails, si bien que la pente peut être changée comme on veut, sans que la hauteur du point d'impact de la bille avec l'aiguille subisse le moindre changement.

Vers l'autre extrémité, les rails sont supportés par une goupille qui se glisse dans des trous ménagés dans une espèce de pont horizontal, également en cornière de fer, de manière à leur donner diverses inclinaisons. Sur ce pont enfin peut se déplacer horizontalement l'appareil de déclanchement à ressort. Quand il est armé, une tige s'avance entre les deux rails pour soutenir la bille et cette tige se dérobe au moment du déclanchement.

On peut varier les expériences en laissant tomber la bille en chute libre, au moyen de la même tige ; on peut aussi fixer sur les rails rectilignes des chemins courbes, en forme de montagne russe, par exemple.

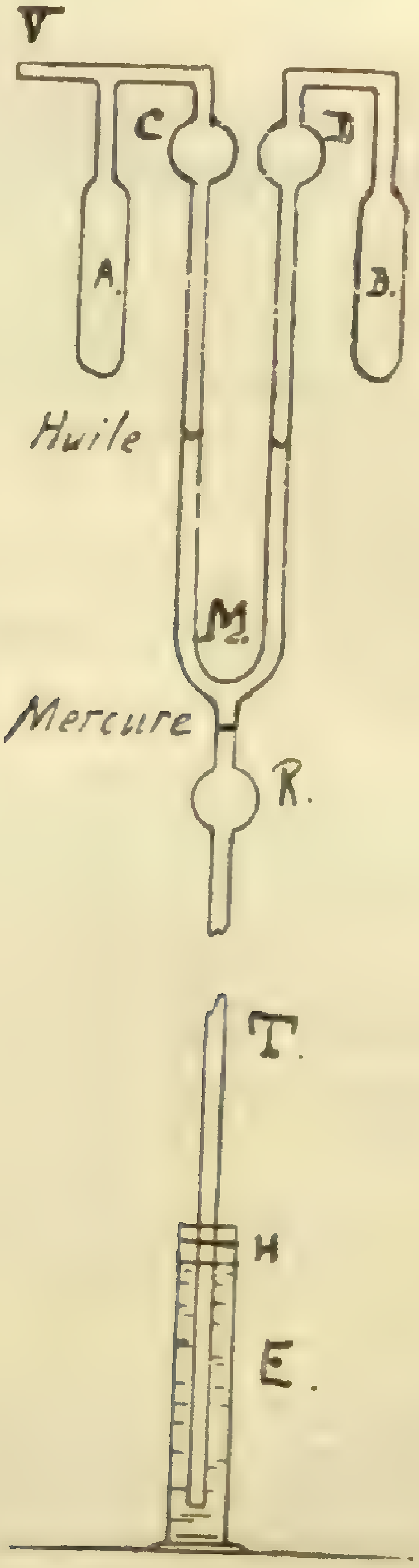
Les résultats sont assez satisfaisants si l'on a pris soin de bien établir le chemin de roulement, de manière à réduire le frottement et les chocs au minimum. Avec des rails à arêtes vives, les écarts de l'aiguille diminuent peu quand l'inclinaison augmente. On ne saurait d'ailleurs faire disparaître ces variations, évidemment ; mais cela même est instructif, en montrant l'influence du frottement.

L'appareil pourrait, avec quelques modifications, être adapté à un plan incliné ordinaire.

M. de Hemptinne expose de nouvelles recherches au sujet de l'influence de la pression sur l'action chimique de l'effluve électrique.

M. Vandevyver communique à la Section la note suivante, due à M. Goubau, préparateur au laboratoire de Chimie de l'École préparatoire du Génie civil annexée à l'Université de Gand.

En principe, le tensimètre différentiel de *Bremer* et *Frowein* se compose, comme on le sait, de deux réservoirs A et B raccordés



par un tube en U, formant manomètre ; en C et D sont soudés deux renflements sphériques.

Dans l'un des réservoirs A, on met la substance dont on veut mesurer la tension de vapeur, et dans l'autre B, on met un absorbant approprié (P_2O_5, H_2SO_4 etc., s'il s'agit par exemple de maintenir nulle la tension de la vapeur d'eau) ; enfin le manomètre M contient un liquide qui doit évidemment être sans action sur la vapeur en expérience ; supposons que ce soit de l'huile.

L'appareil est raccordé en V à une trompe à mercure.

On fait le vide, mais en ayant soin d'incliner le système vers l'horizontale, afin de faire passer le liquide manométrique de M en D par exemple, ce qui a pour conséquence de mettre les réservoirs A et B en communication.

Le vide étant poussé suffisamment loin, on scelle l'appareil au chalumeau en V, on le redresse et on le place dans un thermostat ; le liquide de D repasse dans les deux branches de M, mais avec une certaine dénivellation qui mesure la tension que l'on cherche.

Ceux qui ont eu à se servir de l'appareil, savent combien sont fastidieuses ces manœuvres de renversement et de redressement; voici comment je les ai évitées. Au lieu de terminer l'appareil en M, j'y ai ajouté un tube T à renflement R, le tout ayant environ $0^{m},90$.

La partie inférieure de T est destinée à être plongée dans une éprouvette profonde E contenant du mercure sur lequel surnage en H une certaine quantité du liquide manométrique, donc de l'huile.

L'appareil se charge comme précédemment, mais avec cet avantage, qu'il peut, dès le début des opérations, être placé dans le thermostat.

En commençant le vide on plonge d'abord le bas du tube T dans l'huile, et lorsqu'on juge qu'une quantité suffisante d'huile à été aspirée, on enfonce le tube dans le mercure ; dès ce moment ce tube joue le rôle de manomètre. On s'arrange de façon, que quel que soit le degré de vide atteint, l'huile ne dépasse jamais la partie supérieure de R.

Cela étant, si l'on veut maintenant mesurer la tension de la vapeur contenue dans l'appareil, il ne reste qu'à soulever l'éprouvette E, ce qui fait déborder l'huile dans les deux branches de M, et nous ramène au cas précédent, avec cette énorme différence, *qu'il suffit d'élever ou d'abaisser* E *pour refaire autant de fois qu'on le veut une mesure de tension.*

La très ingénieuse modification apportée par M. Goubau à l'appareil de Bremer m'a paru de nature à intéresser la Section, d'autant plus que ce dispositif nouveau s'applique non seulement aux recherches de Chimie, mais peut aussi être employé en physique, voire même dans un cours, comme appareil de démonstration.

Un rapport préliminaire du P. Wulf, S. J., sur ses recherches en cours concernant les *Phénomènes de radioactivité et le système périodique des éléments* est lu par le secrétaire. La section émet à l'unanimité un avis favorable relativement à la demande d'un subside formulée à la fin de ce rapport.

La section vote l'impression de la note suivante présentée par le P. Mulder, S. J., professeur de Physique à Oudenbosch (Pays-Bas).

Sur la détermination de la valeur absolue du phénomène de Peltier dans les métaux antimoine et bismuth.

Il est facile de démontrer l'existence du phénomène de Peltier soit par un système thermoélectrique, soit même au moyen d'un thermomètre. Les difficultés se présentent lorsqu'il s'agit d'en déterminer avec précision la valeur calorifique. Aussi les auteurs qui ont étudié le couple antimoine-bismuth se sont-ils bornés à déterminer quelques élévations ou baisses de température, parfois en unités arbitraires et de là non comparables entre elles.

Pour les métaux qui peuvent être étirés en fils minces la difficulté est moins grande et je n'ai qu'à rappeler ici les expériences de M. Paul Cermak (Wien. Ber. 116, p. 657, 1907), pour montrer que dans ces cas on peut atteindre une précision suffisante. En opérant avec les métaux antimoine et bismuth au contraire on est obligé d'employer des barres plus ou moins épaisses, si l'on veut qu'elles ne soient pas trop fragiles, s'échauffant vite sous l'action d'un courant électrique et absorbant par leur grand volume une quantité de chaleur considérable dans le calorimètre. La détermination de la valeur en eau du système calorimétrique est dès lors assez incommode et sujette à des inexactitudes inévitables.

C'est afin d'éviter ces difficultés que j'ai appliqué le dispositif suivant, que je propose de nommer le *calorimètre différentiel.*

La figure 1 représente deux calorimètres en forme de vases de Dewar, C_1 et C_2 dans lesquels on a introduit deux systèmes exactement égaux de barres d'antimoine et de bismuth (Bi, Sb) soudées l'une à l'autre en *a-b*. Les conducteurs D_1 D_2 D_3 et D_4 sont de gros fils de cuivre, isolés jusqu'en *c*, et fixés aux barres afin de donner une position invariable aux spirales de fer mince S_1 S_2 auxquelles ils sont soudés en *d*. De plus, on a introduit entre les spirales et les barres deux éléments thermo-électriques T_1 et T_2 en fils de fer et de constantan couplés *en opposition* en X par la soudure des

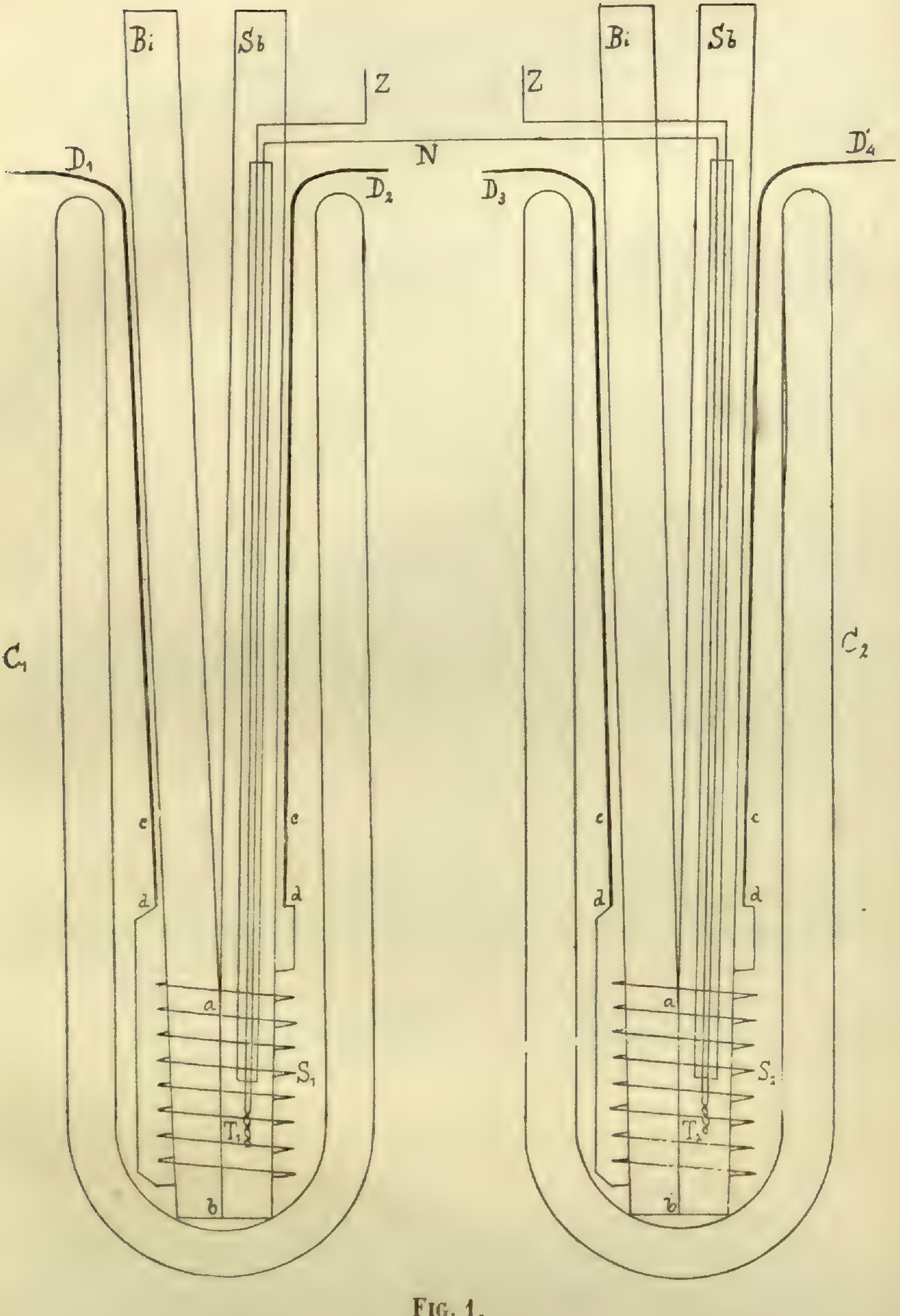


FIG. 1.

fils de constantan. Les fils de fer Z et Z conduisent au galvanomètre G_1 (fig. 2). Enfin les deux calorimètres sont remplis d'alcool à 95 % jusqu'en *d*.

On voit que, dans cette disposition, le galvanomètre G_1 traduira toute différence de température dans les calorimètres par une déviation de la tache lumineuse sur l'échelle L (fig. 2) et la projettera invariablement sur le même point de l'échelle tant que cette *différence* est *constante*, soit que les températures en T_1 et T_2

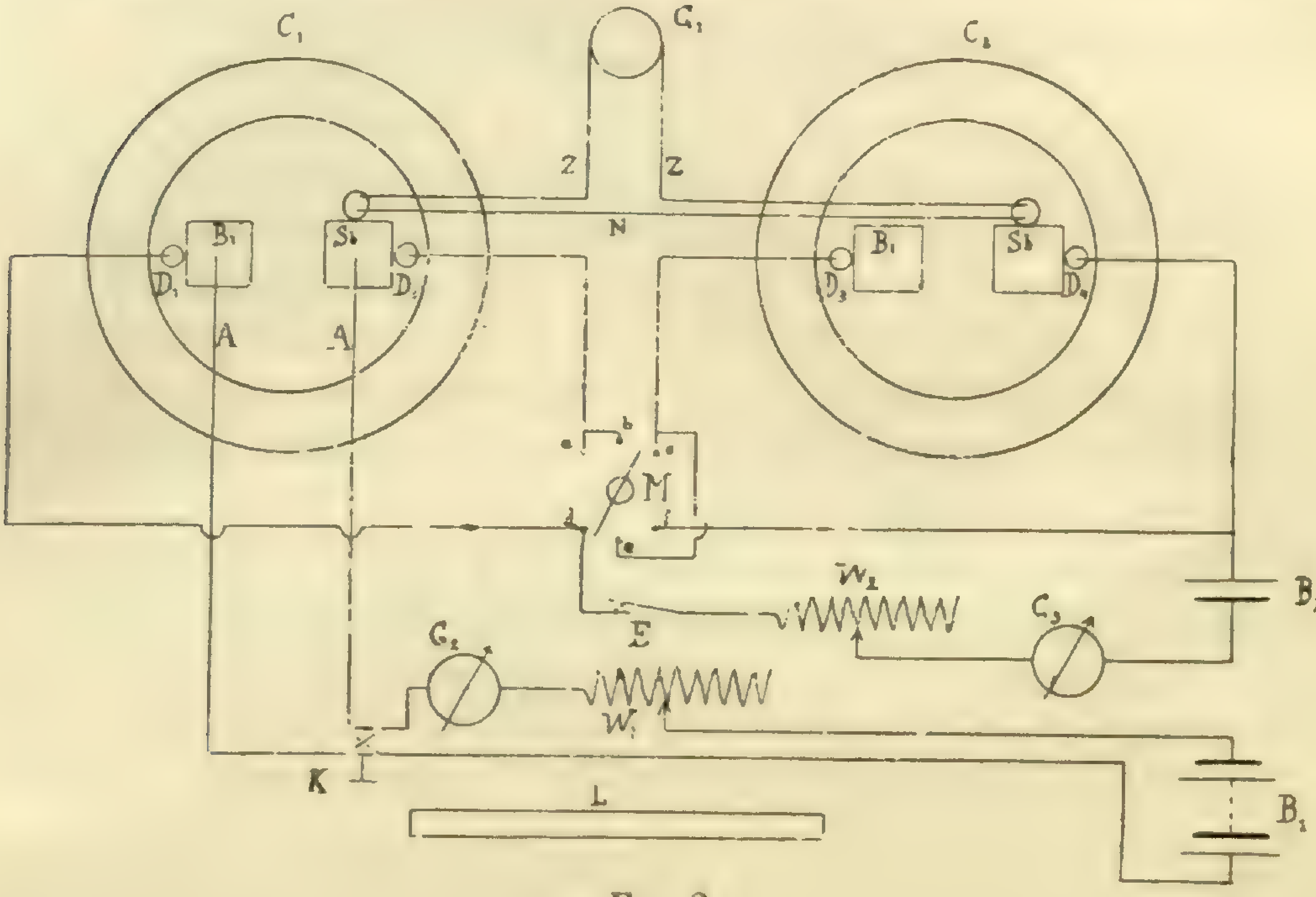


Fig. 2.

(fig. 1) restent *constantes*, soit qu'elles augmentent ou diminuent d'*un même facteur*. Lorsque la température est *la même* en T_1 et T_2, la tache lumineuse reste dans la position d'équilibre, même si la température monte ou diminue en T_1 et T_2, pourvu que ce soit en même proportion.

Or, 1° comme la valeur en eau des deux systèmes est choisie absolument *égale*, la fixité de la tache ne peut se maintenir que lorsque les quantités de chaleur, ajoutées ou soustraites aux deux calorimètres sont *égales* elles aussi ; 2° de plus, si l'un des systèmes, par exemple C_2 est *conservé intact*, tandis qu'à l'autre on *soustrait et ajoute simultanément* des quantités de chaleur, *ces deux quantités* doivent être rigoureusement égales *pour que la tache reste en repos*.

Ces *deux conclusions* m'ont servi à déterminer l'effet tant *positif* que *négatif* de Peltier.

La figure 2 représente la disposition des instruments.

A. Commençons par l'effet *négatif*, et l'application de la *2^me^ conclusion*.

Un courant électrique passe du bismuth à l'antimoine (Bi ⟶ Sb, fig. 1) ; l'effet est un *refroidissement* dans le liquide calorimétrique et l'aiguille T_1 (fig. 1) commencerait à se *refroidir* elle aussi, si au même instant un autre courant dans la spirale S_1 *n'échauffait* l'alcool de telle sorte que la quantité de chaleur produite par la spirale soit *égale* à celle absorbée par le système Bi/Sb. Cette égalité peut être facilement obtenue en changeant la résistance du rhéostat W_2 (fig. 2). Le calcul de cette quantité est alors extrêmement facile : on n'a qu'à appliquer la formule $Q = 0{,}239\ i^2wt$, dans laquelle w est la résistance du fil de fer mince S_1 entre les points *d-d'*. La valeur de t est indifférente, parce que les deux courants agissent simultanément ; on peut donc la négliger et l'observation se réduit à trois points :

1° Manœuvrer le rhéostat W_2 jusqu'à ce que la tache lumineuse reste en repos, à quelque point de l'échelle que ce soit.

2° Noter l'intensité du courant d'échauffement, que nous désignons par I_{S_1}, et qu'indique le galvanomètre G_3.

3° Noter l'intensité du courant Bi/Sb indiqué sur G_2 et que nous désignons par I_H.

Nous connaissons alors la valeur de Q, c'est-à-dire de la résultante d'un effet-Joule, J, et d'un effet *négatif* de Peltier, π, produits par un courant de l'intensité I_H. Comme cette résultante est un *refroidissement*, il faut prendre Q *négatif*, et on a :

$$J - \pi = Q = -0{,}239\ w\ I_{S_1}^2$$

B. Il nous reste à connaître la résultante Q' de l'effet-Joule et l'effet *positif* de Peltier, produits par un courant de même intensité. Cela nous sera facile par l'application de la *première conclusion*.

Nous n'avons qu'à retourner le commutateur K (fig. 2) et le courant se dirige de l'antimoine au bismuth (Sb ⟶ Bi, fig. 1 et 2). De même le commutateur M (fig. 2) est retourné de sorte que le courant d'échauffement passe par la spirale S_2 dans le calori-

mètre C_2 (fig. 1). Au moyen du régulateur de résistance W_2 (fig. 2) on fixe la tache lumineuse à un point quelconque de l'échelle.

Ceci fait, nous notons l'intensité du courant d'échauffement I_{S_2} et celle de l'autre courant, qui doit être encore I_H et la quantité Q' nous est connue.

$$\text{Donc : } J + \pi = Q' = 0{,}239\, w\, I_{S_2}^2$$

$$\text{puis, soustrayant : } J - \pi = Q = -\, 0{,}239\, w\, I_{S_1}^2$$

$$\text{il reste : } \quad 2\,\pi = 0{,}239\, w\, (I_{S_2}^2 + I_{S_1}^2)$$

$$\text{ou : } \quad \pi = 0{,}239\, w\, \frac{I_{S_1}^2 + I_{S_2}^2}{2}$$

π étant l'effet Peltier d'un courant de l'intensité I_H.

Comme cet effet est directement proportionnel au courant, on a, pour un courant de 1 ampère :

$$\Pi = 0{,}239\, w\, \frac{I_{S_1}^2 + I_{S_2}^2}{2} \times \frac{1}{I_H}.$$

Dans une série d'expériences, faites à la température de 20° C., j'ai constaté les valeurs suivantes :

$$w = 0{,}320\ ;\ I_{S_1} = 0{,}67\ ;\ I_{S_2} = 1{,}22\ ;\ I_H = 6{,}9.$$

La substitution nous donne :

$$\Pi = 0{,}239 \times 0{,}320 \times \frac{0{,}4489 + 1{,}4884}{2} \times \frac{1}{6{,}9} = 10{,}7 \times 10^{-3}.$$

D'autres expériences m'ont donné des grandeurs légèrement différentes, ce que je dois attribuer à la sensibilité insuffisante de mon ampèremètre G_3 et à l'inconstance de mes courants ; peut-être aussi à l'imperfection des contacts métalliques et de la soudure des barres d'antimoine et de bismuth.

Je me propose de reprendre les recherches avec des instruments plus perfectionnés et un matériel plus soigné.

Troisième Section

—

Excursion du mercredi 25 octobre 1911. — Le matin à 10 h., les membres ont visité le Jardin Botanique de l'État, à Bruxelles, sous la direction de M. De Wildeman. Leur attention a été particulièrement attirée sur l'herbier, le compartiment forestier et la bibliothèque.

L'après-midi, à 2 1/2 h., a eu lieu la visite de l'aquarium de l'Avenue Louise.

Réunion du jeudi 26 octobre 1911. — Le mémoire de M. le Dr H. Lebrun, « Étude de la nature à l'école », dont l'impression a été votée le 25 avril 1911, n'ayant pas encore paru, la section émet le vœu que la question de l'impression de cette étude soit portée à l'ordre du jour de la prochaine réunion du Conseil de la Société.

La section émet encore le vœu que les divers membres reçoivent communication des épreuves imprimées des considérations émises par eux au cours des discussions qui ont lieu dans les réunions de la Société.

M. le curé Claerhout entretient les membres du Musée d'ethnographie qu'il est parvenu à fonder à Caster (par Anseghem).

Un musée local d'ethnographie. — La science ethnographique implique l'étude du mobilier et de l'outillage que l'on rencontre dans les habitations rurales ; tel ustensile ou tel instrument peuvent revêtir une forme traditionnelle, paticulière à une certaine peuplade et ils peuvent contribuer, pour leur modeste part, à constituer un critérium ethnologique. Citons un exemple. Dans la Flandre Occidentale, le manche d'une bêche se termine par une poignée, par une petite traverse, perpendiculaire au manche. Dans les provinces du Brabant et du Limbourg, ainsi que dans les contrées rhénanes, où l'élément franc domine sans mélange prononcé d'autres tribus germaniques, le manche d'une bêche se termine toujours par une pomme ou petite boule.

Nous vivons à une époque de transformation ; le vieil outillage et le vieux mobilier, tombés hors d'usage, disparaissent rapide-

ment ; il nous a paru utile de recueillir les objets, qui sont relégués au grenier, de les réunir dans un petit musée local et de sauver de l'oubli certains ustensiles et certains noms, dont aucun dictionnaire n'a mentionné l'existence.

Le petit musée ethnographique de Caster comprend des ustensiles de cuisine en fer, en cuivre et en étain.

Parmi les objets en fer signalons un trépied *(potijzer)* : un des pieds soutient une longue branche, cette branche s'attache au cercle, qui devait s'élever au-dessus du foyer et qui était soutenu par les deux autres pieds ; — un fer à galettes *(pannekoekijzer)*, qu'aucun dictionnaire de nos dialectes ne renseigne. Il consiste en un plateau de fer, monté sur quatre pieds et destiné à être placé au-dessus du feu du foyer. On versait de chaque côté de ce plateau rectangulaire, la pâte, faite de farine de sarrazin ; on laissait cuire les deux galettes sur une face ; puis on retournait, pour les cuire à point, à l'aide d'une pelle plate, les galettes à moitié cuites.

Parmi les objets en cuivre, on peut remarquer de belles cafetières et une écumoire. Le petit musée possède en outre une petite louche (1), deux petits chandeliers en laiton à base hexagonale et à douille octogonale avec ajours (2), une lampe à tige et à bec d'épanchement en laiton fondu (3) et un couloir ou passe-lait (4) en cuivre, objets semblables à ceux que l'on pouvait voir à l'exposition des anciennes industries d'art tournaisiennes.

Dans de nombreuses fermes, on trouve encore des pots et des plats en étain ; ces plats se distinguent souvent par les formes les plus élégantes. Notre petit musée abrite une canette, un plat fleuronné et un moutardier, orné d'un écu : ce sont des spécimens analogues à divers étains, qui ont été exposés à Tournai (5).

En fait de mobilier, notre petit musée contient un vieux fauteuil

---

(1) Exposition des anciennes industries d'art tournaisiennes. Salle I.

(2) Ibidem. Salle K.

(3) E. J. Soil de Moriamé, *Exposition des anciennes industries d'art tournaisiennes. Catalogue*. p. 55, n° 189.

(4) E. J. Soil de Moriamé, *Op. citat.*, p. 66, n° 336.

(5) Exposition des anciennes industries d'art tournaisiennes, salles M et N.

gothique en bois, semblable à ceux que l'on peut voir au musée de Gruuthuse à Bruges, une armoire à pendule, de vieilles lampes en fer et en cuivre, une jolie petite crémaillère à l'aide de laquelle on suspendait la lampe, un vieux cadran orné de fleurs, un bahut en bois de chêne, décoré de motifs grossièrement sculptés et un petit coffret, en bois de chêne sculpté, appelé *schoolberd* en flamand, dans lequel les écoliers mettaient autrefois leurs livres et qui, placé sur les genoux, leur servait de pupitre pour écrire.

Pour la faïence, les plats et les assiettes en poterie de Strasbourg et de Rouen ont disparu. La céramique est en faïence de Tournai ordinaire, simplement décorée de motifs aux tons bleus.

Pour l'outillage, nous possédons un objet dont personne n'a noté le nom et dont aucun auteur n'a fourni la description : c'est un peson de meunier (*molenunster*, westflam. *meuleneinsel*). Le fléau est en bois : il a une longueur de 80 centim. et son diamètre mesure 4 centim. On peut voir encore un rare rouet, échappé à la destruction qui menace tout ce vieil outillage, et des sérans au moyen desquels on divisait autrefois la filasse du lin, instruments dont beaucoup de personnes ignorent la destination.

Nous avons maintes fois constaté que les néolithiques ont occupé les éminences de la zone limoneuse de la Westflandre ; comme le sol de notre village fait partie de la seconde terrasse de la vallée de l'Escaut et que le terrain y est légèrement ondulé, les néolithiques y ont abandonné, outre les déchets de taille, des lames et des grattoirs, que nous avons pu recueillir dans notre musée, comme l'outillage des premiers habitants de Caster.

Comme suite à la communication de M. le curé Claerhout, et sur la proposition de M. De Wildeman, la section demande que le Conseil de la Société scientifique veuille transmettre au gouvernement le vœu de voir créer *a)* des musées locaux dans toutes les communes du pays ; — *b)* un musée général d'ethnographie dans une des grandes villes de la Belgique.

Les plantes alimentaires des indigènes au Congo belge font l'objet du mémoire présenté par M. De Wildeman, et dont la Section vote l'impression aux Annales.

Le travail du R. P. L. Navas, S. J. : « Myrméléonides (Ins.

Névr.) nouveaux ou peu connus » est envoyé à l'examen de MM. F. Meunier et H. Lebrun.

Le gisement houiller de Commentry et sa richesse en Orthoptères Blattidae, fait aussi l'objet d'une communication de M. F. Meunier.

« Le difficile et très laborieux triage des Blattidae de Commentry m'a suggéré l'idée de donner, avant le travail d'ensemble concernant cette famille d'Orthoptères, un aperçu détaillé de la richesse de cet horizon houiller. L'étude de plus d'un millier d'empreintes m'a permis d'adopter la classification de S. H. Scudder, Ch. Brongniart, Sellards et d'admettre les Protoblattinae (Protoblattidae Handlirsch).

Le classement des espèces offrant des caractères bien appréciables chez une série d'individus est beaucoup plus ingrat. En effet, les empreintes sont représentées, la plupart du temps, par des élytres, rarement par les deux paires d'ailes, comme c'est le cas pour Etoblattina Gaudryi, si bien décrit par feu Agnus. Divers facteurs empêchent souvent de reconnaître les espèces. D'abord, le placement des élytres l'une sur l'autre, qui est un mode de fossilisation très fréquent, ensuite la conservation assez souvent défectueuse des empreintes. Les très belles empreintes sont loin d'abonder et il n'est pas rare d'observer des anomalies dans la nervation si on a à sa disposition une espèce représentée par un grand nombre d'individus. Quelques genres sont bien distincts soit par la taille, sensiblement égale, de chaque espèce, soit par les caractères très critères de la nervation. C'est le cas notamment pour les Promylacris seulement signalés par feu Brongniart et dont on trouve quelques espèces à Commentry. Le genre Anthracoblattina est bien nettement délimité, il comprend deux ou trois bonnes espèces. Les Blattinopsiella sont les plus curieux et minuscules Blattidae de Commentry. Le réseau de la veination des élytres de cette espèce a des traits de ressemblance avec les Blattinopsis (Fulgorina Brongniart).

Le genre Necymylacris est moins facilement reconnaissable. On fera chose utile de s'en tenir aux caractères énoncés autrefois par S. H. Scudder. La presque totalité des Blattidae des schistes de Commentry appartiennent au genre Etoblattina Scudder que

M. A. Handlirsch, de Vienne, a tenté de démembrer en une foule de nouveaux genres qui n'ont guère trouvé de crédit dans le monde des paléontologistes. J'ai été longtemps indécis avant de savoir s'il y avait lieu de conserver le genre Étoblattina Scudder, mais actuellement, je considère que, dans l'intérêt même des recherches ultérieures, il est nécessaire de le maintenir, la classification de ces Nomoneures devant, avant tout, être simple, claire et rationnelle. Malgré l'abondance des documents connus, ce genre reste assez artificiel étant basé sur les caractères des élytres, rarement en prenant en considération ceux des ailes et plus rarement encore les caractères de l'abdomen, des antennes et des organes buccaux. La morphologie du thorax offre des caractères utiles à consigner dans les diagnoses. Cependant, génériquement parlant, ces signes perdent beaucoup de leur valeur. Je me suis astreint à trouver des caractères aisément appréciables. J'ai eu soin d'ajouter aux diagnoses spécifiques de bons dessins restaurés et des reproductions photographiques (sans aucune retouche). Chez les Blattidae fossiles, la taille paraît être assez stable chez une même espèce, il n'en est pas de même de l'emplacement de la sous-costale et surtout de son point d'anastomose au bord antérieur de l'élytre. J'ai constaté qu'il y a à cet endroit des caractères bien accusés.

Celui qui étudie, avec soin, les Blattidae de Commentry est désillusionné sur la faune de ces Nomoneures représentée, en définitive, par un énorme pourcentage du genre Etoblattina. Malgré l'extrême richesse des documents étudiés, la faune de Commentry était relativement très monotone au point de vue de la diversité des formes génériques. Au contraire les Platyptérides et les Sténodictyoptérides (Ch. Brongniart) groupées actuellement parmi les Paléodictyoptères étaient largement représentées. Le monde des Protorthoptères, encore peu nettement défini, s'épanouit pendant les temps houillers en une série de genres et d'espèces dont quelques-uns offrent un réel intérêt scientifique. Chose encore inexpliquée, les types appartenant aux Protoblattinae sont rares à Commentry. (Les Blattinopsis sont représentés par une belle série d'individus). Je n'en ai observé que quelques exemplaires parmi plus de 1200 empreintes et contre-empreintes.

Les genres Promylacris, Paromylacris, Necymylacris, Anthra-

coblattina et Gerablattina et Dictyomylacris sont peu représentés comparativement aux Etoblattina, qui, nous le répétons, comprennent plus de 75 p. c. des individus récoltés à Commentry.

Comme Brongniart, j'ai remarqué que la plupart des genres de Commentry se trouvent aussi dans les gisements des États-Unis et du Canada.

Pour finir, M. F. Meunier dit qu'il a aussi examiné les Blattidae au point de vue de la paléoentomologie stratigraphique, mais que les Nomoneures primaires ne fournissent guère de renseignements à cet égard, contrairement à ce qui a été constaté pour les végétaux de cet horizon houiller si soigneusement étudiés par M. Zeiller et d'autres paléontologistes.

Pour prendre date, M. F. Meunier présente à la section un *Coup d'œil rétrospectif sur les Diptères du succin de la Baltique* dont les premières études remontent à près de 20 ans.

En attendant la publication de la monographie condensant tout ce qui est connu concernant ces intéressants Articulés tertiaires, notre collègue donne le relevé des familles, genres et espèces enrobés dans la reine des résines.

Les diagnoses, éparses dans plusieurs périodiques belges, allemands et français, signalent plus de **450** espèces nouvelles, accompagnées de dessins reproduisant les organes les plus caractéristiques.

Les espèces brièvement décrites par H. Loew ont été soigneusement cataloguées [1].

Climatologie ; prévision du temps : « *La sécheresse et ses effets en 1911, devant la Commission pour l'étude des sols et des climats.* »

La Commission « pour l'étude des sols et des climats » s'est réunie le 16 courant au Ministère de l'agriculture, sous la présidence de M. Proost, pour étudier les conséquences de la sécheresse au point de vue du débit des sources, de la marche et de la genèse des orages locaux, des chutes de grêle, etc.

M. Proost rappelle à la 3me section la raison d'être de cette

---

(1) La liste de celles uniquement mentionnées par un nom latin a été donnée en 1899 dans Miscellanea Entomologica.

commission créée pour déterminer, aussi exactement que possible, les conditions naturelles et artificielles de la production végétale et animale, dans les diverses régions agricoles de la Belgique. La connaissance du sol et du sous-sol est la base de l'agriculture rationnelle ; *l'animal comme la plante est le produit du sol et du climat.* Il rappelle aussi les vœux émis par divers congrès scientifiques internationaux, comme celui de Rome (1906) et de Budapest (1909), *de voir créer partout des commissions spéciales, comme en Belgique, pour l'étude approfondie du sol et du sous-sol et la publication de cartes agrogéologiques.*

Il présente une série d'observations relevées dans la haute et la basse Belgique, dans les Fagnes, dans la vallée de la Meuse et de l'Escaut, dans le Brabant Méridional sur les variations des niveaux des nappes d'eau souterraines,le débit des sources,etc., qui ont donné les résultats les plus contradictoires *en apparence* dans une même région, par ces grandes sécheresses de l'été. *(Terrains houiller, carbonifère, Ardennais,* etc.).

M. Vanden Broeck, géologue, fournit à ce sujet des explications fort intéressantes, trouvant la cause de ces anomalies apparentes dans la nature variable du sous-sol. *Seules, de bonnes cartes agrogéologiques* pourront édifier à ce sujet les cultivateurs, les hygiénistes et les ingénieurs.

La commission décide d'élaborer un questionnaire qui sera distribué dans toutes nos régions agricoles, comme elle l'a fait déjà pour déterminer *l'influence du sol et du sous-sol sur les animaux domestiques au point de vue de la sélection des races.*

M. Vanden Broeck critique le boisement des hautes fagnes, dont le *drainage* a contribué, paraît-il, à tarir les sources de la Gileppe; *contrairement* à ce que prévoyaient les forestiers qui préconisent le boisement des montagnes pour alimenter les sources et régulariser leur débit.

M. Paul Poskin, professeur à l'Institut de Gembloux, présente à l'assemblée des diagrammes fort curieux qu'il a tracés en se basant sur les statistiques des observatoires et qui tendent à confirmer les vues de l'abbé Moreux sur la périodicité régulière des années de pluie et de sécheresse.

M. Proost rappelle à ce sujet les observations datant de 60 ans de l'Observatoire de Rome. Le célèbre astronome R. P. Secchi,

avait déjà constaté la corrélation existant entre les perturbations de l'atmosphère solaire et de *l'atmosphère terrestre*.

De sorte que l'observation attentive des taches du soleil, *de l'automne jusqu'au printemps*, pourrait servir à prédire approximativement le temps qu'il fera *pendant l'été suivant*. Certains cultivateurs de betteraves, du Nord de la France, ont d'ailleurs utilisé déjà ces données au profit de leurs cultures spéciales et prétendent avoir obtenu des résultats très appréciables (voir aux ANNALES de la Société 1908, communication de M. Proost dans la prévision du temps).

Le Président insiste en terminant sur la nécessité d'observer plus sérieusement la genèse et la marche *des orages qui semblent parfois fort influencés par les conditions locales du sol*. M. Vanden Broeck partage cette manière de voir et cite plusieurs exemples à l'appui. Les orages semblent avoir *des lieux d'élection* dans notre pays et particulièrement les *orages à grêle*. M. Vincent, directeur du service météorologique de l'observatoire, discute cette opinion. M. l'ingénieur-électricien Bogaerts explique comment, à son avis, on pourrait interpréter ces phénomènes à la lumière des récentes découvertes dans le domaine de l'électro-magnétisme.

Les comptes rendus de cette séance seront publiés dans le BULLETIN DE L'AGRICULTURE.

Le métier à tisser de la tribu des Akela (Congo belge), fait l'objet de la communication ci-jointe de M. J. Maes.

Grâce à l'heureuse initiative du Lieutenant Halleux, le Musée du Congo belge possède actuellement une superbe collection d'objets ethnographiques provenant des Akela, tribu dont le territoire s'étend autour du poste de Loto. A côté de ces nombreuses pièces le L[t] Halleux a ramené de cette même région un métier à tisser très intéressant.

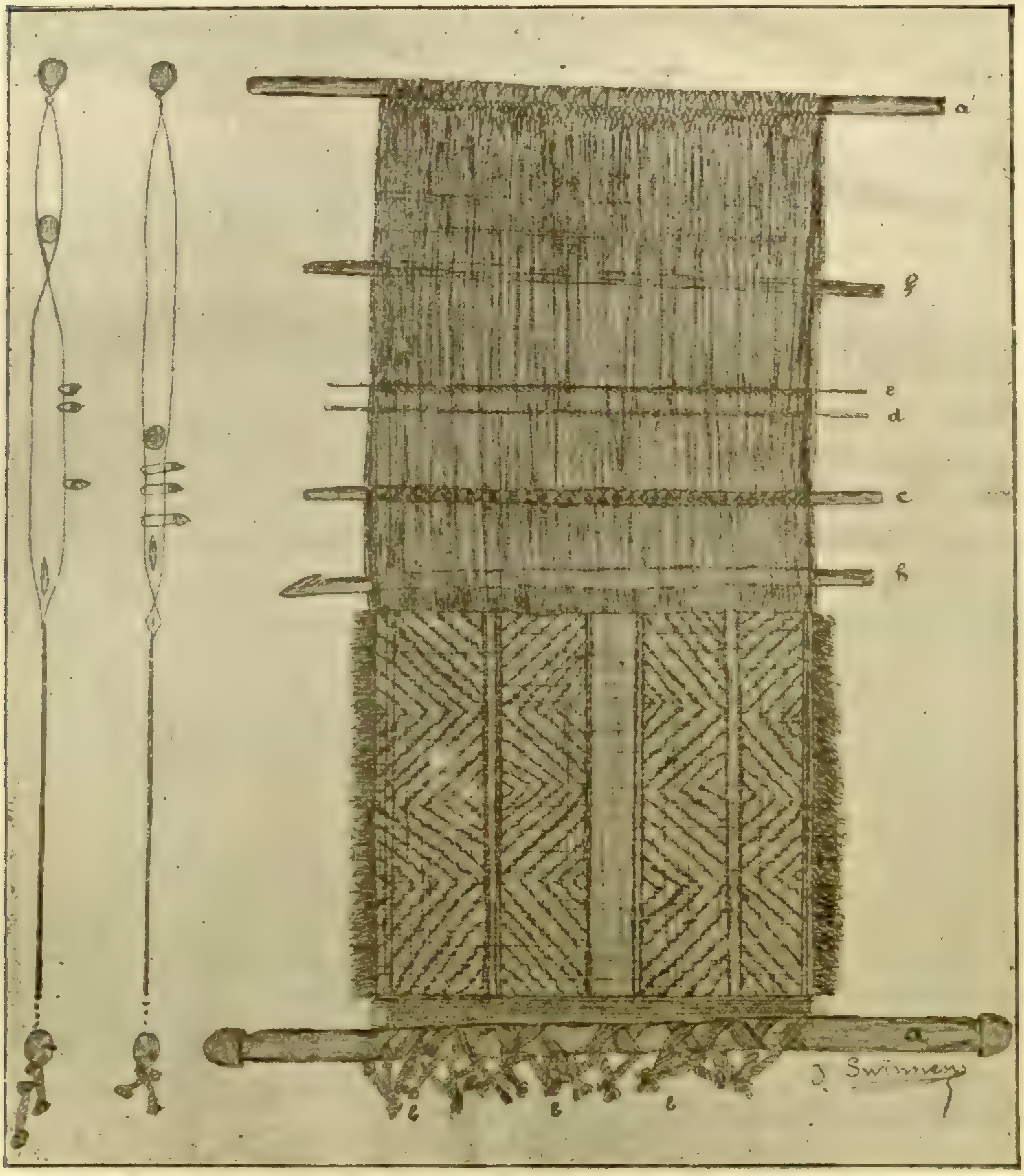
En principe celui-ci se compose de deux poteaux de bois, fixés perpendiculairement dans le sol et reliés à la partie supérieure et inférieure par deux fortes traverses. A ces dernières sont fixées les deux tiges de bois *a* et *a'*, de forme cylindrique, longue de 1,23 m. auxquelles sont attachés 17 écheveaux de fibres de raphia (*b*). Ces fibres forment la chaîne du métier à tisser. Chaque

écheveau fixé à la tige *a*, par une forte corde en fibres tordues, se compose de 50 à 60 fils, divisés en deux faisceaux, l'un comprenant les fils pairs ou série A, l'autre les fils impairs ou série B. Ces deux faisceaux sont fixés séparement par une corde à la tige *a'*. Chaque fil de la série A passe dans une boucle faite de 4 fibres de raphia. Chaque boucle ayant 6 cm. de diamètre est attachée en outre à une baguette en bois rouge formant ainsi le peigne ou la lisse du métier à tisser (*c*). En dehors de ce premier peigne nous en retrouvons deux autres placés au-dessus du premier. Ils se composent tous les deux d'une forte nervure d'une feuille de palmier, embrochant une série d'œillets faits en fibres de raphia : (*d* et *e*). Par les œillets du peigne *d* passent les fils impairs de la série A, tandis que les fils pairs de la même série passent par les œillets du peigne *e*. Un bâton *f* à section ovale, aplatie, large de 4 cm. et placé au-dessus des trois peignes, sépare les faisceaux comprenant les fils impairs de la chaîne des faisceaux à fils pairs. Ces derniers passent derrière le bâton, les fils de série B ou impairs étant ramenés en avant. La navette faite en bois rougeâtre est plate, un peu plus longue que la largeur de la chaîne. L'une des extrémités est légèrement arrondie, l'autre est pointue et munie d'un chas.

Le tisserand Ikela, assis devant le métier à tisser fortement tendu entre les deux traverses horizontales, commence par étaler la chaîne en y fixant plusieurs fines nervures de feuilles de raphia. Dans ce but il saisit le peigne *c*, l'attire fortement vers lui ramenant ainsi les fils pairs de la chaîne en avant, les fils impairs étant maintenus en place par la tension du métier à tisser et glisse entre les deux la première nervure de feuille de raphia. Pour y placer la seconde il faut faire passer les fils de la série B en avant des fils de la série A en les entrecroisant au-dessus de la première nervure. Dans ce but le tisserand laisse aller le peigne *c*, prend le bâton *f*, l'amène à la hauteur du peigne *c*, lui imprime un mouvement de rotation de façon à placer la plus grande largeur (4 cm.) entre les fils impairs et les fils pairs. Comme ces derniers passent derrière le bâton *f*, ils sont rejetés en arrière; les fils impairs étant en même temps ramenés en avant. De cette façon les fils de la série A et B s'entrecroisent au-dessus de la première nervure.

Le tisserand glisse la seconde nervure de feuille de raphia entre

les deux séries A et B en-dessous du peigne *c* et l'amène contre la première. Pour y placer la troisième nervure l'ouvrier Ikela repousse le bâton *f* en haut du métier à tisser, prend le peigne *c*



Métier à tisser des Akela, récolté par le L[t] Halleux.

l'attire à nouveau fortement à lui ramenant ainsi les fils pairs en avant. Après avoir placé trois nervures, le tisserand étale soigneusement et méthodiquement les fils de la chaîne de façon à obtenir un tissu uni et régulier. Ces nervures forment ainsi les premiers fils de la trame. Dans la suite du travail elles sont remplacées par

des fibres de raphia dont l'une des extrémités est passée dans le chas de la navette. La technique reste la même, mais l'aiguille après avoir aidé à faire passer le fil de la trame sert encore à descendre ou à resserrer les fils de la trame. Le tisserand lui imprime après le placement de chaque nouveau fil un mouvement de haut en bas tassant par le choc les fils de la trame. Telle est la technique simple du tissage de l'Ikela.

Cependant l'analyse du tissu du métier à tisser récolté par le Lt Halleux nous montre qu'à côté de cette technique simple, le tisserand Ikela a fait intervenir une méthode plus compliquée. Le tissu est ce que l'on appelle « une étoffe avec des dessins tissés ». Ceux-ci sont symétriques. Pour arriver à la confection de ce tissu le tisserand s'est servi alternativement de fibres de raphia non teintes et d'autres noircies à l'aide de charbons de bois. Il a obtenu de cette façon, par la technique simple, un tissu où les points noirs alternaient avec les blancs-jaunâtres, couleur naturelle de la fibre de raphia. Ce dessin se retrouve dans les six premiers fils de la trame. Au placement du 7e fil le tisserand Ikela s'est servi exclusivement du peigne *d*, au 8e de la technique simple, au 9e du peigne *d*, du 10e au 14e de la technique simple, au 15e du peigne *e*, au 16e de la technique simple, au 17e du peigne *e*.

Ensuite viennent à nouveau 6 fils de la trame placés par la technique simple, un 7e avec le peigne *d* et ainsi de suite en recommençant toujours la même série.

En attirant le peigne *d*, le tisserand Ikela ramène simplement les fils impairs de la série A de la chaîne. Il obtient en faisant passer à ce moment un fil noir de la trame un dessin nouveau sautant certains fils de la chaîne. Ce même dessin se retrouve au 9e fil de la trame, tandis qu'au 15e et au 17e nous avons un dessin analogue mais obtenu cette fois-ci par l'usage du peigne *e* auquel sont fixés les fils pairs de la série A.

Le métier à tisser récolté par le Lt Halleux appartient en conséquence à la catégorie des métiers à technique multiple.

Comparé aux autres spécimens de cette subdivision, il peut être considéré comme le type le plus perfectionné des métiers à tisser provenant de l'Afrique centrale. Il marque très probablement le dernier stade du développement et de l'évolution de la technique du tissage indigène et est l'unique métier à tisser du Congo Belge possédant plusieurs peignes connu jusqu'à ce jour.

La section vote la publication dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, de l'étude de M. X. Stainier, sur *Une tourbière de plantes marines en Sardaigne.*

Quatrième section

—

La section de médecine a consacré la matinée du 26 octobre à la visite des Instituts de Pharmacodynamie et de Thérapie, de Physiologie, de Bactériologie et d'Hygiène rattachés à l'Université de Gand [1].

Ces installations ne nous étaient pas inconnues, nous les avions visitées déjà lors de la précédente session de la Société, à Gand, en 1901, mais, depuis cette époque, elles se sont considérablement agrandies et rajeunies, et nous avons eu l'occasion d'apprécier la haute valeur des nouveaux matériaux d'études et les méthodes d'enseignement de nos distingués confrères, MM. les professeurs Heymans, Van Ermengem et Lahousse.

Ces Instituts forment, le long du quai de la Biloque, une suite de bâtiments aussi imposants par leurs proportions que gracieux par leur forme ; un style gothique bien conçu a permis, tout en donnant à cet ensemble un cachet des plus pittoresque, de réaliser tous les desiderata de la science actuelle. (On sait que des donations privées — notamment la fondation Rommelaere — ont été le point de départ de ces constructions.)

L'Institut de Bactériologie et d'Hygiène satisfait pleinement, grâce à la prévoyante sagacité de M. le professeur Van Ermengem, à cette double destination : l'enseignement donné à la jeunesse universitaire, et le service des analyses, bactériologiques et autres, réclamées par la Province et le corps médical.

L'enseignement pratique de la Bactériologie est organisé, à Gand, d'une manière exceptionnelle et, peut-on dire, unique ; les

---

[1] M. le Dr A. David, ancien chef de Clinique médicale à l'hôpital de la Charité de Lille, nous accompagnait dans cette visite. Il vient d'en publier dans le JOURNAL DES SCIENCES MÉDICALES DE LILLE (organe de la Faculté libre de Médecine), (11 novembre 1911) une relation très complète et très intéressante, à laquelle nous avons fait quelques emprunts.

étudiants ont à leur disposition tous les éléments nécessaires pour se faire la main aux recherches d'analyses, dont l'importance, pour le médecin praticien, va tous les jours croissant : examen des produits diphtéritiques, réaction de Widal, réaction de Wasserman simplifiée, examen de crachats, etc. Les laboratoires sont vastes, largement éclairés, admirablement outillés ; chaque élève a à sa disposition un microscope à immersion, une boîte de réactifs, un Bunsen à veilleuse et un petit réchaud à gaz. Un laboratoire spécial de chimie et de bactériologie est réservé aux médecins hygiénistes et aux candidats docteurs en hygiène. Centrifugeurs électriques, autoclaves, fours à flamber, etc., tous les appareils utiles, même les plus dispendieux, sont mis à la disposition des travailleurs.

Nous avons eu l'occasion de nous initier au fonctionnement d'appareils fort intéressants, que les non-spécialistes connaissent peu : stérilisateur d'eau par l'ozone, pyromètres électriques d'une grande sensibilité permettant d'apprécier la température des objets placés dans l'étuve, etc., etc.

Il n'est pas jusqu'à une installation d'appareils à désinfection qui ne soit établie, pour la formation d'ouvriers désinfecteurs à mettre à la disposition des administrations provinciales.

Une salle de lecture, où l'on trouve jusqu'à 78 revues, est accessible aux étudiants et aux médecins.

Les appareils d'hygiène dont l'établissement est pourvu, pour ses propres besoins, sont utilisés pour l'enseignement : étuves à désinfection, système de ventilation des salles, élimination des eaux usées, eaux d'égout soumises à l'épuration dans les jardins de l'Institut, waterclosets, tout devient matière à démonstration.

La disposition des caves est aussi curieuse qu'instructive : toutes les canalisations ont été groupées dans un long couloir, et soigneusement différenciées : câbles électriques, tuyaux à gaz, conduites d'eau de pluie, d'eau de source, d'eaux usées, d'eaux souillées, tuyaux de chauffage, etc. Les pentes ont été calculées à dessein ; les différents systèmes sont étudiés sur place ; la fonte, le grès, le plomb, ont été utilisés côte à côte, pour être facilement comparés. Un large regard, ouvert sur un puits, permet, à travers une glace épaisse, de se rendre compte des oscillations de la nappe souterraine.

Enfin, sous les combles, le professeur Van Ermengem a organisé un musée d'une grande richesse, où l'on a la représentation vivante de ses recherches si fructueuses et de celles de ses élèves ; les graphiques du choléra, que M. Van Ermengem, a, on le sait, étudié et fait connaître à fond, ceux de la peste et d'autres encore sont remarquables. Les diverses espèces microbiennes sont mises en relief dans une série de belles microphotographies. A noter aussi une collection fort rare des insectes piqueurs de l'Afrique équatoriale.

L'organisation de l'Institut de Thérapie et de Pharmacodynamie du Professeur Heymans diffère de celle de son collègue voisin, mais elle n'est pas moins pratique, ni moins bien adaptée aux exigences de son enseignement et de ses travaux. Grâce à un large emploi de cloisons vitrées, le Professeur peut, d'un coup d'œil, pour ainsi dire, voir tout ce qui se passe dans les différents services. Une division très judicieuse est établie entre le compartiment des recherches et la partie réservée à l'enseignement.

Laboratoires très spacieux et bien outillés de chimie et de microscopie (celui-ci ayant pour objet l'étude des lésions produites chez les animaux soumis à des expériences de toxicologie), salle des collections, auditoire à larges couloirs à gradins permettant aux élèves, le cas échéant, de venir se grouper autour du professeur, au cours d'une démonstration, bibliothèque, jardin où se cultivent des plantes médicinales, aquarium, tout est prévu et réalisé pour permettre une initiation foncièrement scientifique et expérimentale à la connaissance, naguère encore si empirique et fantaisiste, de l'action des produits thérapeutiques et toxiques sur l'organisme. Il va de soi que les animaux nécessaires aux expériences et à l'étude trouvent dans l'établissement les installations nécessaires : ici, dans une belle galerie, ce sont des lapins et des cobayes, logés dans des cases bien entretenues, pourvues chacune d'une fiche qui correspond à un dossier spécial, soigneusement tenu à jour ; là, une écurie et une étable attendent chevaux et bétail pour les inoculations. Mentionnons aussi, pour être complet, les chiens, chats, rats, souris, moutons, chèvres, singes, pigeons, oiseaux de basse-cour qui tous trouvent un abri et le personnel nécessaire à leur entretien. De grandes étuves de Roux contiennent les souches microbiennes, notamment des réserves de

bacilles tuberculeux en bouillon glycériné, qui servent au Professeur Heymans pour ses importantes recherches.

L'Institut de Physiologie, dirigé par M. le Professeur Lahousse, qui a présidé à sa création, n'offre pas moins d'intérêt que ceux qui viennent d'être décrits. Ici encore, les étudiants ou les travailleurs qui veulent se livrer à des recherches personnelles ou originales se sont vu réserver les installations et les matériaux nécessaires; une belle salle est destinée aux travaux spéciaux, une autre affectée aux études ayant pour objet l'électricité appliquée à la physiologie, une autre à l'analyse des gaz de la respiration et des gaz du sang. L'assistant, comme le professeur, a son laboratoire à lui ; outre un laboratoire de physiologie proprement dit, il en existe un destiné aux travaux pratiques de chimie physiologique ; la physique, appliquée à la physiologie a aussi son compartiment et son outillage. N'oublions pas le laboratoire de vivisection, la salle des collections, l'auditoire, bien disposé et permettant aisément les démonstrations à faire aux étudiants. Parmi les nombreux objets d'études dont l'établissement est pourvu, nous avons remarqué le chimographe, un électromètre, un microscope stéréoscopique, un appareil de trépidation pour neurasthéniques.

M. le Professeur Lahousse nous a fait, comme ses collègues, les honneurs de son bel Institut avec une bonne grâce charmante, et en nous donnant les détails les plus intéressants sur son fonctionnement. Nous nous faisons un devoir de lui exprimer, comme à MM. les Professeurs Van Ermengem et Heymans, toute notre gratitude en même temps que notre admiration pour leur enseignement et la hauteur à laquelle ils ont su l'élever.

La matinée s'est terminée par la visite des remarquables services de Radiologie et de Mécanothérapie Zander de la Biloque, dirigés par MM. les docteurs De Nobele et Gommaerts, professeurs à l'Institut supérieur d'éducation physique. Là aussi nous avons rencontré le meilleur accueil et nous avons eu l'occasion d'assister à une leçon de choses des plus fructueuses.

Les installations de radiologie du D^r^ De Nobele doivent certainement être rangées parmi les plus complètes et les mieux conçues de notre pays ; nous avons pu admirer des appareils et des clichés du plus haut intérêt ; citons ici un appareil d'inhalation de radium.

Le service de mécanothérapie du Dr Gommaerts est un véritable musée, de dimensions considérables et d'une grande richesse ; tous les appareils, ou peu s'en faut, destinés à corriger ou à restituer les mouvements altérés ou abolis se trouvent là réunis, et l'on est émerveillé en contemplant cet ensemble de procédés orthopédiques nés d'une science toute nouvelle, qui a pris un si rapide et bel essor. A ces distingués et laborieux confrères, également toute notre gratitude.

Le R. P. Boule transmet à la IVe section la note suivante :

J'ai eu l'honneur de présenter, le 6 avril 1910, aux membres de la *Quatrième Section* de la *Société scientifique*, quelques observations *Sur la philosophie dans ses rapports avec les Sciences biologiques et médicales*. Certaines des idées que j'avais émises furent alors discutées, très rapidement, en fin de séance. La *Section* a jugé opportun de reprendre cette discussion dans sa réunion du 26 avril 1911, réunion à laquelle j'ai eu le très grand regret de ne pas pouvoir assister.

Le débat a porté sur la question des *maladies dites fonctionnelles*.

Le but que je m'étais proposé dans mon *Rapport* était de montrer qu'un certain degré de formation philosophique était indispensable au biologiste et au médecin, et comme preuve je signalais, entre autres, l'impossibilité de parler pertinemment sur les *maladies dites fonctionnelles* si on n'y était préparé par une sérieuse connaissance de certains problèmes de philosophie. Mon intention ne pouvait pas être, et n'était pas, de trancher le point de savoir si ces maladies relèvent d'une cause *purement dynamique* ou *purement somatique*. Après avoir constaté que dans le cas de maladies fonctionnelles franches on n'avait encore décelé aucune lésion anatomique, soit d'ordre structural, soit d'ordre chimique, soit d'ordre physique, j'ajoutais : « Mais on ne peut pas, de la *non-constatation* d'une lésion, conclure à la *non-existence* de cette lésion ; aussi faut-il recourir à d'autres arguments, si on veut trancher la question, ou tout au moins la comprendre. Or, ces arguments sont d'ordre philosophique [1] ».

Après avoir, en passant, signalé ce que je crois être le principal

[1] ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE, t. XXXIV, p. 283.

argument des neuropathologistes qui soutiennent que les maladies appelées *névroses* sont d'origine purement dynamique, j'ajoutais : « Je ne dis pas que la raison est péremptoire ; mais quoi qu'il en soit, si on soutient, pour ce motif ou pour un autre, le caractère purement fonctionnel des névroses, on admet, par le fait même, l'existence dans l'organisme d'un principe psychique qui ne se confond pas avec cet organisme. *Dans les deux opinions, on est donc obligé, en fin de compte, d'avoir recours aux données philosophiques* (1). »

Je souligne la dernière phrase pour indiquer que je n'avais, en touchant cette question, d'autre dessein que de faire ressortir la nécessité de la formation philosophique, au point de vue médical.

Enfin, interrogé sur cette même question par le R. P. Vermeersch, je fis la déclaration suivante, consignée dans le compte rendu de la séance : « Le R. P. Boule répond que son but n'a pas été de trancher la question du fondement anatomique ou purement dynamique des névroses. Il n'a pris parti ni pour l'une ni pour l'autre opinion ; il a voulu, seulement, montrer que dans l'une comme dans l'autre, intervenaient nécessairement des considérations d'ordre psychologique, et que, de ce chef, des connaissances philosophiques sérieuses étaient nécessaires au neuropathologiste, dans l'exercice même de ses fonctions proprement médicales (2). »

Je croyais avoir, par toutes ces affirmations, suffisamment précisé mon attitude. Cependant, le R. P. De Munnynck, dans la discussion du 26 avril dernier, m'a fait prendre parti, et m'a classé parmi les dynamistes : « Celui-ci (le R. P. Vermeersch) croit qu'admettre, comme le R. P. Boule, un trouble psychique sans lésions équivaut à une profession de matérialisme (3) ».

Il faut bien avouer que je ne suis pas tout à fait innocent. L'éminent professeur de Fribourg a pu, en effet, soupçonner mes sympathies à quelques expressions comme celles-ci : « Peut-être, quoi qu'il en soit, d'ailleurs, du fond même de la question, aurait-on moins de peine à accepter l'idée de maladies purement

(1) Annales de la Société scientifique. t. XXXIV, p. 284.
(2) Ibid., p. 289.
(3) Ibid., t. XXXV, p. 270.

fonctionnelles, si on voulait bien admettre l'existence, sous la dépendance de l'âme, de principes cellulaires qui, eux, pourraient être le siège d'affections morbides, l'organisme restant parfaitement normal, du moins au début de l'affection (¹) » ; et plus loin, répondant à M. le Dr Masen : « Quant à la nature d'une maladie purement fonctionnelle dans son principe, il n'est pas aussi difficile qu'on le pense, de s'en faire une idée (²). »

Il est en effet possible, ce me semble, de concevoir l'existence d'une maladie qui serait purement dynamique, *quant à son origine*. En existe-t-il de telles ?... C'est une question tout autre. En fait, un certain nombre de troubles qu'on avait classés parmi les maladies *primitivement fonctionnelles*, ont dû être retirés de ce groupe, à la suite de la découverte de la lésion somatique d'où ils procèdent. En sera-t-il de même pour ceux qui sont restés jusqu'ici rebelles à toutes les recherches histo-pathologiques ?... Peut-être ; nul, je crois, ne saurait le dire ; et c'est à moi, je l'avoue, moins qu'à personne, à trancher une pareille question. J'ai eu l'honneur de suivre, pendant deux ans, le cours de Neuropathologie de l'éminent professeur, M. le Dr Van Gehuchten ; mais je déclare très sincèrement que c'est le seul titre que j'aie à m'intéresser aux sujets de cette nature.

N'étant pas un clinicien, je ne puis apporter, à l'appui de mon opinion, aucun fait d'observation personnelle. Ce n'est pas pourtant que le prêtre ne se trouve très souvent en présence de cas extrêmement intéressants ; mais il ne jouit malheureusement pas, en l'espèce, des privilèges du médecin ; certaines investigations lui sont interdites par son caractère, et si parfois son ministère lui permet de recueillir des aveux que le malade ne dira jamais au clinicien, et qui sont pourtant du plus haut intérêt au point de vue de l'étiologie de certaines affections, sa conscience peut lui interdire d'user de ces données. Dans cette situation, qui est la mienne, je crois pouvoir du moins me fier aux observations des autres, bien que les neuropathologistes fassent souvent preuve, entre eux, d'une défiance à laquelle on pardonnerait difficilement

---

(¹) Annales de la Société scientifique, t. XXXIV, p. 290.
(²) Ibid., p. 290.

d'être si peu courtoise, si elle ne revêtait le caractère d'une précaution scientifique absolument nécessaire.

C'est en me fondant sur ces observations que j'ai cru pouvoir écrire, l'an dernier, au sujet de l'*hystérie* : « Il convient de faire remarquer tout d'abord, en faveur de la thèse organique, que le nombre des maladies classées sous la rubrique *maladies fonctionnelles du système nerveux,* diminue de plus en plus. Successivement sont sortis de ce groupe : la chorée de Sydenham, la maladie de Basedow, la maladie de Parkinson, le vertige de Ménière. On y garde encore l'épilepsie essentielle, mais avec l'espoir de l'en chasser bientôt. Le même sort n'attend-il pas l'hystérie, la neurasthénie, la psychasthénie, les névroses traumatiques, le nervosisme ?... On l'espère aussi. Sur quoi se fondent ces espoirs ?... Sur les résultats fournis par l'examen histologique des centres nerveux de sujets atteints de névroses. Sans doute, les faits sont encore peu nombreux et peu concluants ; mais ils constituent au moins une indication, et c'est assez pour encourager les chercheurs [1]. »

Après avoir cité quelques-uns de ces faits, et avoir présenté les réflexions qu'ils me semblaient comporter, j'ajoutais : « Ces observations, on le voit, n'offrent pas à l'étiologie hystérique une base bien ferme. Peut-être lui assurerait-on un fondement plus solide si on orientait sérieusement les recherches névropathiques sur le terrain des intoxications d'origine glandulaire. Tout le monde sait que des impressions purement psychiques peuvent déterminer certaines sécrétions. Non seulement la vue, mais même la simple idée, par exemple, d'un fruit succulent, « fait venir l'eau à la bouche », c'est-à-dire, provoque une hypersécrétion des glandes salivaires. Moins facilement observable, mais tout aussi réel, dans les mêmes conditions d'excitation, est le fonctionnement des glandes de l'estomac. Pourquoi une émotion ne déterminerait-elle pas tout aussi bien une production anormale, instantanée, de toxines, de la part des glandes à sécrétion interne ? On conçoit d'ailleurs que ces toxines, portées par le sang dans les centres nerveux, puissent y produire, soit immédiatement, soit après un

---

[1] Le concept actuel d'hystérie. Rev. des Questions scientifiques, t. XIX, p. 210.

laps de temps plus ou moins long, des altérations qui seront le point de départ organique des accidents névropathiques. En raisonnant de la sorte, nous ne sommes pas dans le domaine de la fantaisie pure : il semble incontestable, en effet, que le nervosisme, dans certains cas, est d'origine glandulaire ; or, pour quelques neuropathologistes l'hystérie de l'adulte ne serait que l'épanouissement du nervosisme du jeune âge [1]. »

Mais à supposer que, même en orientant les recherches du côté des perturbations glandulaires, il soit impossible de saisir le fondement somatique de certaines névroses, la thèse qui affirme la nécessité de ce fondement n'en subsistera pas moins, car, encore une fois, un fondement n'est pas *inexistant* parce qu'il est *inconnu*.

Si les faits ne tranchent pas la question, à quels arguments peut-on recourir pour arriver à une solution, au moins provisoire ?... A des arguments d'ordre philosophique en même temps qu'anatomo-physiologiques. Or ces arguments ne concluent pas à la nécessité d'une lésion somatique, et ils permettent de concevoir la possibilité de troubles d'origine purement dynamique. Précisons la question en partant d'un exemple : celui d'une contracture. Chez un hystérique, la contraction involontaire et persistante d'un muscle ou d'un groupe de muscles, peut se déclarer subitement, dans des circonstances où une personne normale n'éprouvera aucun trouble de cette nature : par exemple, à la suite d'une simple émotion. Sans doute, le muscle en contracture présente des caractères particuliers qu'il n'a pas à l'état de tonicité ordinaire, et on peut, si l'on veut, qualifier de lésions ces caractéristiques pathologiques ; mais là n'est point la question. Il s'agit de savoir précisément quelle est *l'origine* de ces lésions, et d'où vient que de deux personnes soumises à la même cause pathogène, l'émotion, l'une, l'hystérique, ait fait immédiatement une contracture, et l'autre, celle supposée normale, n'ait présenté que des perturbations passagères insignifiantes, ou même n'ait rien présenté du tout.

Comme on ne peut pas, en semblable matière, « raisonner en l'air », rappelons-nous qu'un muscle peut être mis expérimentalement en contracture, par exemple par l'action d'un courant élec-

---

[1] Revue des Questions scientifiques, t. XIX, p. 213.

trique, soit directement, soit par l'intermédiaire du nerf périphérique qui aboutit à ce muscle. Peu importe ici l'opinion de ceux qui pensent que dans le cas de ce que nous appelons *électrisation directe*, nous ayons affaire en réalité à une action qui s'exerce sur les myofibrilles en utilisant les ramifications nerveuses intra-fasciculaires, ou même intra-cellulaires. En fait, dans le cas d'une contracture qui survient en réaction d'un choc émotif, l'action est évidemment partie d'un centre nerveux moteur encéphalique. Pourquoi l'émotion exerce-t-elle sur ce centre, chez l'hystérique, une influence qu'elle n'exerce pas chez l'homme supposé normal?... Ou si la même influence est exercée dans les deux cas, d'où vient que le résultat musculaire n'est pas le même?... Est-ce que cela tient, chez l'hystérique, à l'existence d'une lésion soit du tissu musculaire, soit du tissu nerveux central ou périphérique ? Et si la lésion existe et doit être localisée là, consiste-t-elle en une sorte de débilité primitive de ce que j'appelle, sans préciser davantage pour l'instant, le *principe vital*, qui préside, dans chaque cellule, à la production des phénomènes qui sont propres à cette cellule, ou bien en une perturbation chimique ou physique, soit des constituants amorphes, soit des constituants figurés du cytoplasme et du noyau cellulaires ; car il n'y a que ces deux hypothèses possibles ?

Et encore, comme la contracture déterminée par une influence émotive peut céder instantanément à une influence du même ordre, le muscle revient-il à sa tonicité ordinaire par le fait d'une action plus énergique du principe vital de ses éléments anatomiques, ou parce que les lésions supposées (structurales, physiques ou chimiques), soit du tissu musculaire, soit du tissu nerveux, se sont réparées sur le coup, à la suite de l'ébranlement émotif, ou, plus simplement encore, parce qu'on aura, par exemple, persuadé au sujet qu'il n'est pas malade ?...

Que cette dernière explication soit admissible, je ne veux pas le contester ; mais je pense qu'il est concevable aussi que tous ces phénomènes pathologiques soient sous la dépendance primitive et unique, au début, d'un déficit, affectant, soit le *psychisme*, soit le *physiologisme* de l'organisme, soit les deux en même temps.

Ces termes ont besoin d'être expliqués.

Les opérations psychiques sont incontestablement, dans l'orga-

nisme, sous la dépendance d'un principe spécial qui est l'*âme humaine,* et sous sa dépendance essentielle, tellement qu'on ne saurait concevoir la possibilité intrinsèque des opérations dont il s'agit, sans l'intervention de ce principe.

Quant aux opérations physiologiques, qu'*en fait* elles soient, chez nous, sous la dépendance immédiate de l'âme raisonnable, *de par leur essence,* toutefois, elles n'exigent assurément pas l'intervention d'un principe de cette nature : la preuve en est que de pareilles opérations, celles qui constituent la fonction de relation purement sensorielle, la fonction de nutrition, la fonction de reproduction, s'exercent chez l'animal, et quelques-unes chez le végétal, aussi bien que chez l'homme.

Or, nous savons que des opérations de ce genre, dépendant d'un principe vital autre que l'âme humaine, et que nous pouvons appeler *principe vital cellulaire*, ont existé au début de l'histoire ontogénique de chacun de nous, alors que nous n'étions encore représentés dans la vie que par deux éléments séparés, libres dans les organes maternels, et dont la fusion a constitué notre première cellule embryonnaire. A quel moment précis l'âme humaine, notre âme, est-elle venue s'emparer de ce petit être hétérogamique ?... Nous l'ignorons, et au point de vue spécial qui m'occupe, peu importe. La question à laquelle surtout je voudrais qu'on répondît, est celle-ci : le principe vital cellulaire qui présidait aux opérations physiologiques dans la spermie et dans l'ovule, avant leur fusion, a-t-il disparu au moment où le principe *âme-raisonnable* s'est emparé de la cellule-œuf ?... Beaucoup, sans doute, répondront affirmativement, dans la crainte que l'opinion contraire ne mette en péril et l'*unicité* de forme, et l'*unité* même du composé humain. Or, cette crainte ne semble pas fondée [1], et il existe, je crois, d'autre part, « de fort bonnes raisons de croire à la nécessité des principes spéciaux présidant, d'une façon permanente, dans chaque élément anatomique, à la production des phénomènes physiques, chimiques et physiologiques, propres à chacun de ces éléments. Or, nous concevons qu'il puisse exister,

---

[1] Car il va sans dire que si l'on admettait des principes cellulaires *subordonnés à l'âme humaine*, cette dernière resterait toujours forme unique du corps et principe premier même de la vie végétative dans le corps humain.

d'un individu à l'autre, des différences, même considérables ; dans l'énergie, par exemple, de ces principes cellulaires ; et cela suffirait à expliquer comment il se fait que les facultés réactionnelles d'un individu donné ne se comporteront pas comme les facultés réactionnelles d'un autre, sous l'influence d'une même excitation. On pourrait se poser une question ultérieure et se demander à quoi tient précisément cette différence qui affecte directement les principes cellulaires. Nous pourrions répondre qu'elle est *primitive,* ce qui équivaudrait à dire que nous n'en savons rien, et, en fait, c'est bien là la seule réponse que nous ayons à donner [1] ».

Je dis « *primitive* », par opposition à « *secondaire* », dans ce sens que le déficit affecte le principe cellulaire directement, et non point par l'intermédiaire des éléments ou composés chimiques de la cellule. Or, pourquoi n'admettrait-on pas l'existence d'un déficit ainsi conçu, bien qu'on ne puisse dire quelle en est l'origine, ni quelle en est la nature (ce qui est, hélas ! le cas de beaucoup d'autres perturbations dont on ne peut pourtant pas nier la réalité) ?...

La thèse contraire n'est, je crois, soutenable, que si elle accepte la position suivante : tous les principes cellulaires humains (si leur existence est admissible), et toutes les âmes humaines, se ressemblent ; il n'est donc pas permis, si on ne regarde qu'à l'essence de ces principes et de ces âmes, de parler de troubles, de maladies, de lésions, de déficits. Ces anomalies tiennent à l'organisme seul, c'est-à-dire à ce qu'il y a de purement matériel, de physico-chimique, dans ce composé substantiel qu'on appelle l'homme. Si donc tel homme donné se révèle moins intelligent qu'un autre, c'est que son âme, d'ailleurs aussi parfaite que celle de tous ses semblables, est mal servie par ses organes. De la même façon s'expliqueront toutes les affections dites psychiques, fonctionnelles, dynamiques.

Je ne dis pas que cette conception soit fausse, et je l'admets comme probable ; mais je voudrais bien que l'on admît comme probable aussi la conception contraire, celle qui soutiendrait la thèse de l'inégalité des âmes. J'ai rappelé, à ce sujet, en parlant

---

[1] Le concept actuel d'hystérie, *l. c.*, p. 205.

de l'hystérie, l'opinion de saint Thomas [1] : un spiritualiste ne peut guère se réclamer d'une opinion moins suspecte.

Pour le grand Docteur, si de deux individus qui s'appliquent à comprendre une seule et même chose, l'un la comprend mieux que l'autre, cela peut tenir, soit à l'état des puissances inférieures que l'intelligence utilise pour ses opérations, *soit à l'intelligence elle-même,* qui est *plus ou moins parfaite.* Cette inégalité de perfection s'expliquerait par cette raison que l'âme doit s'harmoniser avec le corps : ainsi, selon les dispositions de leur organisme, il serait donné aux hommes une âme dont la puissance intellectuelle serait plus ou moins grande : « Unde cum etiam in hominibus quidam habent corpus melius dispositum, sortiuntur animam majoris virtutis in intelligendo ». Cajetan fait d'ailleurs remarquer que l'on se tromperait si l'on croyait que le corps détermine, par une action physique sur l'âme qu'il va recevoir, le degré de perfection substantielle de cette âme ; ce serait prendre pour une *cause* ce qui n'est qu'une *occasion :* « non ut causa, sed ut occasione ». D'autre part, l'âme étant de l'ordre des substances immuables, une fois qu'elle aura été constituée dans un degré de perfection physique substantielle, elle ne pourra plus changer à l'*occasion* des dispositions organiques qui surviendraient dans le cours de la vie.

Cette opinion de saint Thomas nous permet, ce me semble, de concevoir comment une réaction anormale, comme une contracture hystérique, peut survenir dans un organisme d'ailleurs parfaitement sain au point de vue structural, chimique et physique. L'imperfection relative de l'âme, dans un sujet, peut être, en effet, de telle nature, que le choc moral produit par une émotion, déterminera dans cette âme un ébranlement extrêmement intense de certaines facultés, ébranlement qui, à son tour, aura son contre-coup sur l'organisme et y produira, par exemple, la contraction persistante d'un muscle ou d'un groupe de muscles. La même cause, au contraire, sera sans effet chez un sujet dont les facultés, de par leur nature même, sont mieux équilibrées, et ne permettent pas aux énergies réactionnelles de se déployer avec la même intensité. . . . .

Telles sont les raisons qui me permettent de croire à la *possi-*

[1] *Sum. theol.,* pars prima, quaest. LXXXV, art. 7.

bilité, dans un organisme *somatiquement normal,* de troubles dont l'origine serait *purement dynamique*. Je dis *somatiquement normal*, parce que la disposition organique qui est la *cause occasionnelle* de l'imperfection relative de l'âme peut n'être pas suffisante pour placer le sujet, anatomiquement, hors de la normalité, mais s'éloigner assez cependant de la constitution idéale, pour légitimer l'introduction dans l'organisme d'une âme en déficience fonctionnelle plus ou moins prononcée.

Répondant à M. le D^r Masen, je m'étais aidé d'une comparaison, pour mieux faire saisir ma pensée. M. Masen pense que l'analogie que je trouve « entre une maladie purement dynamique à son origine, et une machine dont les rouages ne recevraient pas « le minimum de force nécessaire à les mettre en mouvement » ou seraient soumis « à l'action d'une force qui leur impose un travail anormal », que cette analogie est très contestable ». Elle l'est absolument, en effet. Aussi bien était-il très loin de ma pensée de vouloir établir un rapport rigoureux entre les deux termes de ma comparaison. Mais si je suis parfaitement d'accord avec M. Masen sur ce point, j'ai le regret de me voir obligé de me séparer de lui lorsqu'il indique en quoi l'analogie pèche. Il dit, en effet, que « la machine... reçoit sa force d'ailleurs, tandis qu'un organisme vivant fabrique sa force lui-même, et si cette force est en déficit, c'est que la fabrique-cerveau est lésée quelque part ou que les organes de transmission sont endommagés » [1]. La force en question, c'est l'âme, ou ce sont, sous la dépendance de l'âme, les principes cellulaires ; or, il est inexact, me semble-t-il, d'affirmer que c'est l'organisme vivant qui fabrique lui-même cette force. Il en a d'ailleurs besoin déjà pour être vivant, c'est-à-dire pour devenir apte à la fabriquer, dans le cas où on pourrait admettre qu'il la fabrique.

M. le D^r Degive a bien voulu communiquer aux membres de la *Section* le texte de Lacordaire auquel il avait fait allusion, en passant, dans la session d'avril 1910. Il n'y a pas eu erreur ou méprise de ma part, mais simplement interprétation charitable d'un pas-

---

[1] Annales de la Société scientifique, t. XXXV, p. 269.

sage que M. le D[r] Degive avait résumé en disant que Lacordaire avait pu affirmer, sans que sa parole soulevât la moindre protestation, que les pierres elles-mêmes avaient la vie ([1]). J'ai fait remarquer que, par *vie*, le grand orateur n'avait pu vouloir désigner que le résultat de forces physico-chimiques. Entendue au sens strict, dans ce qui en constitue « la caractéristique essentielle » ([2]), comme le dit M. Degive, la vie est spéciale aux êtres organisés. Je n'ai pas voulu supposer, n'ayant pas le texte sous les yeux, que Lacordaire se soit, lui, mépris au point d'accorder aux pierres la vie ainsi comprise. En fait, Lacordaire parle de l'existence, dans tous les êtres, d'« une force mystérieuse... que nous appelons l'*activité* » ([3]). Or, « l'activité entraîne l'action et l'action c'est la vie ». A ce compte, évidemment, les pierres, elles aussi, ont la vie. Mais Lacordaire fait aussitôt remarquer que, « ordinairement » on n'accorde ce terme de vie qu'à « l'action spontanée et surtout libre ». Et c'est cette vie qui est l'apanage des êtres organisés, la vie au sens strict, telle que je l'ai conçue lorsque j'en ai parlé dans mon *Rapport*. Il est vrai que Lacordaire ajoute : « On dit que la pierre est, que la plante végète, que l'animal vit ; mais ces différentes expressions ne signalent que les gradations de l'activité dont la présence, si faible qu'elle soit, constitue partout l'*être vivant* ». M. le D[r] Degive me permettra de redire à ce sujet, malgré tout le respect et toute l'admiration que je professe pour l'illustre conférencier de Notre-Dame, que la pierre ne peut être classée parmi les vivants qu'à la faveur d'une licence oratoire. Au cas contraire, c'est-à-dire si Lacordaire a vraiment voulu accorder au minéral le privilège de la vie telle que nous devons l'entendre en biologie, il n'y a plus qu'à reconnaître qu'il a commis une très grosse erreur, et que son opinion ne peut, en aucune façon, faire autorité.

([1]) Annales de la Société scientifique, t. XXXIV, p. 291.
([2]) Ibid., t. XXXV, p. 273.
([3]) 46[e] Conférence : De la vie intime en Dieu, 1848.

Sixième section

La sixième section s'est réunie, à 11 heures du matin, sur les chantiers de la nouvelle station de Gand-St-Pierre.

Après avoir examiné les plans de construction, aimablement pilotés par M. Cloquet, architecte, et MM. Van Herreweghe et De Wilde, entrepreneurs des travaux, les membres de la section ont traversé les vastes chantiers où des tailleurs de pierre façonnaient les dernières sculptures tandis qu'une grue électrique de dimensions considérables transportait et déposait les matériaux à pied d'œuvre.

Ils ont ensuite visité le bâtiment dans tous ses détails pour finir par aboutir sur les toitures en terrasse qui le couronnent. Au cours de cette visite, les membres ont été unanimes à admirer et à louer l'administration des chemins de fer pour les dispositions pratiques prévues dans l'agencement et la disposition des locaux et des couloirs, l'architecte pour l'emploi judicieux de matériaux apparents de couleurs différentes et le ménagement d'heureuses perspectives, bien que son « néo style » ne soit pas du goût de tout le monde, les entrepreneurs enfin, pour le véritable tour de force qu'ils ont réalisé de mettre sous toit, dans l'espace de neuf mois, un bâtiment de 150 m. de long sur 20 de large et 10 de haut agrémenté de tours, d'avant-corps et de nombreuses sculptures.

Il était midi et demie quand la visite a pris fin.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

L'assemblée générale de l'après-midi s'est tenue à l'hôtel du Gouvernement provincial, sous la présidence d'honneur de Mgr Stillemans, évêque de Gand et de M. le baron de Kerchove d'Exaerde, gouverneur de la province, et la présidence effective de M. le docteur Warlomont, membre du Conseil. MM. les Présidents et Vice-Présidents, retenus à Liége, Bruxelles et Paris, par leurs devoirs professionnels, s'étaient fait excuser.

M. le docteur Heymans, professeur à l'Université, a fait une conférence très applaudie *Sur quelques problèmes importants de la lutte actuelle contre la tuberculose.*

M. le baron van der Bruggen, ancien ministre de l'Agriculture, Mgr Stillemans et M. le baron Peers ont vivement félicité le savant conférencier, dont les travaux sur la tuberculose bovine sont hautement appréciés parmi les agriculteurs.

M. le docteur Warlomont a ensuite remercié l'orateur. Il a remercié aussi tous ceux qui avaient contribué au succès de la session de Gand de la Société, M. le gouverneur qui a mis les salons du Gouvernement provincial à notre disposition pour l'assemblée générale, M. Maenhaut, membre de la Chambre des Représentants, qui nous a amené un grand nombre de membres de la Société d'Agriculture dont il est le vice-président, les RR. PP. Jésuites qui ont donné le matin l'hospitalité à trois de nos sections au Collège Sainte Barbe, enfin et surtout Mgr Stillemans, membre de la Société depuis son origine, qui n'a cessé de nous encourager de toute manière depuis trente-cinq ans.

M. le docteur Warlomont a ensuite levé la séance et déclaré close la session d'octobre.

M. Heymans, pour illustrer sa conférence, avait exposé dans la salle une série de tableaux relatifs à la propagation et à la prophylaxie de la tuberculose bovine ; puis des bocaux contenant,

à divers stades de leur développement, des cultures des bacilles de la tuberculose humaine, bovine et aviaire. Il a donné aux membres de la Société, après la conférence, des explications complémentaires relatives à ces cultures et à ces tableaux.

La conférence de M. Heymans sera publiée dans la Revue des Questions scientifiques.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

TRENTE-SIXIÈME ANNÉE, 1911-1912

SECOND FASCICULE

LOUVAIN

SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

(J. THIRION)

11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1912

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

PAGES

Session du 25 janvier 1912, à Bruxelles. — Séances des Sections.

Première Section 111
Deuxième — 123
Troisième — 134
Quatrième — 139
Cinquième — 146
Sixième — 148
Assemblée générale 154

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

Théorie du Niveau à Bulle longitudinal, par M. P. J. E. Goedseels . 133

Coup d'œil rétrospectif sur les diptères de la Baltique, par M. F. Meunier 160

Application de la Géométrie analytique aux Problèmes de Topographie, de Géodésie et d'Astronomie, par M. P. J E. Goedseels . 187

Sur deux nouveaux théorèmes de géométrie réglée, par M. J. Neuberg 194

Myrméléonides (Ins. Nevr.) nouveaux ou peu connus, par le R. P. Longin Navas, S. J. 203

L'Autolyse et l'Isolement des ferments protéolytiques, par M. le Dr Frans Daels 249

Nouvelle Simplification de la Méthode la plus approximative et de la Méthode de l'Approximation minimum, par M. l'abbé L. Tits . . . 256

L'Aurignacien en Belgique, par M. l'abbé J. Claerhout. 264

Contribution à l'étude des malformations congénitales multiples de la face, par M. le Dr A. Tits 281

Quelques applications nouvelles du principe de l'addition des tranches, particulièrement à l'étude des déterminants dont l'uniformité dépend de l'ordre, par M. Maurice Lecat 286

Le volume des Annales de la Société scientifique paraît en 4 fascicules trimestriels ; il coûte 20 francs pour les personnes qui ne sont pas membres.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** de la Revue et des Annales, et l'**Administration** de ces deux publications et de la *Société scientifique*, au Secrétariat, 11, rue des Récollets, Louvain.

Adresse du Secrétaire général : **M. Paul Mansion,**
2, quai des Dominicains, Gand.

SESSION DU 25 JANVIER 1912

A BRUXELLES

—

SÉANCES DES SECTIONS

—

Première section

—

M. Janne fait le rapport ci-après sur le mémoire présenté à la section par M. Pasquier, le 26 octobre 1911, et intitulé : *Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale.* Conformément aux conclusions de ce rapport et à la décision prise par la section dans sa dernière séance, le mémoire a été inséré dans les Annales.

La très remarquable communication que notre éminent collègue M. le professeur Pasquier nous fit à la dernière réunion de la Première Section (Gand, octobre 1911), piqua grandement notre curiosité scientifique, car elle exposait clairement et sobrement l'état actuel du problème fondamental de la Physique du globe, savoir celui de la constitution physique de notre planète.

Depuis longtemps on a dû abandonner l'hypothèse d'une Terre homogène, incompressible et parfaitement rigide.

On sait que la densité moyenne de la Terre, prise dans son ensemble, vaut environ le double de la densité moyenne des roches superficielles, déterminée par mesure directe. On ne peut donc supposer la Terre homogène.

D'autre part, les substances, métaux, roches, etc., que l'on a, dans les laboratoires, soumises à l'expérience, ont toujours présenté un certain degré de compressibilité et de plasticité (visqueuse

ou élastique). Il serait donc souverainement irrationnel de supposer que les matières composant le globe offrent, dans leur ensemble, une incompressibilité et une rigidité parfaites.

D'ailleurs, certaines considérations cosmogoniques, certains phénomènes d'ordre géologique ou astronomique paraissent demander qu'au moins une partie de l'intérieur du globe soit susceptible de se déformer.

Si maintenant, pour ces diverses raisons, on imagine que la Terre ait une constitution quelconque, autre que celle d'un solide parfaitement rigide, on doit immédiatement conclure que cette Terre doit céder, au moins dans une certaine mesure, aux réactions centrifuges qu'évoque sa rotation et aux forces attractives qui émanent de la Lune, du Soleil et des planètes, comme le font les océans qui recouvrent sa surface. Ces déformations propres du globe *(marées terrestres)* peuvent s'évaluer, comme l'a montré Lord Kelvin, par la mesure précise de la *réduction qu'elles font subir aux marées océaniques*. C'est un premier moyen — le plus direct — de déterminer le degré de plasticité du globe, mais non pas le seul, ni même le plus aisé.

Un fil à plomb, ou encore un pendule horizontal, placé en un lieu géographique, doit, en vertu même de la déformation de la masse attractive de la Terre et du changement de position, relative à cette Terre, des astres perturbateurs, subir une déviation propre, en même temps que le plan tangent au sphéroïde terrestre, au lieu considéré (qui est le plan de référence pour les déplacements du pendule), doit éprouver un changement d'orientation. Pour ce double motif, le fil à plomb doit, vis-à-vis de ce plan, changer de position ; et comme sa direction définit la verticale du lieu, on dit qu'il se produit une déviation de la verticale. La mesure de la *déviation de la verticale* constitue un deuxième moyen de déterminer le degré de plasticité du globe.

Enfin, comme la Terre n'est plus supposée parfaitement rigide, on ne peut plus logiquement lui appliquer les lois du mouvement d'un corps solide autour d'un point fixe et on doit recourir à la théorie du mouvement de rotation d'un corps variable. Les circonstances de son mouvement deviennent beaucoup plus complexes ; en particulier son axe instantané de rotation, en éprouvant des variations de direction, engendre un cône à directrice entor-

tillée, même si les hypothèses que l'on fait sur sa constitution sont simples. Les pôles instantanés de rotation [1], c'est-à-dire les intersections de l'axe instantané avec la surface du globe, doivent donc décrire des courbes presque inextricables. Il nous reste à dire quel est le phénomène qui permet de déterminer ces trajectoires complexes et le mouvement des pôles sur ces trajectoires et par là même de donner des indications sur le degré de rigidité du globe.

La colatitude géographique d'un lieu est l'angle que fait la verticale du lieu avec l'axe instantané de rotation de la Terre. Comme nous venons de le dire, la verticale, outre un déplacement apparent dû au changement d'orientation du plan de référence, subit encore une déviation propre due aux variations de forme ou de position des différents astres et évidemment aussi aux variations des réactions centrifuges causées par le déplacement de l'axe de rotation. En vertu même de ce dernier déplacement et de la déviation de la verticale, l'angle que font ces deux droites doit varier, c'est-à-dire qu'il doit se produire une *variation de latitude géographique,* variation que l'on peut déceler par des observations astronomiques faites avec soin. D'où l'on déduit un troisième moyen de déterminer expérimentalement la plasticité de la Terre.

Si M. Pasquier n'avait craint d'allonger démesurément le titre de sa communication, il aurait pu intituler cette dernière : *Sur la mesure des marées océaniques apparentes, des déviations de la verticale et des variations de la latitude.*

Ce qui m'a particulièrement charmé dans son travail, c'est, en même temps que le langage sobre, clair et précis, la grande documentation dont il fait preuve, documentation qui s'étend aux mémoires et aux traités les plus récents. On peut dire que ce travail comble une véritable lacune, car, depuis la publication de la dernière Note de Ch. Lallemand, n'avait plus paru, à notre connaissance, quelque bibliographie complète relative à ce sujet captivant.

---

[1] On peut encore parler d' « axe instantané de rotation », lorsque le corps n'est plus rigide, grâce à une convention. [Voyez, par exemple, notre Travail *sur la Variation des latitudes,* Mém. Soc. Roy. Sc. Liége, (3), t. VIII, 1909, 3me partie, litt. A et B.

Le lecteur de cette importante Note s'apercevra qu'elle est rédigée par un maître de l'astronomie : les détails relatifs à l'organisation d'observations en commun, aux méthodes d'observation, aux constantes astronomiques, aux erreurs instrumentales sont exposés de la façon la plus nette et la plus intéressante.

En particulier je sais gré à M. Pasquier de nous avoir fait connaître, dans le détail le plus menu, l'organisation et le fonctionnement du célèbre Service international des Latitudes.

Vous avez deviné que c'est par acclamation que je vous propose de décider l'insertion, dans nos Annales, de ce beau travail qui fait honneur autant à la Société scientifique qu'à son éminent auteur.

M. Dutordoir présente à la section le rapport suivant de M. Goedseels sur un travail de M. l'abbé L. Tits intitulé *Nouvelle simplification de la méthode la plus approximative et de la méthode de l'approximation minimum*, qui avait été présenté à la section, dans sa dernière séance, sous un autre titre.

L'article de M. l'abbé Tits fait suite à deux communications antérieures de M. de la Vallée Poussin et nous relatives à la simplification de deux méthodes exposées dans notre *Théorie des erreurs d'observation.*

On peut démontrer que la méthode des moindres carrés donne les valeurs les plus probables des inconnues figurant dans une série d'équations linéaires, lorsque les erreurs affectant les seconds membres de ces équations obéissent à une certaine loi exponentielle. Mais cette condition, quoi qu'on en dise, est rarement satisfaite,et il importe, dans les cas incertains ou douteux, de traiter les équations par des méthodes plus sûres. Les deux méthodes auxquelles M. Tits fait allusion dans son travail répondent à ce desideratum. Seulement, malgré les simplifications qui y ont été apportées par M. de la Vallée Poussin et par nous, elles donnent encore lieu à des calculs trop laborieux.

Nous remercions notre jeune confrère d'avoir bien voulu travailler à l'amélioration de nos deux méthodes de calcul, et nous exprimons le vœu que, grâce à ses efforts ultérieurs dans la même voie, ces deux méthodes finiront par revêtir un caractère de simplicité tel qu'elles ne laisseront plus rien à désirer.

En attendant, les nouvelles simplifications trouvées par M. Tits, en se basant sur un principe très simple, constituent déjà un sérieux progrès, et nous proposons volontiers à la section l'insertion du travail dans nos ANNALES.

Les conclusions de ce rapport, auxquelles s'est rallié M. C. de la Vallée Poussin, second rapporteur, sont adoptées par la section.

M. Neuberg fait rapport sur le mémoire de M. Goedseels intitulé: *Application de la géométrie analytique aux problèmes de topographie, de géodésie et d'astronomie. Problème de Snellius, dit problème de Pothenot et problème de Hansen.*

M. Neuberg propose l'insertion du mémoire dans les ANNALES. Cette proposition est adoptée.

M. Neuberg présente le travail suivant :

Sur l'octogone gauche de P. Serret (2e Note) [1]

Considérons l'*octogone gauche* (T*t*) constitué par le tétraèdre $A_1A_2A_3A_4 \equiv T$ et la transversale *t*, qui rencontre les faces de T aux points B_1, B_2, B_3, B_4. Dans une première note, j'ai traité avec quelques développements le théorème suivant dû à M. Paul Serret :

Les sphères décrites sur les diagonales A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4 *d'un octogone complet* (T*t*) *comme diamètres ont deux points communs* M, M′ *ou appartiennent à un réseau.*

Le même géomètre a établi cette proposition comme un cas particulier de la suivante :

Toute quadrique qui divise harmoniquement trois diagonales de l'octogone (T*t*), *divise harmoniquement la quatrième* [3].

Une telle quadrique peut être dite *conjuguée* par rapport à l'octogone.

Un octogone gauche admet une infinité de sphères conjuguées. En effet, toute sphère qui a son centre sur l'*axe radical* MM′ et

---

[1] La première Note a paru dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. XXXV, 1re partie, pp. 177-187.

[2] Paul Serret, *Géométrie de direction*, pp. 265-268.

[3] J'ai démontré cette propriété dans MATHESIS, 1904, p. 36, par un procédé différent de celui de P. Serret.

coupe orthogonalement l'une des sphères diagonales, est orthogonale aux trois autres et, par suite, divise harmoniquement les diamètres A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4 de ces sphères.

Soient I_1, I'_1 deux points conjugués harmoniques par rapport aux points A_1, B_1 ; ils déterminent une sphère conjuguée. Car, si le plan perpendiculaire au milieu du segment $I_1I'_1$ rencontre l'axe radical MM' au point ω_1 la sphère décrite du centre ω avec le rayon ωI_1 rencontre orthogonalement les quatre sphères diagonales.

Étant donnés le tétraèdre T et une sphère quelconque ω, peut-on associer à T une transversale t telle que la sphère ω soit conjuguée par rapport à l'octogone (Tt) ? Les plans polaires des sommets de T' rencontrent les faces opposées de T suivant quatre droites d_1, d_2, d_3, d_4, qui, d'après un théorème connu, sont des génératrices d'un même mode d'un hyperboloïde. Toute droite t qui s'appuie sur d_1, d_2, d_3, d_4 forme avec T un octogone par rapport auquel la sphère ω est conjuguée. Ces droites t appartiennent donc à un système réglé.

M. Neuberg communique à la section un mémoire *sur deux nouveaux théorèmes de géométrie réglée.* La section décide l'insertion de ce mémoire dans les ANNALES.

M. Merten fait une communication *sur les règles des mises dans les jeux de hasard.* Le R. P. Willaert est nommé commissaire pour l'examen de ce travail.

M. Mansion fait une communication *sur la réduction des intégrales elliptiques à la forme normale de Legendre,* dont voici le résumé :

Le problème de la réduction des intégrales elliptiques se ramène aisément, sans aucun tâtonnement, à la question suivante : transformer les expressions différentielles

$$1.\ dx : \sqrt{(1-h^2x^2)(1-j^2x^2)}\ ;$$

$$2.\ dx : \sqrt{(h^2x^2-1)(1-j^2x^2)}\ ; \quad 3.\ dx : \sqrt{(h^2x^2+1)(1-j^2x^2)}\ ;$$

4. $dx : \sqrt{(h^2x^2+1)(j^2x^2-1)}$; 5. $dx : \sqrt{(h^2x^2+1)(j^2x^2+1)}$,

en d'autres de la forme

$$6.\ dy : \sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}$$

à une constante près, k^2 étant compris entre zéro et l'unité.

Cayley, dans son *Treatise on Elliptic Functions* (n^os 408 à 412) résout péniblement cette question en posant $x^2 = (a + by^2) : (c + dy^2)$ et déterminant les constantes a, b, c, d de manière à réussir.

Mais on arrive bien plus facilement au but, en ramenant les formes 2, 3, 4, 5 à 1, puis 1 à 6.

Pour cela, on fait $x^2 = a^2 - y^2$, si x^2 est toujours fini (cas 2 et 3), $x^2 = y^2 - a^2$, si x^2 peut croître indéfiniment (cas 4 et 5). Il suffit de faire les calculs pour voir que l'on réussit toujours. Si on choisit dans les cas 2 et 3 la substitution qui convient à 4 et 5 ou inversement, on s'en aperçoit tout de suite et il suffit de changer les signes de a^2 et de y^2, pour utiliser les calculs déjà faits.

Pour réduire 1 à 6, on pose $hx = y$, $j^2 = k^2h^2$, si h^2 surpasse j^2.

Nous avons indiqué antérieurement (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1903, t. XXVII, 1^re partie, p. 125) un moyen tout aussi simple pour réduire les intégrales elliptiques à la forme normale de Weierstrass.

M. Mansion fait la communication suivante *sur la formule sommatoire d'Euler et Maclaurin.*

Soit $y = fx$ l'équation d'une courbe croissante depuis $x = x_0$ jusque $x = x_{10}$ et ayant sa convexité de $x = x_0$ à $x = x_t$, sa concavité de $x = x_t$ à $x = x_{10}$ tournée vers l'axe des x, x_t correspondant à un point d'inflexion où $f'x_t$ a sa valeur maxima. Proposons-nous de calculer la somme

$$S = \frac{1}{2}y_0 + y_1 + \cdots + y_9 + \frac{1}{2}y_{10},$$

$y_0, y_1, \ldots, y_9, y_{10}$ étant onze ordonnées équidistantes de manière que $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \cdots = x_{10} - x_9 = h$. Pour fixer les idées, supposons que le point d'inflexion $i(x_t, y_t)$ soit situé entre $6(x_6, y_6)$ et $7(x_7, y_7)$ et que x_t soit plus près de x_7 que de x_6.

L'aire de la courbe entre y_0 et y_{10} sera inférieure à la somme des figures suivantes : 1° Les trapèzes formés par l'axe des x, les ordonnées y_0, y_1, ..., y_6 et les cordes joignant les points (0, 1), (1, 2), ..., (5, 6). 2° Le rectangle ayant pour base d'intervalle $x_7 - x_6 = h$ des ordonnées y_6 et y_7 et pour hauteur y_7 ; celui qui a pour base l'intervalle $x_{7\frac{1}{2}} - x_7 = \frac{1}{2}h$, des ordonnées $y_{7\frac{1}{2}}$, y_7 et pour hauteur $y_{7\frac{1}{2}}$. 3° Les trapèzes obtenus en menant par les points 8, 9, les tangentes à la courbe limitées par les coordonnées qui en sont distantes de part et d'autre de $\frac{1}{2}h$, ordonnées formant avec des portions h de l'axe des x, les côtés de ces trapèzes. 4° Le rectangle de base $\frac{1}{2}h$, de hauteur y_{10}.

On trouve ainsi

$$h\left(\frac{y_0}{2}+y_1+\cdots+y_5+\frac{y_6}{2}+y_7+\frac{y_{7\frac{1}{2}}}{2}+y_8+y_9+\frac{y_{10}}{2}\right)>\int_{x_0}^{x_{10}} fxdx,$$

ou

$$S > \frac{1}{h}\int_{x_0}^{x_{10}} fxdx - \frac{1}{2}(y_{7\frac{1}{2}} - y_6)$$

Par un procédé analogue, on prouve que l'on a

$$S < \frac{1}{h}\int_{x_0}^{x_{10}} fxdx + \frac{1}{2}(y_{6\frac{1}{2}} - y_6)$$

Si le point i se trouvait entre les points 6 et $6\frac{1}{2}$, les indices $6\frac{1}{2}$ et $7\frac{1}{2}$ devraient être permutés dans ces formules. Si y_i était équidistant de y_6 et y_7, on pourrait mettre $y_{6\frac{1}{2}}$ dans les deux formules.

On peut observer que

$$y_{6\frac{1}{2}} - y_6 < \frac{1}{2}hf'x_i\ ;\ \ y_{7\frac{1}{2}} - y_6 < \frac{3}{2}hf'x_i$$

On peut donc écrire ainsi les formules précédentes :

$$S > \frac{1}{h}\int_{x_0}^{x_{10}} fxdx - \frac{3}{4}hf'x_i, \text{ ou } -\frac{1}{4}hf'x_i,$$

$$S < \frac{1}{h}\int_{x_0}^{x_{10}} fxdx - \frac{1}{4}hf'x_i, \text{ ou } -\frac{3}{4}hf'x_i.$$

selon que x_i est plus près de x_7 que de x_6 ou inversement. Si $2x_i = x_6 + x_7$, on peut mettre $\frac{1}{4}hf'x_i$ dans les deux formules.

M. Lecat fait la communication suivante : *Généralisation des notions de permanent et de déterminant.*

Par définition d'un permanent ou d'un déterminant, il n'y a jamais qu'*un seul élément* (première condition) d'un même terme dans une même tranche *ayant* n — 1 *dimensions* (seconde condition). En modifiant ces deux restrictions, on est conduit à deux extensions de la notion de permanent ou de déterminant [1].

1. Voyons la première. Considérons des éléments en nombre $p_1 \cdot p_2 \cdots p_n$, disposés dans un parallélipipède à n dimensions, les files étant composées de $p_1, p_2, \cdots, p_n$ éléments. Dans cette matrice à n dimensions, prenons tous les produits qu'on peut former en multipliant entre eux

$$p = \sum_{\pi_\nu = 1}^{p_\nu} p_{\pi_\nu}^{(\nu)} \qquad (\nu = 1, \cdots, n)$$

éléments, $p_{\pi_\nu}^{(\nu)}$ désignant le nombre d'éléments que l'on doit choisir dans la tranche des éléments dont l'indice de rang ν vaut π_ν. La fonction constituée par la somme de tous les termes (de degré p)

---

(1) Bien que cette question soit traitée dans une des notes formant l'Appendice de notre *Abrégé de la théorie des déterminants à* n *dimensions*, (Gand, Hoste, 1911), nous croyons utile de l'exposer ici, mais en la résumant et en la dépouillant de toute considération accessoire.

ainsi formés, généralise le permanent à n dimensions et d'ordre (ou degré) p, pour lequel on a :

$$\text{(I)} \qquad p_{\pi_\nu}^{(\nu)} = 1, \qquad \text{donc} \quad p_\nu = p.$$

Pour arriver à la généralisation correspondante du déterminant, il faut donner à chaque terme un signe déterminé par une règle appropriée ; on peut en imaginer plusieurs, mais, même si n est pair, elles reposent toutes sur des considérations compliquées (et que nous ne pouvons songer à exposer ici) lorsqu'il n'y a aucune valeur de ν pour laquelle p_ν soit égal à p. Si, au contraire, on suppose, hypothèse assez naturelle, que les égalités (I) ont lieu pour tous les π_ν correspondant à au moins une valeur de ν, soit $\epsilon_1, \cdots, \epsilon_r$, on rangera les éléments d'un même produit de manière à mettre par ordre de grandeur croissante les p indices, tous différents, du rang ϵ_ρ ; et en multipliant le produit considéré par $(-1)^{\Sigma_\alpha \sigma_\alpha}$, σ_α étant le nombre des inversions se trouvant dans tous les couples d'indices (inégaux) de rang α ($\alpha = 1, \cdots, \epsilon_\rho - 1, \epsilon_\rho + 1, \cdots, n$), on aura, avec son signe, un terme de ce qu'on pourrait appeler l'*hyperdéterminant* (¹) où ϵ_ρ est le rang fixe.

Les hyperdéterminants, dont l'étude est beaucoup plus compliquée que celle des déterminants, semblent, contrairement à ceux-ci, ne pas être susceptibles de nombreuses applications.

2. La seconde généralisation est un peu plus importante.

(¹) C'est le terme (*iperdeterminante*) employé par N. Traverso dans une étude [GIORNALE DI MATEMATICHE 1901-1902, 32 pages] sur les hyperdéterminants rectangulaires ou non, mais à deux dimensions (si l'auteur recourt, incidemment d'ailleurs, à l'espace à 3 dimensions, ce n'est qu'en ce qui concerne la question du signe). Mais, si l'on fait abstraction de la classe, on peut dire que les hyperdéterminants de Traverso sont plus généraux que ceux du texte, car Traverso les définit sans avoir recours à l'hypothèse que nous avons faite ; quant à l'hyperdéterminant rectangulaire particulier où cette restriction est satisfaite, c'est-à-dire où les p relatifs aux files d'une même direction valent l'unité, il l'appelle *hémi-* ou *semidéterminant*. En d'autres termes, nos hyperdéterminants généralisent, au cas de plusieurs dimensions, les hémidéterminants, qui sont beaucoup plus intéressants que les hyperdéterminants (au sens de Traverso) rectangulaires généraux. Notons que la dénomination hémidéterminant, correcte pour $n = 2$, pourrait prêter à objection pour $n > 2$.

Étant donnés, cette fois, p^n éléments disposés en cube à n dimensions, elle consiste à remplacer par $g - 1$ le nombre $n - 1$ intervenant dans la seconde restriction et à exiger que les éléments d'un terme quelconque se trouvent dans une même tranche à g dimensions, mais que tout terme ne puisse avoir qu'un élément dans toute tranche à $g - 1$ dimensions. On dira qu'on a un permanent de *genre* g, si tous les termes sont pris avec le signe $+$, un déterminant de genre g (*superdéterminant* pour $g \neq n$) si l'on donne à chaque terme le signe obtenu en comptant les inversions (dans les g rangées formées d'indices différents). Si le genre est impair, il faut prendre pour *indice fixe* un indice dont le rang, compté en faisant abstraction des rangées autres que les g rangées considérées (cette condition est essentielle), a une valeur déterminée.

On peut, en observant cette condition, déterminer graphiquement le signe d'un terme, comme pour les déterminants ($g = n$).

La valeur maximée du nombre g est évidemment n. Quant à la borne inférieure, c'est $g = 1$, valeur pour laquelle les éléments sont pris sur une même file [1]. Dans le cas où $n = 2$, le déterminant n'est distinct du permanent que si le genre est égal à la classe, et par conséquent la notion de superdéterminant nécessite, contrairement à celle d'hyperdéterminant, l'utilisation de plusieurs dimensions.

3. L'expression analytique générale du développement est la suivante :

$$\sum_{i=1}^{p} \sum_{\omega=1}^{p}{}' \sum_{\nu=0}^{n-g}{}'' \prod_{\epsilon=1}^{g-1} (\pm \omega_\epsilon)^m \times$$

$$\times \prod_{\alpha=1}^{p} b_{i_1, \ldots, i_{\nu_1}, \breve{\alpha}; i_{\nu_1+1}, \ldots, i_{\nu_2}, \omega_1^{(\alpha)}; i_{\nu_2+1}, \ldots, \omega_{g-1}^{(\alpha)}; i_{\nu_{g+1}}, \ldots, i_{n-g}},$$

en convenant, pour simplifier l'écriture, qu'une lettre affectant un signe sommatoire représente l'ensemble formé par cette lettre

---

(1) Prendre $g = 0$ ne serait pas respecter rigoureusement la définition ; d'ailleurs, le développement serait alors égal à la somme des puissances p des éléments, fonction ne dépendant pas de la position des éléments, qu'il n'y aurait plus lieu de ranger dans un cube à n dimensions.

affectée successivement de ses divers indices, en sorte que le signe Σ est $(n-g)^{uple}$, Σ' est $(g-1)^{uple}$, Σ'' est g^{uple}; m est pair ou impair suivant qu'il s'agit de permanent ou de déterminant ; le signe $\smile$ surmontant l'indice α indique que c'est l'indice fixe.

Tout permanent (déterminant) de genre g est égal à la somme $(\Sigma\Sigma'')$ de $C_{n,g} \cdot p^{n-g}$ permanents (déterminants) proprement dits de classe g, chacune de ces matrices étant formée par une tranche à g dimensions. Le nombre des termes est donc

$$p^{n-g}(p\,!)^{g-1} \cdot C_{n,g}$$

si les éléments sont quelconques.

La méthode symbolique, souvent usitée pour définir les déterminants, se complique sensiblement pour les superdéterminants, au point de perdre ses avantages.

4. On voit immédiatement que, dans le cas général,

$$1 + (g-1)\delta_{1,(-1)^{g-1}}\,\delta_{1,(-1)^{m-1}}$$

est le nombre des valeurs distinctes.

La classe minimée pour que le superdéterminant puisse avoir plusieurs valeurs est évidemment 4.

Par exemple, pour $n = 3$, $g = p = 2$, il n'y a qu'une seule valeur, qui est la suivante, en n'écrivant que les indices,

$$\begin{array}{l} 121.122 - 121.112 + 211.222 - 212.221 + 111.221 - 121.211 \\ + 112.222 - 122.212 + 111.212 - 112.211 + 121.222 - 122.221 \end{array}$$

Si $n = 4$, $p = 2$, $g = 3$, il y a 3 valeurs, qu'on pourra représenter simultanément comme suit :

$$\begin{array}{llll}
+++\ 1111.2221 & +++\ 1112.2222 & +++\ 1111.2212 & +++\ 1121.2222 \\
-+-\ 1211.2121 & +--\ 2112.1222 & -+-\ 1211.2112 & -+-\ 1221.2122 \\
+--\ 2111.1221 & -+-\ 1212.2122 & +--\ 2111.1212 & +--\ 2121.1222 \\
--+\ 2211.1121 & --+\ 2212.1122 & --+\ 2211.1112 & --+\ 2221.1122 \\
+++\ 1111.2122 & +++\ 1211.2222 & +++\ 1111.1222 & +++\ 2111.2222 \\
+--\ 2111.1122 & +--\ 2211.1222 & +--\ 1211.1122 & +--\ 2211.2122 \\
--+\ 1112.2121 & --+\ 1212.2221 & -+-\ 1121.1212 & -+-\ 2121.2212 \\
-+-\ 2112.1121 & -+-\ 2212.1221 & --+\ 1221.1112 & --+\ 2221.2112
\end{array}$$

La notion de section d'un déterminant, ainsi que l'expression

des diverses valeurs à l'aide de ces sections, peuvent être étendues au cas du genre quelconque, à condition de compter les rangs en faisant abstraction des rangées d'indices égaux.

La recherche du nombre N des valeurs distinctes et des degrés m de multiplicité de ces valeurs, dans le cas de déterminants spéciaux de genre impair, est beaucoup moins aisée que pour les déterminants proprement dits (1). Ces nombres N et m dépendent, en général, du genre, et, en particulier, un superdéterminant peut être uniforme pour certains genres, sans l'être pour tous. Toutefois, si la matrice est actinomorphe, l'uniformité a lieu pour tous les genres (2) ; il y a, dans ce cas, en tout n valeurs, d'ordres de multiplicité (3) 1, 3, ..., ν, en désignant par ν le plus grand nombre impair compris dans n. Il peut arriver aussi qu'un superdéterminant ne soit uniforme pour tous les genres, que si la classe (ou l'ordre) satisfait à certaines conditions (4).

5. Le calcul des superdéterminants est beaucoup plus difficile, en général, que celui des déterminants ($g=n$), surtout si la matrice est numérique. Cela tient au fait qu'un grand nombre d'importantes propriétés n'appartiennent qu'à ceux-ci ; citons la conservation de la valeur absolue par l'échange de tranches parallèles, le principe de décomposition des matrices à éléments polynomes, ainsi que celui d'addition des tranches régulières (tranches autres que les strates d'un déterminant de classe impaire). D'autre part, la théorie des mineurs ne peut que très difficilement être étendue au cas des superdéterminants, et la complication enlève tout intérêt à cette généralisation. Il en est *probablement* de même pour la multiplication ; les superdéterminants n'auraient donc guère d'application à la théorie des formes.

---

(1) Cf. le mémoire inséré dans ces ANNALES, 1911-1912, 2e partie, p. 118.

(2) En cas d'actinomorphie, les trois valeurs dans l'exemple donné plus haut ($n=4$, $g=3$, $p=2$) se réduisent à

$$4(1112.2222 + 1112.2222 - 1122.1222 - 1112.1122).$$

(3) L'ordre de multiplicité 1 se présente pour les genres 1, 2, 4, 6, ...

(4) Voir le mémoire cité. — Les problèmes sur l'uniformité en relation avec la classe et l'ordre sont déjà très difficiles pour les déterminants proprement dits. La complication est encore sérieusement accrue en général si l'on fait $g \neq n$. Il y a là un champ de recherche bien vaste !

6. Il ne faudrait pas conclure de ce défaut de propriétés, qu'il n'y a aucun intérêt à approfondir l'étude des déterminants de genre quelconque. La théorie des déterminants proprement dits, elle-même, ne tarderait pas, sans doute, à en bénéficier, car il arrive souvent que l'étude d'un cas général suggère des cas particuliers auxquels on ne serait pas arrivé directement.

Voici, par exemple, trois problèmes [1] qu'il y aurait lieu de résoudre :

a) Rechercher la valeur maximée du superdéterminant (n, g, p) à éléments réels compris entre -1 et $+1$ [2].

b) Calculer les permanent et déterminant de classe n, g, p, de matrice

$$\left\| \left[\sum_{\nu=1}^{n} i_\nu - n - \alpha + 1 \right] \right\|,$$

$[A]$ valant 1, 0 ou -1 suivant que A est positif, nul ou négatif [3].

c) Étant donné un superdéterminant général, établir des permutations entre les indices, ou bien le trouer avec le moins de zéros possible, de manière à ne lui conserver que γ valeurs distinctes pour le genre $2\gamma + 1$, ou bien de manière à l'uniformiser pour les k genres $3, 5, \ldots, 2k + 1$.

M. Lecat expose *Quelques applications nouvelles du principe de l'addition des tranches, particulièrement à l'étude des déterminants dont l'uniformité dépend de l'ordre.*

La section décide l'insertion de ce travail dans les Annales.

---

(1) On trouvera, dans l'ouvrage cité, un certain nombre de questions sur les superdéterminants.

(2) Pour $g = n$, E. W. Davis [Johns Hopkins University Circular II, 1882, p. 22-23 ou Bulletin American math. Soc., série 2, tome XIV, 1907-08, p. 17-18] ramène la question où $n > 2$ à ce qui a lieu pour $n > 2$. M. J. Hadamard a bien voulu nous informer de ce que ces résultats sont inexacts, d'après des recherches approfondies de M. Landau.

(3) Le déterminant de cette matrice a été étudié pour $n = 2$ par Maupin [*Questions d'Algèbre*]. On trouvera dans notre *Abrégé* un grand nombre d'autres généralisations de cette matrice (voir surtout les pages 131 à 133).

M. Casteels présente un mémoire concernant les résultats de ses nouvelles recherches *Sur la génération par points des courbes planes algébriques*. Il définit tout d'abord le *mn-gramme* et en donne la théorie analytique. Puis il traite en détail le cas particulier du *3n-gramme* et fait connaître, à propos, plusieurs modes de construction relatifs aux cubiques données par neuf points.

M. Neuberg est nommé commissaire pour l'examen du mémoire de M. Casteels.

Seconde section

—

M. le Dr Étienne Henrard présente la communication suivante *Sur la Détermination de la longueur exacte des fragments d'aiguille introduits dans l'organisme*.

J'ai démontré dans des publications antérieures (1) l'utilité de l'examen radiographique (procédé stéréoscopique avec repère métallique à la surface de la peau, et procédé géométrique avec repère également) pour la détermination du siège exact des corps étrangers opaques aux rayons X introduits dans nos tissus. Mais si la méthode stéréoscopique nous démontre d'une façon approximative la grandeur des corps étrangers, si la méthode géométrique nous renseigne sur la profondeur exacte, elles ne nous donnent ni l'une, ni l'autre, la longueur exacte des fragments d'aiguille, par exemple.

Or ce renseignement peut être d'une grande utilité, car, au cours d'une extraction, on peut casser l'aiguille, ne pas s'en apercevoir et terminer l'opération alors qu'elle n'est pas complète. Peut-être cette indication de la mesure exacte pourrait-elle aussi rendre des services en médecine légale.

Le procédé que j'ai l'honneur de vous exposer en collaboration avec le lieutenant d'artillerie Hennet, consiste à obtenir sur une même plaque photographique deux images du corps étranger sous deux angles différents, le sujet restant dans la même position. On déterminera également sur la plaque au moyen d'un

---

(1) Étienne Henrard. *La recherche et l'extraction des corps étrangers opaques aux rayons X*. Bruxelles, 1910.

index (feuille métallique percée d'un *petit* trou), le pied de la perpendiculaire, abaissée du centre de l'anticathode dans la première position M de celle-ci.

Voici la série des opérations à effectuer :

1. De même que pour la détermination du siège exact, un examen radioscopique *rapide*, fournit la place de l'aiguille dans un plan parallèle à l'écran.

2. On place le sujet sur la plaque de manière que l'anticathode soit juste au-dessus du corps étranger.

3. On fait dévier l'ampoule à droite d'une longueur $\frac{D}{2}$ connue, et on mesure la hauteur H de l'anticathode en position M, à la plaque.

4. On prend alors la première ombre radiographique de l'aiguille, ainsi que celle de l'index métallique percé, mentionné ci-dessus.

5. Puis on retire l'index métallique, on fait dévier l'anticathode dans un plan parallèle à la plaque, de la longueur D connue, et sans rien changer à la position du sujet on prend, sur la même plaque, la seconde ombre radiographique de l'aiguille.

La radiographie ainsi obtenue permettra de faire toutes les mesures nécessaires à la réussite du problème.

Reproduisons schématiquement l'opération.

Soit M et N les centres de l'anticathode dans les deux positions différentes. M et N sont situés sur une ligne MN, parallèle au plan P de la plaque, qui est horizontal.

D, la distance connue entre les deux positions du centre de l'anticathode.

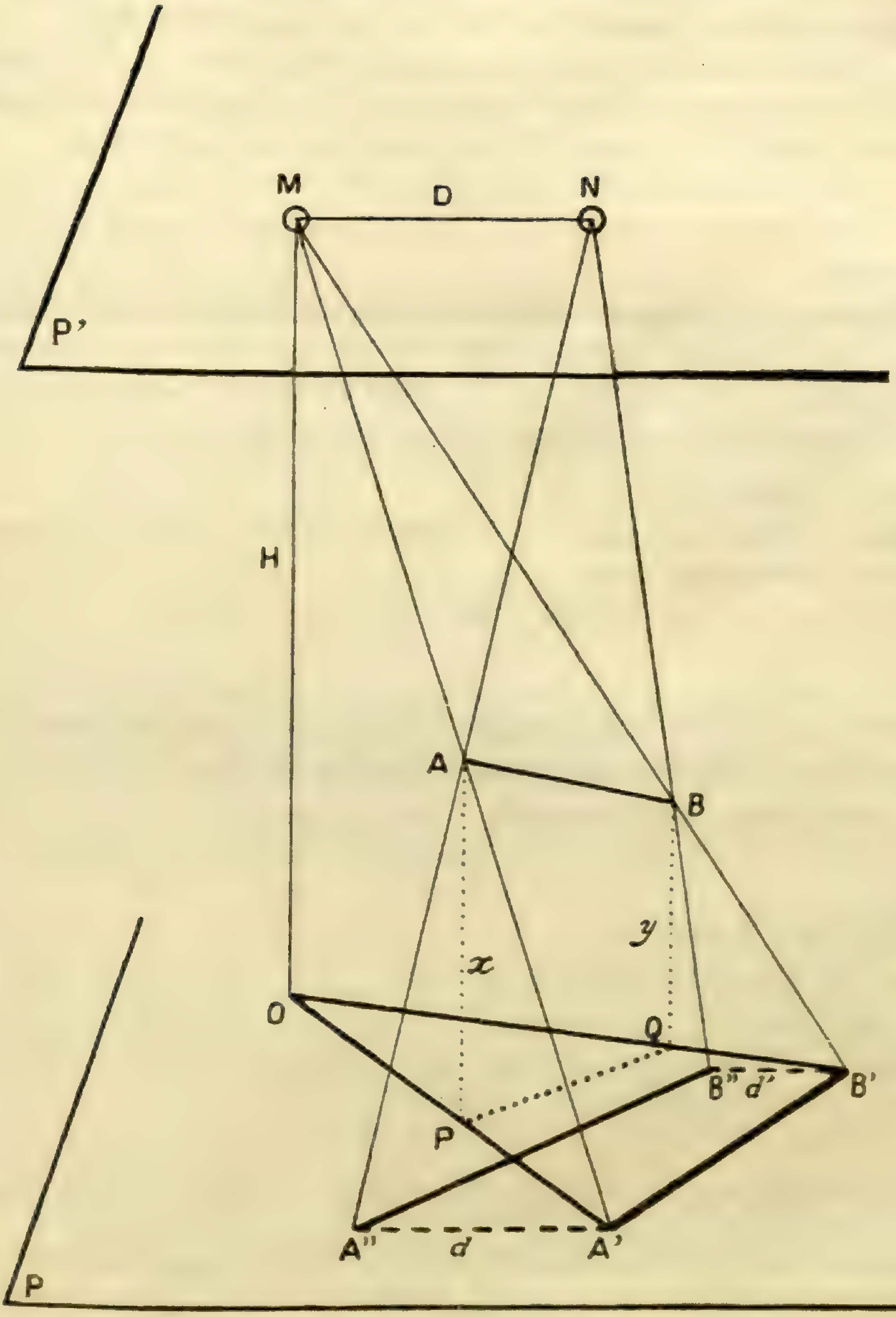
H, la hauteur connue entre les plans P et P'.

O, le pied de la perpendiculaire abaissée de l'anticathode en M, sur la plaque. L'ombre de O a été obtenue sur la plaque en même temps que A'B', première image du corps étranger AB, l'anticathode étant en M.

L'anticathode étant reportée en N, la deuxième image de AB sera marquée en A″B″.

Tirons les droites MN, MAA', MBB', NAA″, NBB″, MO.

A'B' et A″B″ sont respectivement les intersections des plans MAB et P, NAB et P. Les rayons MA et NA déterminent un plan


M
D
N
P'
H
A
B
y
x
O
Q
B"
d'
B'
P
A"
d
A'
P

qui coupe le plan P suivant A′A″ parallèle à MN, car cette droite MN est parallèle au plan P, soit *d* la longueur A′A″. On voit de même que B′B″ est parallèle à MN ; soit *d′* la longueur B′B″.

Le plan vertical MOA coupe le plan P suivant OA′. Si de A nous abaissons une perpendiculaire sur le plan P, cette droite sera dans le plan vertical MOA′, soit P le pied de cette perpendiculaire.

Le plan vertical MOB coupe le plan P, en OB′. Abaissons de B une perpendiculaire sur le plan P, soit Q le pied de cette perpendiculaire.

Joignons PQ. Nous constituons ainsi un trapèze ABQP, ayant pour côtés l'aiguille AB dont nous cherchons la longueur, les deux verticales $AP = x$, $BQ = y$ et PQ. Nous allons calculer x, y, et en déduire graphiquement PQ et enfin calculer AB.

Calcul de x *et* y.

Dans le plan MNAA′A″, les triangles AMN et AA′A″ sont semblables. Nous avons donc

$$\frac{D}{d} = \frac{MA}{AA'} \quad (1).$$

Dans le plan MOA′ les triangles MOA′ et APA′ sont aussi semblables, MO et AP étant toutes deux verticales. D'où

$$\frac{H}{x} = \frac{MA' \text{ ou } MA + AA'}{AA'}, \text{ par suite } \frac{H - x}{x} = \frac{MA}{AA'} (2)$$

De (1) et (2) suit

$$\frac{D}{d} = \frac{H - x}{x},$$

d'où

$$x = H\frac{d}{d + D}$$

En considérant les triangles BMN et BB′B″ d'une part, et les triangles MOB′, BQB, d'autre part, un calcul analogue donnerait

$$y = H\frac{d'}{d' + D}$$

D et H sont des longueurs connues, *d* et *d′* peuvent être mesurés sur la radiographie.

Construction de PQ.

Les triangles MOA′, APA′ donnent

$$\frac{A'P}{A'O} = \frac{x}{H} \text{ ou}$$

$$A'P = A'O\frac{x}{H}$$

remplaçons x par la valeur trouvée ci-dessus

$$A'P = A'O\frac{d}{d + D}$$

De même en considérant les triangles MOB′ et BQB′, on aurait

$$B'Q = B'O\frac{d'}{d' + D}$$

Les quantités D, d, d' sont connues ; les longueurs A′O et B′O peuvent être mesurées sur la radiographie.

Pour construire PQ, on portera à partir du point O les longueurs $OP = OA' - A'P$ et $OQ = OB' - B'Q$ respectivement sur OA′ et OB′, on mesurera ensuite la longueur PQ.

Remarque. — Si les longueurs calculées OP et OQ sont trop petites pour permettre une construction aisée de PQ, on en utilisera un multiple convenable n.OP et n.OQ. La construction indiquée fournira n.PQ qu'il suffira de diviser par n.

Calcul de AB.

Nous connaissons donc les longueurs x, y et PQ. Dans le trapèze ABQP menant par B une parallèle à la base PQ, nous construisons ainsi un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont respectivement égaux à $x - y$ et à PQ, et l'hypoténuse AB cherchée est

$$AB = \sqrt{(x - y)^2 + PQ^2}.$$

Règle pratique

1° On établit le tableau suivant :

$$(1)\left\{\begin{aligned} D &= \\ H &= \end{aligned}\right.$$

$$(2)\left\{\begin{aligned} d &= \\ d' &= \\ A'O &= \\ B'O &= \end{aligned}\right.$$

$$(3)\left\{\begin{aligned} x &= \\ y &= \\ A'P &= \\ B'Q &= \end{aligned}\right.$$

Les quantités (1) sont données par l'opérateur.
Les quantités (2) seront mesurées sur la radiographie.
Les quantités (3) seront calculées à l'aide des formules

$$x = H\frac{d}{d + D}$$

$$y = H\frac{d'}{d' + D}$$

$$A'P = A O\frac{d}{d + D}$$

$$B'Q = B'O\frac{d'}{d' + D}$$

2° On construit PQ sur la radiographie et on mesure sa longueur.
3° On calcule AB par la formule

$$AB = \sqrt{(x - y)^2 + \overline{PQ}^2}.$$

Le P. Thirion, S. J., présente à la section la notice qu'il vient de publier sur la vie et les travaux de G. Van der Mensbrugghe [1]. Il retrace à grands traits la carrière de notre savant et sympathique collègue, et analyse ses principaux travaux.

---

[1] Voir la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 janvier 1912.

Plusieurs membres de la seconde section se proposent de collaborer à l'observation de la prochaine éclipse du soleil (17 avril 1912). Le P. Lucas, S. J., fait à ce sujet la communication suivante :

Observation de l'éclipse solaire du 17 avril 1912, à Namur. Travaux projetés par les PP. Wulf, Stein, Schaffers et Lucas, S. J. Note préliminaire.

Nous nous proposons de reprendre à l'occasion de cette éclipse, annoncée comme annulaire, les observations faites, une première fois, à Tortosa (Espagne) en août 1905. (ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, 1905).

La méthode resterait essentiellement la même. C'est celle imaginée par le P. Wulf, et qui consiste à enregistrer côte à côte, sur un même film, d'une part, les variations de résistance d'un récepteur photo-électrique approprié, d'autre part, les oscillations de l'horloge locale. On détermine ainsi avec une considérable précision les temps initial et final de la phase maximum de l'éclipse.

Mais, si le principe reste le même, il y a lieu d'attendre de ces nouvelles observations une précision plus grande encore qu'à Tortosa.

En effet, au lieu du sélénium (Se) employé en 1905 comme récepteur photo-électrique, les observateurs se proposent, cette fois, de faire usage du potassium (K).

Comme, du reste, les autres métaux, le potassium, chargé négativement, émet, sous l'action de la lumière, principalement, des électrons négatifs. Par suite, le gaz baignant le métal prend une conductibilité unipolaire. On construira donc un récepteur photo-électrique au potassium en enfermant ce métal dans une ampoule de verre remplie d'hydrogène raréfié et scellée ; et il s'agira d'enregistrer la conductibilité de cette atmosphère gazeuse laquelle dépend de l'illumination du récepteur.

Tout récemment, MM. Elster et Geitel ont réussi à préparer des récepteurs formés d'une couche de K à l'état colloïdal et à rendre la résistance de la couche gazeuse toujours comparable à elle-même grâce à l'emploi de l'hélium (He).

Relativement au récepteur au Se, ce nouveau récepteur au K jouit du précieux privilège de n'avoir pas d'effet résiduel et de prendre sans retard sa nouvelle résistance à la moindre variation, tant positive que négative, de l'illumination.

Ce point est d'autant plus important que la prochaine éclipse s'annonce, nous l'avons rappelé, non point comme totale mais comme annulaire. La portion de surface éclipsée serait toutefois très considérable : 0,999 à Namur, d'après les derniers calculs.

Les éminents physiciens de Wolfenbüttel, MM. Elster et Geitel, nous font l'honneur de s'intéresser à nos travaux et veulent bien mettre à notre disposition un récepteur au K colloïdal fabriqué par eux-mêmes.

Mais toute la précision des résultats espérés de cette première recherche est conditionnée par celle avec laquelle nous connaîtrons la marche de la pendule locale. Il y aura donc place ici pour un service de l'heure de la plus haute importance. Le soin de l'assurer a été accepté par le P. Stein, ancien astronome à l'observatoire du Vatican, le même qui, en 1905, fut chargé de la détermination des coordonnées géographiques de Tortosa.

Pour contrôler l'heure locale, grâce à la bienveillance de M. le ministre des Sciences et des Arts de Belgique et à l'intervention aimable autant que dévouée de M. Lecointe, directeur du service astronomique à l'Observatoire royal d'Uccle, il sera installé au laboratoire du Collège N.-D. de la Paix, à Namur, d'abord, un poste de télégraphie sans fil pour la réception des signaux horaires de la tour Eiffel, et, en second lieu, un poste téléphonique relié par fil au service de l'heure de l'Observatoire royal d'Uccle. M. le directeur du service astronomique veut bien, en outre, mettre à notre disposition une horloge de précision.

Tous nos remerciements les plus chaleureux aux hautes personnalités qui daignent nous témoigner une sympathie si précieuse et si efficace.

En outre des caractères déjà signalés, le phénomène photoélectrique du récepteur au K jouit encore d'une autre propriété remarquable : il est en relation *quantitative* avec l'intensité de l'illumination reçue. Le P. Wulf a pensé qu'il y avait lieu d'utiliser cette propriété à l'occasion de la prochaine éclipse. Le fait même que celle-ci, au lieu d'être totale, ne serait qu'annulaire, ne ferait qu'ajouter un intérêt particulier à la nouvelle recherche. Il s'agirait, grâce à des mesures faites avant et pendant l'éclipse, de comparer *quantitativement* l'intensité des rayonnements marginal et central du soleil, autrement dit, de mesurer l'absorption

de l'atmosphère solaire. Le P. Schaffers veut bien se charger de cette partie des observations, laquelle se fera au moyen d'un récepteur au K de sensibilité ordinaire.

En même temps seront prises, avec un objectif à long foyer, des photographies instantanées du soleil qui mesurées fourniront avec précision la grandeur et la position des portions de la surface solaire actives au moment de chacune des mesures de résistance faites par le P. Schaffers.

M. Vandevyver présente à la section un appareil récepteur de télégraphie sans fil, simplifié, et qui a été construit par M. Vanden Bosch, le mécanicien de la Station de géographie mathématique de l'Université de Gand.

Cet appareil d'un volume réduit est très portatif ; il est contenu dans une petite boîte qui ne mesure que 21 centimètres sur 12, et sur 13 de haut. Le détecteur est à contact solide (rectifiant) carborundum-métal [1] (Dunwoody).

C'est le dispositif adopté par le constructeur qui a facilité surtout la réduction de volume. Le prix de revient de l'appareil est aussi réduit et ne s'élève qu'à une cinquantaine de francs.

Le montage est fait en type Oudin horizontal ; le dispositif est constitué par un solénoïde, bobine sur laquelle sont enroulées en une seule couche à tours jointifs, un assez grand nombre de spires de fil fin isolé.

Le système ne comporte ni pile, ni condensateur et le détecteur est monté en série, avec un téléphone à grande résistance.

Le détecteur est construit de manière que l'on puisse remplacer facilement la pointe métallique donnant contact au carborundum et que l'on puisse aussi changer à volonté la petite pastille en métal dans laquelle se trouve serti le cristal de carborundum.

Avec un seul téléphone l'appareil donne de très bons résultats, et qui sont amplement suffisants pour la réception journalière des signaux horaires et des dépêches météorologiques lancés par la Tour Eiffel.

---

[1] Le carborundum est un siliciure dérivé du carbone ; ce produit se présente sous forme de jolis petits cristaux très durs ; ils sont obtenus artificiellement au four électrique.

Si l'on veut remplacer le téléphone unique par des téléphones jumelés (ce qui augmente un peu le prix de l'appareil), on arrive à des résultats de réception acoustique supérieurs à ceux que l'on obtient avec le récepteur ordinaire de Ducretet.

Troisième section

—

Sur les rapports favorables de MM. F. Meunier et H. Lebrun, la section vote l'impression, dans la seconde partie des ANNALES, du travail du R. P. Longin Navas, S. J. : *Myrméléonides (Ins. Névr.) nouveaux ou peu connus.*

M. le D^{r} H. Lebrun présente des considérations sur la nécessité de modifier les programmes d'enseignement des sciences naturelles.

M. Proost signale à la section qu'il vient de découvrir du *réalgar*, AsS^3, dans les Alpes maritimes : il en présentera des échantillons à la session d'avril. M. Proost a également découvert des *phosphates*, non signalés jusqu'à ce jour, dans les marnes crétacées de la Vésubie, et de la *potasse feldspathique* en quantité dans les conglomérats calcaires autour de Nice.

Un mémoire *sur l'époque solutérienne en Belgique,* présenté par M. l'abbé Claerhout, est renvoyé à l'examen de M. le B^{on} Gillès de Pélichy et de M. Renier.

M. Fernand Meunier présente à la section une note concernant *Quelques Diptères à nervation des ailes affectée d'anomalie.*

L'histoire des anomalies aux ailes des Diptères et des Hyménoptères n'a pas encore fait l'objet d'un travail d'ensemble.

En 1898, L. Charpentier [1] a donné de curieuses remarques,

---

(1) Nervations anormales de Tenthrédinides, MÉM. DE LA SOC. LINN. DU NORD DE LA FRANCE, t. IX, pp. 193-228, Amiens ; voir aussi F. Meunier, REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, 1899.

malheureusement sans les faire accompagner de figures, concernant les anomalies observées chez les Chalastogastra ou Tenthrédines. Il est arrivé à cette conclusion, qui semble devoir être érigée en loi, que dans la majeure partie des cas, les irrégularités de la veination des ailes se montrent par accroissement des veines ou nervures.

De son côté, M. O. Kröber [1], de Hambourg, a décrit fort soigneusement, avec dessins au trait à l'appui, de bizarres et intéressantes anomalies affectant la tête et les ailes de plusieurs espèces de mouches.

Pour prendre date, il signale, dès à présent, quelques intéressantes anomalies se réservant de passer, sous peu, en revue, [illegible] d'autres représentants du monde des mouches ou Diptères.

Les figures ont été exécutées par Mme F. Meunier.

DESCRIPTION DES ANOMALIES

Empidae

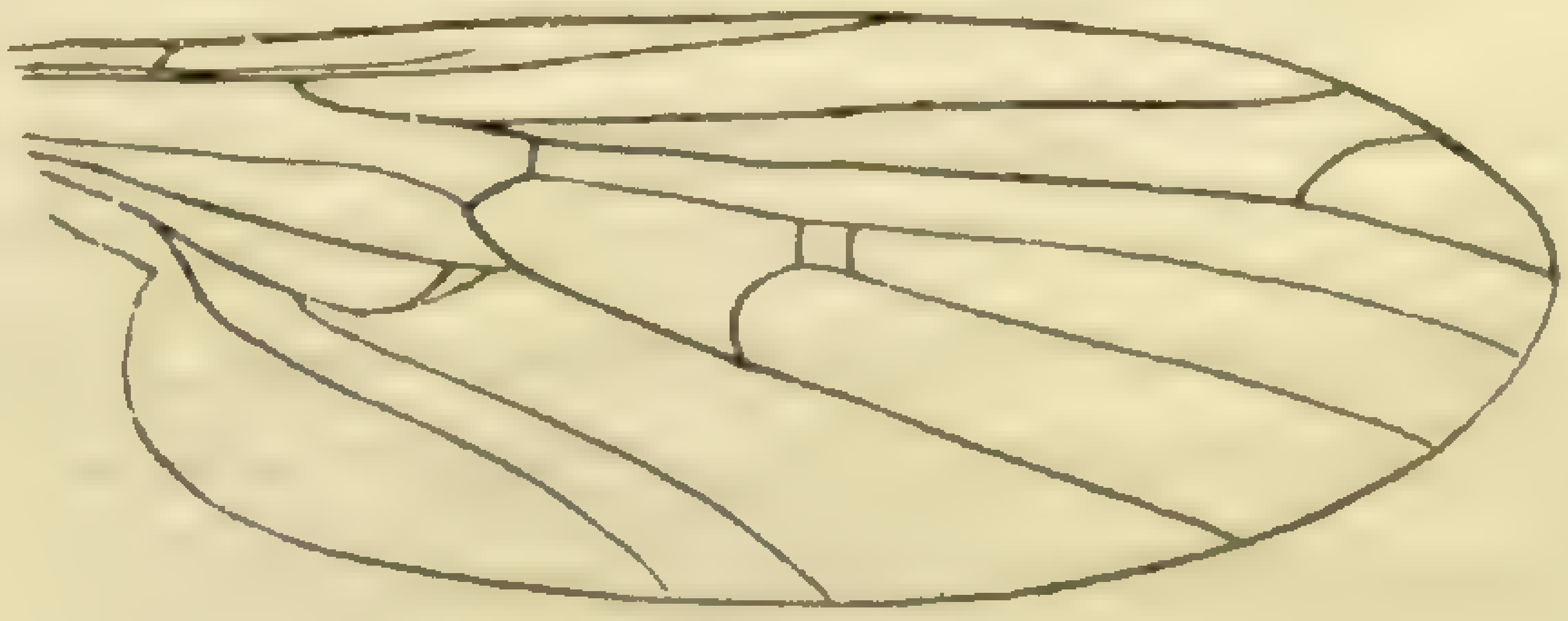


fig. 1.

1. Empis stercorea, Linné. (mâle)

Ce diptère Brachycère offre les caractères normaux du genre Empis Meigen. Il en diffère par deux particularités morphologiques de l'aile gauche. La cellule anale est faiblement bifurquée à l'extrémité. Tout près de la cellule discoïdale s'anastomose une petite nervule transversale entre les deux premières nervures de la dite cellule. De cette anomalie résulte une petite cellule qua-

---

(1) Abnormitäten bei Fliegen, Zeitschrift für wissenschaftliche Insektenbiologie, Bd. VI (Erste Folge, Bd. XV), Heft 3, p. 114 ; Heft 5, p. 181 ; Heft 6/7, p. 244. Berlin, 1910.

drangulaire comme accolée à la cellule discoïdale normale. L'aile droite a une nervation entièrement régulière.

fig. 2

2. Empis pennipes, Panz. (mâle)

Parmi les individus de cette espèce, bien représentée partout en Belgique, il a observé deux mâles offrant aussi une anomalie par accroissement. Les deux premières nervures partant de la cellule discoïdale, de l'aile droite, sont réunies près de cette dernière par une petite nervure transversale qui est quadrangulaire; la nervation de l'aile gauche ne présente rien d'anormal. Chez un autre spécimen il a observé la même anomalie, mais à l'aile gauche cette fois, avec la dite cellule quadrangulaire un peu plus petite.

Anthomyinae

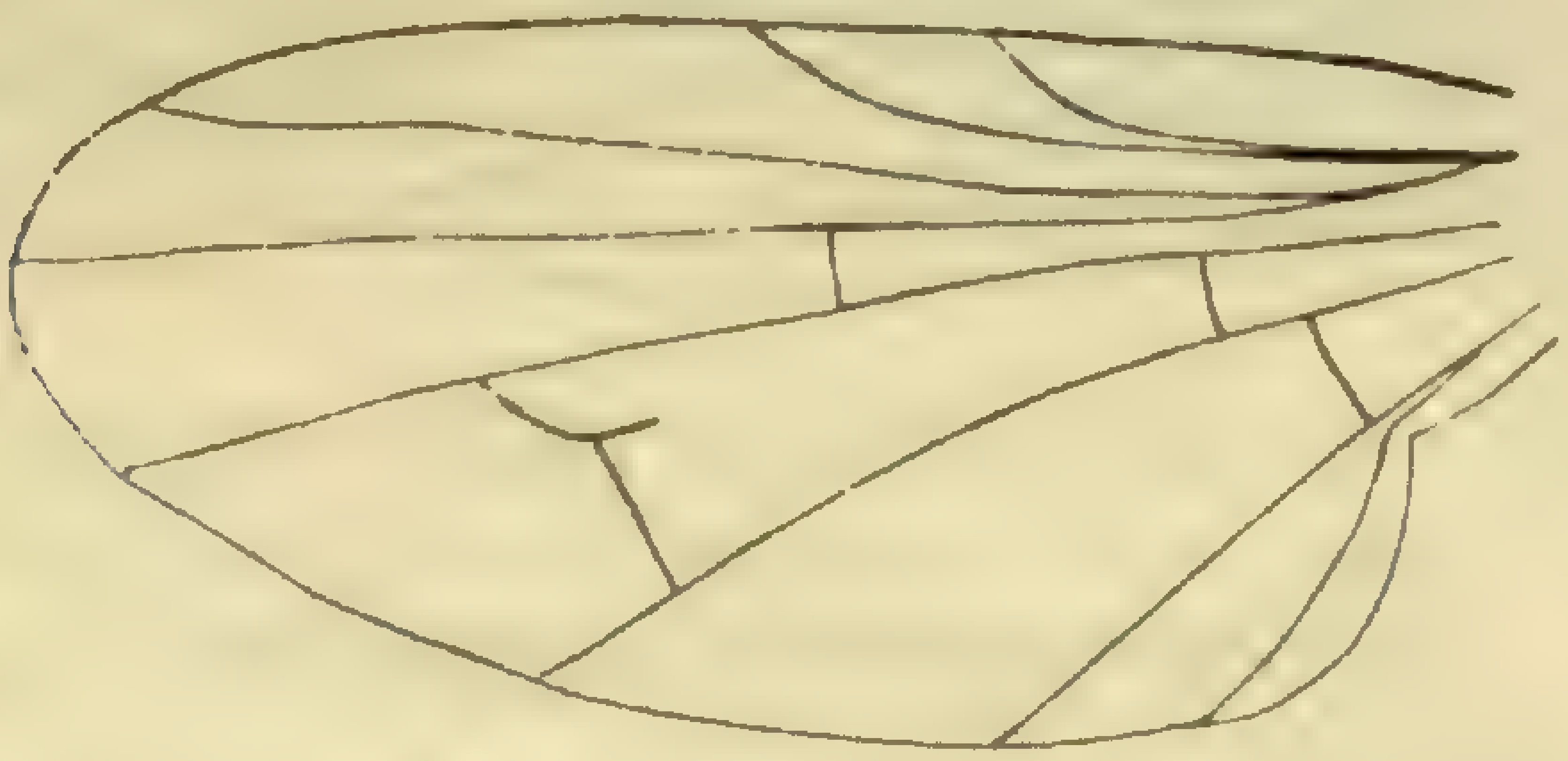


fig. 3.

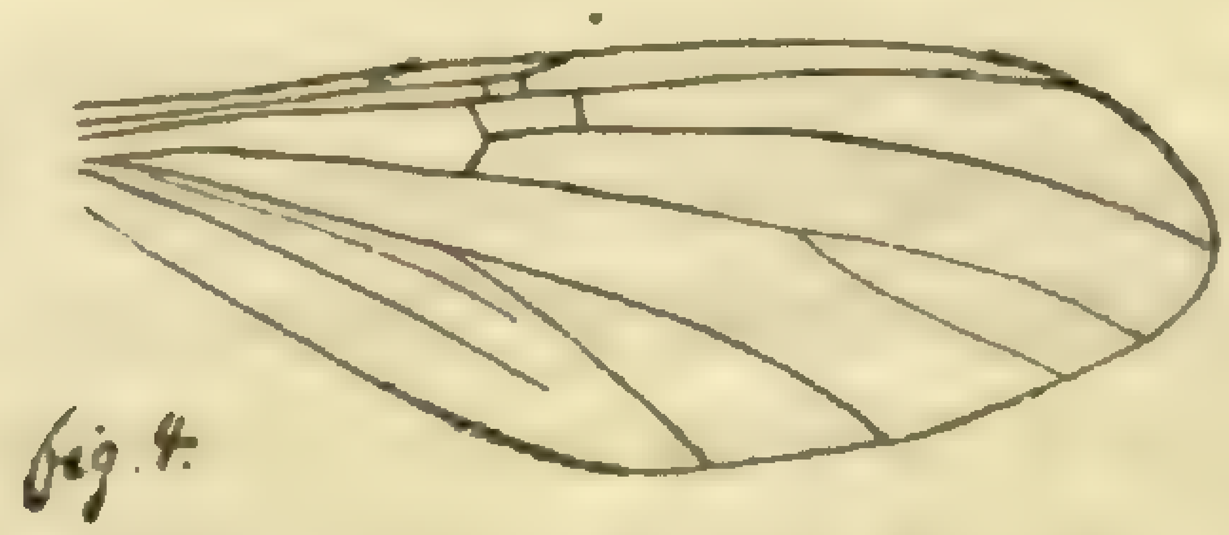
3. Mydaea vespertina, Meade fig. 3 et 3a.
Syn. : Spilogaster eod. plur. auct.

fig. 3a

Il a observé un Calyptère de ce groupe offrant une anomalie à l'aile gauche. La nervure transversale postérieure (Hintere querader) est nettement échancrée et munie au centre, dirigé vers la base de l'aile, d'un appendice très distinct (fig. 3). A l'aile droite, la même anomalie est plus appréciable. L'appendice de la transversale citée atteint la quatrième nervure longitudinale de manière à donner naissance à une cellule en forme de calice (fig. 3ª).

Mydaea vespertina Fallen est commun aux environs de Bruxelles et d'Anvers.

Mycetophilidae



4. Sciophila apicalis, Winn.

Cet orthorapha offre une anomalie à l'aile gauche, bien distincte ; celle de l'aile droite est à peine accusée. A celle de gauche on voit au-dessus de la cellule médiane (Mittelzelle, Winnertz) une très minuscule cellule additionnelle. Elle est formée par deux petites transversales réunissant la nervule assistante (Hülfsader) à la sous-costale (Unterrander). A l'aile droite, on remarque une sorte de coalescence au point où se trouve la petite cellule supplémentaire de l'aile gauche.

M. F. Meunier signale aussi *quelques Diptères observés « in copula » dans l'ambre de la Baltique* et fait à ce sujet la communication suivante :

L'examen de plus de 15 000 inclusions de Diptères et d'autres ordres d'Articulés permet de constater que les insectes trouvés *in copula* s'observent rarement dans l'ambre et le copal fossile. Pour les formes actuelles la même remarque conserve encore actuellement toute sa valeur. En effet, en visitant, au premier printemps, les insectes Diptères qui pendant leurs ébats aériens viennent s'engluer sur la propolis des bourgeons de marronniers, on

remarque une foule de moucherons dont le nombre des mâles surpasse, de beaucoup, celui des femelles. Ce sont ordinairement de frêles Chironomidae, de gracieux et délicats Ceratopogonidae (Chironomidae plur. auct.) à structure du corps toujours moins résistante que celle des Mycetophilidae, des Simulidae.

Dans son mémoire sur les insectes d'Oeningen et de Radolboj, en Croatie, Oswald Heer décrit et figure un Chironomidae accouplé (Chironomus Meyeri (taf XIV, fig. 13) (1). A l'exception de Pseudophania amatoria Heer (Homoptère) (2), c'est le seul cas d'insectes rencontrés *in copula* sur les schistes de cette formation.

Le mémoire de Lucas von Heyden, sur les Diptères des lignites de Rott (3), ne mentionne aucun insecte de cet ordre trouvé *in copula* à l'état fossile.

Au cours de mes recherches sur les insectes du houiller de Commentry (France), il m'a été impossible d'observer un seul insecte englué sur le schiste pendant l'acte copulateur. Brongniart, de son côté, n'a jamais fait mention d'articulés accouplés provenant de cette formation houillère.

A en juger d'après les documents connus actuellement, encore assez épars, tout porte à croire que les insectes fossiles trouvés *in copula* sont rarissimes sur les schistes des formations primaires et tertiaires. Ils ne sont pas moins rares dans l'ambre de la Baltique.

J'ai eu la bonne fortune d'observer trois espèces *in copula* dans l'ambre du Samland. *Palaeognoriste affinis* Meun, diffère de Palaeognoriste sciariforme Meun (4) par la longueur des antennes, par la morphologie de ces organes (5) surtout chez le mâle, et par la fourche discoïdale de l'aile. La taille de ce Mycetophilidae (il fait la transition entre les Sciaridae et les Mycetophilidae) ne dépasse guère 2 millimètres.

---

(1) *Die Insektenfauna der Tertiärgebilde.*, zweite Abteilung. p. 188.

(2) *Loc. cit.*, dritte Abtheilung, p. 90, pl. XIII, fig. 10.

(3) *Fossile Dipteren aus der Braunkohle* von Rott im Siebengebirge, Cassel. 1870.

(4) Cette espèce sera prochainement décrite et figurée dans le BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ ENTOMOLOGIQUE DE PARIS.

(5) ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, 1904 (Mémoire couronné) pp. 76-77 (tiré à part).

Boletina Oustaleti, Meun *(loc. cit.,* p. 153) est altéré par la fossiliation mais semble appartenir à cette espèce par les articles des antennes, le bord costal est prolongé après le cubitus et la fourche posticale de l'aile est à peine plus longue que la discoïdale. La taille de la femelle (elle est trop altérée pour la décrire) est de 4 1/2 millimètres.

Simulia pulchella, Meun (1) a aussi été trouvé *in copula.* Les caractères morphologiques des antennes correspondent bien à cette espèce.

Quatrième section

—

M. le Dr F. Daels, professeur à l'Université de Gand, résume, dans une note qu'il communique à ses collègues, le résultat des études et des observations quant à l'emploi de l'injection d'Électrargol, à ses indications, à son mode d'administration, aux effets thérapeutiques qu'on en peut attendre. Il a eu l'occasion de faire pratiquer des recherches expérimentales et cliniques à la clinique gynécologique de l'Université de Gand, par le Dr Léon Dewulf,

Crédé considéra, à peu de chose près, l'injection de Collargol comme un spécifique contre les infections les plus variées.

Robin reconnut une action nette aux « ferments métalliques », aux solutions électro-colloïdales, métaux colloïdaux obtenus par voie électrique. Il attribue leur action favorable, dans les processus infectieux, à leur action catalytique. Cette action catalytique se perdrait par isotonisation, par stabilisation (addition d'une substance facilitant et maintenant la suspension des particules métalliques, albumine, gomme), par simple conservation, d'où l'indication, pour la clinique, de n'utiliser que des solutions électro-colloïdales qui viennent d'être préparées. Il dénie toute action catalytique au collargol.

Isconesco et d'autres reconnaissent une activité aux solutions électro-colloïdales stabilisées d'où possibilité d'utiliser les solu-

---

(1) Beitrag zur Fauna der Bibioniden, Simuliden u. Rhyphiden des Bernsteins, Jahrb. Königl. Preuss. geol. Landesanstalt, bd. XXIV, p. 397, Berlin, 1904.

tions électro-colloïdales du commerce entre autres et surtout l'électrargol Clin.

Les données si divergentes ont engagé le Dr F. Daels à faire étudier la question. Les recherches expérimentales du Dr Dewulf ont démontré que l'électrargol Clin possède *in vivo* une certaine action neutralisante sur les toxines, une action favorable sur les infections expérimentales mortelles, lorsqu'elles sont provoquées par des germes de virulence réduite, une action nette sur les globules blancs, surtout après injections répétées (leucocytose).

En clinique, il y a action nette sur la température et sur l'état général. Nous avons été amenés à augmenter en clinique la dose d'injections intra-veineuse de 5 et 10 cc. à 50 cc., 100 cc. et 150 cc. en une fois. Pareilles injections furent pratiquées dans une dizaine de cas de para- et de périmétrite streptococcique et gonococcique, et d'endométrite septique. La série de tableaux mis sous les yeux des membres de la section met en évidence l'action sur la température. A l'injection intra-veineuse massive d'électrargol suit une légère baisse, endéans 3-6 heures une forte élévation de température à laquelle fait suite une baisse en dessous de la température initiale. Cette baisse est définitive dans la plupart des cas d'exsudats ; dans quelques cas, une nouvelle élévation de t° a surgi deux ou trois semaines plus tard, elle fut combattue avec le même succès par une nouvelle injection. La chute de la t° est si forte qu'on observe parfois, en quelques heures, des écarts de 5 degrés.

L'injection intra-péritonéale semble défavorable.

Le Dr Daels a observé des résultats favorables à la suite d'injections d'électrargol dans des cas de broncho-pneumonie. Il n'a jamais constaté les baisses de température particulièrement nettes qu'on vient de démontrer, et il attribue le fait aux doses réduites qu'il a injectées, se conformant en cela à la méthode classique.

On demande si le pouvoir catalytique a été recherché ainsi que la teneur de l'électrargol en argent.

Deux essais de dosage ont été faits et ont donné environ 0,5 gr. d'argent par litre.

Le pouvoir catalytique a été retrouvé (vis-à-vis de l'eau oxygénée). Il n'est pas détruit par isotonisation après 24 heures, il n'est pas détruit par l'ébullition, par la stérilisation à 120° durant 5 minutes. Il était inférieur au pouvoir catalytique d'une solution

de collargol merck à teneur égale en argent. Ces recherches demandent toutefois confirmation. De nouveaux essais seront entrepris.

Cette communication amène un échange de vues auquel prennent part MM. les Drs Morelle, Delétrez, Laruelle, Maroy.

M. le Dr F. Daels entretient ensuite la section de la *symptomatologie du cancer utérin*. Il attire l'attention, de façon toute spéciale, sur la nécessité de l'examen gynécologique précoce et soigné, dans les cas suspects de carcinome utérin. Depuis qu'il a repris la policlinique gynécologique à l'Université de Gand (dix mois), il ne put observer que deux cas de carcinome utérin opérables sur une vingtaine de cas qui se présentèrent, et ces deux cas étaient envoyés par des médecins de campagne qui avaient examiné la malade et avaient reconnu le danger. Des hémorragies suspectes, une érosion suspecte les avaient engagés à la prudence.

Les fortes douleurs dans le dos n'indiquent point l'extension du néoplasme et l'inopérabilité. Chez une malade, la tumeur fut encore opérable et enlevée six mois après qu'un médecin-spécialiste l'avait déclarée inopérable, en envisageant surtout les violentes douleurs des régions coccygienne et sacrée.

L'opération, qui fut suivie du rétablissement de la malade, démontra que les violentes douleurs sacrées étaient dues à l'envahissement carcinomateux des deux ovaires, envahissement qui n'empêchait nullement l'ablation large. Une grande partie des trompes était intacte.

Le Dr Delétrez appuie les observations du Dr F. Daels, au sujet de la négligence des médecins, surtout peut-être des médecins de la ville, lorsqu'il s'agit d'examiner des cas suspects au point de vue carcinome utérin. Trop facilement ils renvoient la malade avec une prescription, sans avoir pratiqué l'examen gynécologique.

MM. les Drs J. Boine et A. Tits, nos collègues de Louvain, ont étudié d'une manière très complète un cas fort intéressant d'*Exophtalmie pulsatile* traitée avec succès par la ligature de la carotide. Nous avons cru intéressant, nous dit M. Boine, de relater l'observation d'exophtalmie pulsatile qui va suivre, à un double

point de vue : d'abord, pour apporter une contribution au traitement de cette affection, ce qui n'est pas superflu puisque l'accord est loin d'être fait à ce sujet, et ensuite, parce que, à notre connaissance, nous sommes les premiers à publier un cas de ce genre, où l'examen radiographique ait été fait et ait donné certains résultats.

Il s'agit de la veuve N... boutiquière, âgée de 57 ans.

Antécédents de famille. — Le père, hémorrhoïdaire, est mort des suites d'une opération. Un frère est mort d'une affection au sujet de laquelle la malade ne peut fournir aucun renseignement. Un frère et une sœur sont bien portants. Le mari est mort à 48 ans d'une attaque.

Antécédents personnels. — La malade a eu cinq enfants bien portants, et une fausse couche. Elle n'a jamais fait de maladie, mais était sujette, dans sa jeunesse, à des attaques nerveuses qui ont disparu après son mariage, il y a 37 ans.

L'affection actuelle a commencé, il y a plus de 15 ans, sans cause bien nette ; la malade ne croit pas avoir subi de traumatisme, elle n'avait jamais fait d'effort, mais elle pense que l'affection a été provoquée par une violente colère qu'elle avait eue la veille.

Le début fut brusque ; la malade ressentit de vives douleurs dans le front et l'orbite droite. Dès ce moment elle constata une forte saillie de l'œil qui, au bout de peu de temps, rentra dans l'orbite, sans cependant reprendre sa position première. L'exophtalmie, dans la suite, augmenta graduellement.

État actuel. — A première vue la malade présente une notable asymétrie de la face : l'œil droit est saillant et projeté en bas et en dehors. Cette exophtalmie varie d'ailleurs suivant les moments où l'on examine la malade. La compression de la carotide la fait diminuer, tandis que les efforts et la position inclinée font saillir l'œil davantage.

L'œil droit est un peu larmoyant, par suite du déplacement des points lacrymaux.

Les veines de la face ne sont pas plus marquées d'un côté que de l'autre. Il n'y a pas de congestion des veines de la conjonctive.

Les doigts, pénétrant à l'angle interne de l'orbite, en écartant légèrement l'œil, perçoivent un frémissement régulier.

Ce frémissement se perçoit également à l'ouïe, sous forme d'un

bruit de rouet. On l'entend dans toute la tête, mais il est particulièrement bien perçu quand l'oreille est appliquée sur l'œil droit. On ne perçoit pas d'autre bruit (piaulement).

La diaphanoscopie des sinus a été faite : elle montre que ceux du côté malade sont opaques.

L'examen de l'œil exophtalmié ne présente rien de spécial, à part une congestion notable des veines rétiniennes. Il n'existe pas de chémosis.

Les réflexes pupillaires sont normaux. L'acuité visuelle est normale.

La motilité de l'œil est parfaite, et la malade ne se plaint pas de diplopie.

La malade ne perçoit pas elle-même les bruits que l'observateur entend à l'ausculation de la tête, mais elle se plaint de vives douleurs qui lui rendent la vie insupportable ; sa tête, par moments, lui fait l'impression d'être sur le point d'éclater.

L'examen des *épreuves radiographiques* montre des particularités bien dignes d'être notées :

Sur l'épreuve frontale on constate, à première vue, que la fente sphénoïdale et le trou optique, très visibles à gauche, ne le sont pas du tout à droite. La même remarque doit être faite pour les cellules ethmoïdales. Signalons, encore, les dimensions exagérées du sinus frontal droit, et l'existence d'une zone opaque dans la région susorbitaire droite.

Sur l'épreuve latérale droite, nous constatons le développement absolument exagéré d'une bosse orbitaire. Étant donnée la grande netteté de ses contours, il y a lieu de croire que l'ombre est formée par une partie osseuse fort rapprochée de la plaque, c'est-à-dire par la voûte de l'orbite droite.

Le *diagnostic* d'exophtalmie pulsatile ne paraissait pas douteux ; il nous restait à établir le siège probable de la lésion vasculaire.

Ici la difficulté devint très grande, car diverses lésions produisent à peu près les mêmes symptômes.

Il faut citer, en premier lieu, la rupture de la carotide interne dans le sinus caverneux, à l'endroit où cette artère traverse le sinus. Dans ce cas, c'est la veine ophtalmique, énormément dilatée par suite de sa communication avec le sinus, qui projette l'œil en avant. On comprend dès lors l'exophtalmie et la gêne considérable

de la circulation de retour dans toute l'orbite : congestion énorme de la conjonctive, chémosis, etc., qu'on a constaté dans les cas de ce genre. Chez notre malade, à part un peu de dilatation des veines rétiniennes, rien de semblable.

Les symptômes seront identiques, quoique moins accentués, si à la place d'une rupture, nous avons à faire à une simple dilatation anévrismale de la carotide dans le sinus.

Il nous reste encore la possibilité d'un anévrisme intra-orbitaire de l'artère ophtalmique. C'est à ce dernier diagnostic que nous sommes arrêtés.

L'examen radiographique, qui nous indiquait également l'existence probable d'une tumeur opaque dans la partie supéro-interne de l'orbite droite, ne pouvait pas non plus donner de renseignements plus complets sur la nature et le siège de la tumeur.

De nombreux *traitements* ont été préconisés dans l'exophtalmie pulsatile. D'aucuns auraient obtenu la guérison par la compression soit digitale, soit instrumentale de la carotide. Ces procédés nous paraissent trop aléatoires et d'une application trop peu pratique. L'acuponcture et les injections coagulantes, outre que leur application est d'une exécution très délicate, nous parurent beaucoup plus dangereuses que la ligature de la carotide.

Cette dernière opération compte à son actif un bon nombre de guérisons, bien qu'elle ne soit pas exempte de dangers. Sur un relevé de 99 cas traités de la sorte, on signale 67 guérisons et 12 décès.

En présence de la gravité des phénomènes subjectifs, nous proposâmes à la malade de courir les risques de la ligature de la carotide.

Cette opération fut faite le 26 décembre 1910, par M. le Prof. De Baisieux.

Immédiatement après la ligature, l'œil rentra dans l'orbite d'une façon très nette, la sensation de frémissement et le bruit de rouet disparurent immédiatement. La malade ne présenta pas le moindre symptôme cérébral et fut en état de sortir de l'hôpital après 10 jours de traitement.

Voici l'état de la malade, trois mois après l'opération : les douleurs de tête n'ont pas reparu, l'exophtalmie a beaucoup diminué. On ne perçoit plus le frémissement à l'angle interne de l'œil. Le

bruit de rouet persiste, mais il est fortement affaibli et on ne l'entend plus nettement qu'au niveau de l'œil droit. Les veines rétiniennes sont encore un peu hyperhémiées. La malade se déclare enchantée du résultat de l'opération ; les douleurs ont entièrement disparu.

M. le Dr F. Daels expose à ses collègues des recherches qu'il a faites en collaboration avec M. C. Deleuze, pharmacien-chimiste, préparateur à l'Université de Gand, sur l'*Autolyse et l'isolement des ferments protéolytiques*. Cette communication paraîtra dans la 2de partie des ANNALES.

M. le Dr Tits entretient la section d'un cas curieux de *malformations congénitales multiples de la face*.

Cette communication, comme la précédente, donne lieu à un court mais intéressant débat auquel prennent part, notamment, MM. Vervaecke et Morelle. Elle sera également publiée dans la 2de partie des ANNALES.

M. le Dr Warlomont a observé récemment un cas de *traumatisme oculaire* qui peut être rapproché, avec quelque intérêt, de celui dont il a fait la relation lors de la session du 26 janvier 1911 [1]. Il s'agit encore ici d'une lésion du nerf oculo-moteur commun et du nerf optique, du même côté (côté droit). Le 1r décembre 1911, le caporal L..., du 14e de ligne, fut atteint, à la salle d'armes, par l'extrémité d'une épée de combat qui pénétra dans l'orbite, à la région inféro-externe.

Il s'aperçut, aussitôt, que la vision était *abolie*. En même temps, se produisirent un ptosis (chute de la paupière supérieure) et une déviation du globe en dehors. Tous les autres mouvements du globe étaient considérablement réduits ou nuls. Il y avait mydriase à peu près complète et, quand M. Warlomont vit, quelques semaines après l'accident, le blessé, il put constater une atrophie, déjà avancée, de la papille optique.

Bien que la radiographie, faite, à diverses reprises, par M. le

---

[1] ANN. DE LA SOC. SCIENTIF., 35e année, 1910-11, 2d fascicule, p. 174.

médecin de bataillon de 1re classe Dupont, notre collègue, ait donné un résultat négatif, M. Warlomont estime, se basant sur les phénomènes observés et sur les cas relatés dans la littérature, notamment sur celui qu'il a décrit devant la section, l'année dernière, qu'il faut admettre ici une fêlure d'une paroi de l'orbite (probablement la paroi externe), qui se serait prolongée jusqu'à la fente sphénoïdale et au trou optique, intéressant à la fois l'oculo-moteur commun et le nerf optique.

M. le Président, Dr Struelens, remercie et félicite les auteurs de ces communications et déclare la session terminée.

Cinquième Section

Le R. P. Jean Charles fait une communication relative à *la rivalité anglo-russe en Perse*. En voici un résumé.

La Perse n'est guère un pays intéressant si l'on ne considère que son mouvement commercial : à peine 430 millions de frs ! Sa situation géographique en fait actuellement le théâtre de la lutte entre l'éléphant et la baleine. L'isolement caractérise ce pays : il ne possède pas de chemin de fer ; ses voisins, sauf celui du Nord, en sont aussi dépourvus ; des barrières naturelles larges et hautes au S. au N. à l'O. et à l'E. en rendent l'accès très difficile.

Situation de l'Angleterre. — En 1834 déjà, elle signe avec la Russie un accord où les deux puissances s'engagent à maintenir l'indépendance de la Perse. Ses relations avec le sultan de Mascate, son intervention dans la guerre perso-afghane lui permettaient en 1857 de porter sa frontière du Béloutchistan au delta de l'Euphrate. Le *Foreign office* préfère le statu quo, mais la conquête économique commence : le golfe Persique devient un lac anglais. Ses cables, son mouvement commercial et maritime, ses entrepôts, ses entreprises de transport à Bassora et à Mohammerah en font une annexe de l'Inde.

La prépondérance de l'Angleterre dans le Sud a été renforcée ces dernières années : établissement d'une nouvelle ligne télégraphique — ses avantages politiques et militaires — création de cinq nouveaux consulats anglais — leur excellente position géographique — influence de l'Angleterre sur la côte arabe — impor-

tance de la route du Karoun — forte position des anglais à Mohammerah.

Situation de la Russie. — Au début du XIX[e] siècle, des expéditions militaires obligent le shah à abandonner la Géorgie, Baku, Derbent, Erivan etc. La prépondérance actuelle de la Russie dans le Nord tient à sa situation géographique.

Routes de pénétration vers Tauris, Téhéran et Meshed, via Batoum, Trebizonde, Recht ou le transcaspien. Valeur de ces voies commerciales.

Contrôle financier. Emprunts de 1896, 1901, 1902.

Organisation de la garde par des officiers russes.

Remaniement du tarif douanier à l'avantage de la Russie. Depuis lors, elle importe 55 °/₀ des marchandises et en achète 60 °/₀.

Cette marche en avant amène l'accord anglo-russe de 1907.

La zone russe s'étend au nord de la ligne Kanickin, Ispahan, Yesd, Surabad. C'est la plus riche, la plus peuplée, la plus étendue; 750.000 km^2 sur les 1.600.000 que couvre la Perse. L'Angleterre se réserve le coin borné par la ligne de Bender-Abbas à Kerman, Birdjand, Kelend. — 350.000 km^2. Une zone neutre sépare la Russie de l'Angleterre et l'éloigne du golfe.

Intrigues étrangères, corruption de fonctionnaires amènent des soulèvements de la population. Constitution de 1906. Avènement de Mohammed-Ali — son 18 brumaire, sa lutte avec les nationalistes, son départ pour l'exil. Nouvelle loi életorale, gâchis. La Russie en profite et intervient. L'entrevue de Postdam lui donne les coudées plus franches. Maladresses de M. Shuster. Réclamations et ultimatum de la Russie ; entrée des troupes et des cosaques.

Le chemin de fer transiranien quasi décidé fera de la Perse une province moscovite, il enlèvera à l'Afghanistan et au Béloutchistan leur valeur d'état tampon et protecteur et obligera le gouvernement anglo-indien à renforcer la défense de l'Inde. L'Angleterre exige que le tracé au lieu de traverser la Perse en diagonale se dirige vers Bender-Abbas et de là, longe la côte jusqu'à Karrachi : sa flotte serait ainsi maîtresse de la section sud de la ligne. Malgré cela, le transiranien imposera à l'Angleterre et aux Indes le colossal fardeau de la défense d'une frontière territoriale contre la Russie. Cette nouvelle voie ferrée est sans doute nécessaire pour

établir l'ordre en Perse et permettre son développement commercial, mais le « splendide isolement » de l'Inde qui permettait à l'Angleterre de n'y entretenir qu'une armée de 230.000 hommes prendra fin quand les locomotives russes pourront traverser le plateau de l'Iran et atteindre la vallée de l'Indus.

M. Édouard Van der Smissen traite du *budget brut, des inconvénients de la manière dont on dresse en Belgique le budget, des moyens de parer à ceux-ci* (1). Chacune des communications fait l'objet d'une discussion.

Sixième section

La sixième section s'est réunie à 10 heures pour visiter l'usine centrale des Tramways Bruxellois située à Anderlecht, au quai du halage, le long du canal de Charleroi, et dont la mise en exploitation date du mois de mai 1903.

Aimablement pilotés par un de leurs confrères M. l'ingénieur Demanet, qui a fait un stage à la dite usine, les membres présents se sont fort intéressés à toutes les explications qu'il a bien voulu leur donner et à la visite des différentes installations.

Nous croyons faire œuvre utile en reproduisant ci-après les renseignements divers obligeamment fournis par M. Demanet :

Les installations comportent trois parties distinctes :

1° L'emmagasinement et la manutention du charbon ;

2° La chaufferie ;

3° La salle des machines.

Les halls des machines et des chaudières sont disposés parallèlement au canal et ne forment qu'une seule construction. Les silos à charbon se trouvent dans un bâtiment séparé qui s'étend perpendiculairement au canal.

I. *Emmagasinement et manutention du charbon.* — Le combustible arrive à l'Usine par le canal ou par chemin de fer, et dans ce dernier cas, au moyen d'un raccordement spécial. Les chalands

(1) Cette communication a été publiée dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, janvier 1912.

(de 70 tonnes) sont déchargés mécaniquement à l'aide d'une benne d'une contenance de 500 kilogr. Cette benne, descendue dans les bateaux au moyen d'un cabestan, s'ouvre en deux parties et se remplit automatiquement de charbon, elle est ensuite remontée et vient déverser son contenu dans une trémie, d'où le charbon tombe dans une bascule automatique enregistreuse. Il est amené de là sur une courroie sans fin qui longe toute la partie supérieure des silos.

Le charbon arrivé par chemin de fer est déchargé à la main dans une trémie, d'où une chaîne à godets le reprend et vient le déposer sur la courroie sans fin des silos. Sur celle-ci est intercalé un chariot spécial qui peut être arrêté en un point quelconque, de manière à assurer le déversement du charbon à l'endroit voulu. Sous les silos, qui affectent la forme de pyramides renversées, règne une galerie dans laquelle se déplace une autre courroie sans fin. Lorsqu'on ouvre l'orifice inférieur d'une soute, le charbon tombe dans une rigole qui reçoit un mouvement saccadé dans le sens longitudinal. Il est ainsi petit à petit amené à la courroie sans fin, qui le conduit jusqu'au sous-sol de la chaufferie. Là, il tombe dans les godets d'une chaîne sans fin qui fait tout le tour de la chaufferie dans un plan vertical. Les godets de cette chaîne peuvent être déversés devant n'importe quelle chaudière dans des trémies d'une capacité correspondant à 6 heures de marche. Cette même chaîne à godets passant dans les sous-sols de la chaufferie sert à reprendre les cendres et à les déverser dans des wagonnets. Ceux-ci les transportent sous les soutes à charbon d'où elles sont alors enlevées à l'extérieur de l'Usine.

II. *Chaufferie.* — Elle comprend seize chaudières Babcock et Wilcox, dont dix de 355 m² de surface de chauffe, trois de 365 m² et trois de 215 m².

Ces chaudières sont disposées en huit groupes de deux ; chaque groupe est muni d'un économiseur Green de 280 tubes. Elles sont timbrées à 10 atmosphères et munies de surchauffeurs pouvant porter à 300° la température de la vapeur. Elles travaillent à tirage forcé ; une conduite générale d'air, alimentée par cinq ventilateurs électriques Sturtevant, est installée dans ce but aux sous-sols de la chaufferie.

Deux cheminées de 60 mètres de hauteur et de 3 mètres de dia-

mètre au sommet assurent l'évacuation des produits de la combustion de toutes les chaudières, divisées à ce point de vue en deux groupes distincts.

Six chaudières sont munies du chargeur automatique « Underfeed stoker ».

L'alimentation se fait normalement par les pompes disposées avec l'installation de condensation de chaque machine à vapeur. Comme réserve, on trouve, dans la chaufferie même, deux pompes à vapeur et une pompe électrique.

Un petit compresseur Westinghouse fournit l'air comprimé nécessaire au soufflage des tubes des chaudières.

La tuyauterie de vapeur est en acier étiré et forme une boucle fermée, munie de coudes de dilatation de grande dimension. Un jeu très complet de vannes permet d'isoler n'importe quelle machine, chaudière ou partie de tuyauterie, tout en laissant les autres appareils sous pression.

III. *Salle des Machines.* — Dans la salle des machines se trouve réuni tout ce qui est relatif aux génératrices à vapeur et à la partie électrique. En sous-sol on a disposé ce qui se rapporte à la condensation de la vapeur d'échappement. Chaque machine possède son installation complète de condensation formant un tout indépendant et bien accessible. On a également prévu une conduite d'échappement à l'air libre pour toutes les machines.

1° *Partie à vapeur.* — Elle comprend une turbine A, E, G, d'une puissance de 5500 chevaux effectifs environ et cinq machines à pistons d'une puissance de 2000 chevaux effectifs environ.

La *turbine* est du type dit « à action », caractérisé par le fait que la détente de la vapeur a lieu exclusivement dans les parties fixes, c'est-à-dire les distributeurs ou tuyères. Elle comporte une partie à haute pression à deux couronnes d'aubes, donc à deux chutes de vitesse, et une partie à basse pression comportant plusieurs roues à une seule chute de vitesse.

Le réglage de la turbine se fait par l'intermédiaire d'un servo-moteur à l'huile sous pression. Le régulateur déplace par le mouvement de son manchon un petit tiroir cylindrique équilibré qui ferme ou ouvre les canaux conduisant au cylindre moteur. L'un des canaux amène l'huile sous pression au servo-moteur tandis que, du côté opposé au piston, l'évacuation a lieu en même

temps par l'autre canal. L'huile sous pression est fournie par une petite pompe spéciale qui établit aussi la circulation d'huile pour les paliers.

Le réglage de l'injection de vapeur se fait automatiquement. A cet effet, le piston du servo-moteur entraîne une coulisse qui ouvre ou ferme sept petites soupapes commandant chacune deux tuyères.

La turbine possède un condenseur par surface. La pompe de circulation et la pompe à air et eau condensée sont actionnées par une petite turbine à vapeur auxiliaire, dont la vapeur d'échappement est utilisée dans la partie à basse pression de la turbine principale.

La pompe rotative à air est d'un type spécial : elle comporte un anneau fixe, dans lequel on a fraisé des canaux courbes allant du centre à la périphérie ; une petite roue motrice projette constamment de l'eau dans ces canaux et il se forme ainsi une série de « pistons d'eau » qui enferment entre eux de petites quantités d'air. On obtient, par ce procédé, un vide de 96 à 97 % en marche normale.

La pompe à eau condensée est une pompe centrifuge construite spécialement pour aspirer sous un vide élevé. Elle refoule l'eau dans un compteur à bacs basculants, système Steinmüller, placé dans la salle des machines ; de ce compteur, l'eau tombe dans le réservoir d'alimentation disposé immédiatement au-dessous. Elle est envoyée de là vers les chaudières par une pompe centrifuge, commandée au moyen d'une petite turbine à vapeur.

La consommation de la turbine principale est en marche normale de 6, 2 kilogr. de vapeur (surchauffée à 300°) par kilowatt-heure.

Les machines à pistons, construites par la Société Anonyme des anciens ateliers Van de Kerkhove de Gand, sont du type compound en tandem à distribution par pistons-valves. Chaque groupe se compose de deux machines jumelées attaquant le même arbre qui porte le rotor des alternateurs. Les petits cylindres ne sont pas munis d'enveloppe, la vapeur étant surchauffée.

Il n'existe qu'un régulateur pour les deux machines jumelées. Dans le but de faciliter la mise en parallèle des alternateurs, un petit servo-moteur, commandé du tableau, permet de faire varier la position du manchon du régulateur.

Chaque machine simple comporte un condenseur à surface et un séparateur d'huile. La pompe de circulation, la pompe à air, la pompe alimentaire, la pompe à huile et la pompe de purge forment un ensemble actionné directement du bouton de manivelle de la machine, au moyen d'une bielle et d'un balancier.

Parallèlement à la salle des machines est établi un aqueduc en maçonnerie qui reçoit par écoulement naturel les eaux du canal de Charleroi. Les pompes de circulation des condenseurs y puisent directement l'eau nécessaire à la condensation ; celle-ci, après s'être échauffée, est renvoyée au canal par un gros tuyau collecteur logé dans les sous-sols. La distance entre la sortie de l'eau chaude au canal et la prise d'eau froide est d'une centaine de mètres environ.

2° *Partie électrique.* — L'Usine ne produit que du courant alternatif à 6600 volts, 25 périodes. Une très minime partie de la puissance totale produite est transformée sur place par deux groupes « Moteur-générateur » en courant continu à 110 volts qui sert pour l'excitation des alternateurs et les besoins de l'usine. Le reste est envoyé en ville, sous câbles armés, à trois sous-stations où, au moyen de commutatrices, on obtient du courant continu à 550 volts pour alimenter les lignes. Chaque sous-station est desservie par trois feeders.

En dehors des deux groupes « Moteur-générateur » de 100 kilowatts chacun, la centrale possède comme réserve, pour l'excitation des alternateurs, une dynamo attaquée par une petite machine à vapeur indépendante et une batterie d'accumulateurs de 1280 ampères-heures.

Cette dernière sert également à assurer l'éclairage pendant la période d'arrêt (de 2 à 4 heures du matin).

Tout l'appareillage à haute tension a été étudié avec soin pour éviter des accidents ou des fausses manœuvres. Les organes à haute tension sont logés dans des alvéoles en maçonnerie disposées dans une pièce spéciale où, seul, l'électricien de service peut pénétrer. Toutes les commandes se font à distance par petits servo-moteurs à courant continu et à basse tension.

Le tableau proprement dit est placé au centre de la salle des machines sur une plate-forme surélevée ; on peut le considérer comme composé de trois parties distinctes.

La première, formée de panneaux de marbre verticaux, comprend les appareils à basse tension à courant continu pour les excitatrices, la batterie, l'éclairage et les moteurs du service de l'usine.

La seconde partie se présente sous forme d'un pupitre et est relative à la commande des interrupteurs à huile des génératrices, des feeders allant aux sous-stations et des moteurs d'induction actionnant les excitatrices. Elle comporte aussi les volants de commande des rhéostats d'excitation et les interrupteurs des servomoteurs agissant sur les régulateurs des machines à pistons.

La troisième partie est constituée par les instruments de mesure destinés aux génératrices, aux feeders, aux moteurs d'induction ; elle comprend aussi les relais à maximum pour le déclanchement des interrupteurs à huile.

Ces appareils sont disposés à l'avant de la plate-forme et appliqués sur des tubes en cuivre à claire-voie, qui laissent entre eux un vide suffisant pour permettre de voir ce qui se passe dans la salle des machines.

Chaque feeder, chaque génératrice et chaque moteur asynchrone a son ensemble d'appareils ; ceux-ci sont tous à basse tension. Les feeders ont un ampèremètre sur chaque phase. Les génératrices possèdent un phasemètre, un ampèremètre, un voltmètre et un wattmètre ; les moteurs asynchrones disposent chacun d'un ampèremètre et d'un wattmètre.

Au milieu est placé un synchronoscope de Lincoln avec des lampes de synchronisation.

Sous le tableau, séparé de la salle des machines par un muret, se trouve l'ensemble des interrupteurs à l'huile. Ils sont du type de la « General Electric Company ».

L'Usine des Tramways Bruxellois et l'Usine de la Société d'Electricité « La Bruxelloise » à Laeken sont réunies par deux feeders de manière à pouvoir se prêter mutuellement secours en cas d'accident.

Le réseau actuel des Tramways Bruxellois atteint plus de 125 kilomètres de double voie. Le nombre moyen de trains en mouvement, en y comprenant ceux de la Société des chemins de fer économiques desservis également par l'Usine, dépasse 500. La consommation journalière de charbon à la centrale atteint 100 tonnes.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

La séance est ouverte à 2 heures et demie, sous la présidence de M. le Chanoine Grégoire, professeur à l'Université de Louvain.

La parole est donnée à M. Van de Vyver, professeur à l'Université de Gand, pour une conférence sur *la météorologie et la prévision du temps*. Cette conférence a paru dans la Revue des Questions Scientifiques, livraison d'avril 1912. En voici un résumé.

M. Van de Vyver justifie le titre de sa conférence en disant qu'il désire réhabiliter aux yeux des auditeurs la météorologie et surtout les météorologistes, qui sont si souvent l'objet de critiques imméritées.

A cet effet, il montrera quels sont les nombreux éléments qui interviennent dans la prévision du temps et comment les météorologistes tachent de s'en servir ; puis il fera toucher du doigt les causes d'insuccès et terminera en disant ce que selon lui on devrait faire, pour faire mieux.

Le conférencier jette d'abord un coup d'œil sur l'état actuel de nos connaissances au point de vue de l'atmosphère ; puis entrant au cœur de son sujet, il met en relief, les actions de la température, de la pression atmosphérique et du vent. Il esquisse ensuite à grands traits le rôle d'une dépression, sa production, son déplacement et ses variations. Il indique en passant l'effet des facteurs secondaires : vapeur d'eau, électrisation et poussières de l'atmosphère.

M. Van de Vyver arrive ensuite à la confection des cartes synoptiques et montre la façon dont le météorologiste étaye ses prévisions, et les nombreuses difficultés avec lesquelles le professionnel se trouve aux prises. Il insiste sur le manque de renseignements nous venant du côté de l'Ouest et prouve combien il est précaire de tabler sur les données qui nous viennent de l'Amérique. Il fait entrevoir tout le profit que l'on tirera un jour de la télégraphie sans fil.

Le conférencier termine en émettant l'avis que pour faire mieux nous devrions nous rapprocher de ce que l'on fait aux Etats-Unis, où l'on possède un service météorologique modèle. Si les états d'Europe parvenaient à s'entendre pour créer un « bureau central météorologique européen » — organisme réunis-

sant à la fois, les initiatives, les savoir, les énergies et les rest sources pécuniaires, on arriverait, à faire grand et bien et les résultats seraient bientôt comparables à ceux que l'on obtient de l'autre côté de l'Océan.

M. Van de Vyver ne se dissimule pas la difficulté d'une pareille entreprise — qui sera certainement entravée par ce malheureux chauvinisme dont est atteinte notre vieille Europe et qui étouffe chez nous tant d'initiatives généreuses !

Aussi, en attendant la réalisation de ce beau rêve propose-t-il d'assurer à la météorologie belge, le concours de toutes les bonnes volontés. Le personnel intelligent de notre enseignement primaire éparpillé en tous les points du pays pourrait à coup sûr jouer ici un rôle éminemment utile, surtout pour les régions où nous manquons de renseignements ; et, si à ce groupe important, voulait se joindre le groupe non moins important des intellectuels rentiers et chatelains favorisés de la fortune et dispersés aussi un peu partout pendant une grande partie de l'année, on arriverait bien vite à consolider l'édifice météorologique si utile à l'humanité entière.

M. le Chanoine Grégoire félicite et remercie le Conférencier et déclare close la session de janvier 1912.

ANNALES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

TRENTE-SIXIÈME ANNÉE, 1911-1912
TROISIÈME ET QUATRIÈME FASCICULES

LOUVAIN
SECRÉTARIAT DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE
(J. THIRION)
11, RUE DES RÉCOLLETS, 11

1912

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

PAGES

Session des 15 et 16 avril 1912, à Bruxelles. — Séances des Sections.

Première Section 137
Deuxième — 162
Troisième — 180
Quatrième — 199
Sixième — 213
Assemblées générales 216

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

Sur le $2n$-gramme de Morgan, par M. Louis Casteels, assistant-astronome à l'observatoire royal de Belgique. 209

Les phénomènes de la métaphase et de l'anaphase dans la caryocinèse somatique, à propos d'une interprétation nouvelle, par M. Victor Grégoire, professeur à l'Université de Louvain 339

Les travertins des environs de Durbuy, par X. Stainier, professeur à l'Université de Gand 371

L'époque solutréenne en Belgique, par M. l'abbé J. Claerhout . . . 379

Identité de Sphenopteris Bithynica Zeiller et Mariopteris Laciniata Potonié, par M. A. Renier, chargé de cours à l'Université de Liége 390

Les tam-tams du Congo Belge, par M. le D[r] J. Maes. 398

Une application du calcul des probabilités : les règles de mises dans les jeux de hasard, par M. A. Merten, chargé de cours à l'Université de Gand 413

Observations sur le marbre noir de Golzinne, par M. F. Kaisin, professeur à l'Université de Louvain 418

Le volume des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE paraît en 4 fascicules trimestriels ; il coûte 20 francs pour les personnes qui ne sont pas membres.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** de la REVUE et des ANNALES, et l'**Administration** de ces deux publications et de la *Société scientifique,* au Secrétariat, 11, rue des Récollets, Louvain.

ADRESSE DU SECRÉTAIRE GÉNÉRAL : **M. Paul Mansion,**
2, quai des Dominicains, Gand.

SESSION DES 15 ET 16 AVRIL 1912

A BRUXELLES

SÉANCES DES SECTIONS

Première section

Lundi 16 avril 1919. — La section procède au renouvellement de son bureau. Sont nommés :

Président : M. le V^te^ D'ADHEMAR.
Vice-Présidents : M. PASQUIER.
le R. P. WILLAERT.
Secrétaire : M. DUTORDOIR.

La section décide de maintenir au concours la question suivante qu'elle avait posée dans sa séance du 5 avril 1910 :

Soient $p_1, p_2, \ldots, p_6$ *les coordonnées d'une droite mobile dans l'espace. On demande l'étude de l'équation*

$$A_1p_1 + A_2p_2 + \cdots + A_6p_6 = 0$$

dans laquelle les coefficients $A_1, A_2, \ldots, A_6$ *sont : 1° des fonctions du premier degré ; 2° des fonctions du second degré des coordonnées* z_1, z_2, z_3, z_4 *d'un point mobile.*

M. Dutordoir présente à la section le mémoire de M. Carathéodory *Sur la représentation conforme des polynomes convexes.*

M. de la Vallée Poussin ayant été prié d'examiner ce mémoire en propose l'impression dans les ANNALES.

Cette proposition est adoptée par la section. On trouvera ce mémoire dans la seconde partie.

M. Mansion fait une communication *Sur les recherches de Laplace relatives à la théorie des erreurs.* A la demande de l'auteur, la section décide de soumettre cette communication à l'examen de M. Goedseels.

M. Mansion fait la communication suivante *Sur l'avantage du banquier au jeu de baccara dans deux cas particuliers.*

1. *Le jeu.* Au jeu de baccara, dit Bertrand, « le ponte reçoit deux cartes, le banquier en prend deux. Le ponte a le droit de demander une carte qui s'adjoint aux deux premières, ou de s'y tenir en gardant son jeu. Le banquier a les mêmes droits, mais il a l'avantage, avant de prendre sa décision, de savoir si l'adversaire a demandé une carte, de connaître celle qu'il a reçue. — Chaque carte vaut le nombre des points marqués sur elle. Les figures valent 10. Le gagnant est celui qui a le point le plus fort, les chiffres des dizaines ne comptant en aucun cas : 11 vaut 1, 12 vaut 2,23, si l'on a trois cartes, vaut 3. — Le jeu se termine immédiatement, si l'un des joueurs reçoit, quand on donne les cartes, l'un des points 8 ou 9. Il *abat* et gagne si l'adversaire n'a pas un point meilleur. Dans ce cas, il n'est pas donné de cartes nouvelles. » Si les deux points sont égaux, le coup est nul.

Nous avons indiqué, dans une note antérieure (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 1909, t. XXXIII, 1re partie, pp. 180-183), quel est l'avantage du banquier quand il joue contre un seul ponte qui tantôt tire à 5, tantôt se tient à 5 (c'est-à-dire ne demande pas sa troisième carte quand les deux premières lui donnent le point 5). Nous avons indiqué les règles à suivre par le banquier, pour jouer le mieux possible, dans ce jeu, qui est appelé *baccara à un tableau.*

2. *Baccara à deux tableaux.* On appelle ainsi le baccara où le banquier a affaire à deux pontes différents, recevant chacun suivant les cas, deux ou trois cartes, comme il a été dit plus haut.

Dans le baccara à deux tableaux, le banquier ne modifie pas son jeu, s'il a 0, 1, 2, 7 : il tire s'il a 0, 1, 2 ; il ne tire pas s'il a 7, sans s'inquiéter du jeu de son adversaire.

Mais s'il a 3, 4, 5 ou 6, pour jouer le mieux, il doit examiner si son espérance mathématique est plus grande en jouant contre le grand tableau — celui où la mise est la plus élevée — ou contre le petit tableau — celui où la mise est la moins élevée.

Dormoy a indiqué les règles à suivre par le banquier pour jouer le mieux de cette manière, en supposant que les pontes se tiennent à cinq. D'après ses calculs, l'avantage du banquier est à peine diminué, quand il joue selon ces règles. On peut de même chercher les règles à suivre par le banquier, si les pontes tirent à cinq, ou si tantôt ils se tiennent et tantôt tirent à cinq.

Nous avons cru intéressant d'examiner une autre hypothèse. Nous avons cherché de combien serait diminué l'avantage du banquier s'il ne s'inquiétait pas du tout du petit tableau, s'il jouait donc uniquement contre le ponte dont la mise est la plus forte.

Dans cette manière de jouer, sur 4 826 809 parties, le petit tableau en gagnera (à peu près) 648, quand il aura 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7, le banquier ayant 3, 4, 5 ou 6. Les abatages lui donneront un gain de 346 112 parties, quand le banquier aura 3, 4, 5 ou 6. En revanche, quand le banquier aura 0, 1, 2, 7, 8 ou 9, il gagnera sur le petit tableau 321 648 parties. L'avantage total du petit tableau sur le banquier, quand celui-ci ne s'occupe que de la lutte contre le grand tableau, est donc de $648 + 346\,112 - 321\,648 = 25\,112$ parties sur un total de 4 826 809 parties, soit 0,52 %, un peu plus de $\frac{1}{2}$ %. On sait que l'avantage du banquier sur le grand tableau est 1,23 %.

Dans nos calculs nous avons supposé que le petit tableau tire à 5. Son avantage serait moindre s'il se tenait à cinq.

3. *Baccara (à un tableau) sans carte retournée.* L'avantage du banquier au jeu de baccara est double, comme le remarque Bertrand. Il a l'avantage, avant de se décider à tirer ou à s'y tenir, 1° de savoir si l'adversaire a demandé une carte ; 2° de connaître la carte que le ponte a reçue.

Qu'arriverait-il s'il n'avait pas ce second avantage, s'il ne voyait pas la carte retournée, comme on dit en terme de jeu ?

Tout d'abord, le banquier devrait, pour jouer le mieux, suivre les règles suivantes : 1° tirer s'il a 0, 1, 2 ou 3 ; 2° s'y tenir, s'il a

6 ou 7 ; 3° s'il a 4 ou 5, tirer si le ponte ne demande pas de troisième carte, ne pas tirer si le ponte tire.

Les calculs sont très simples dans ce baccara sans carte retournée. Voici à quels résultats on arrive : Si le ponte tire à 5, le bénéfice du banquier est de 0,53 °/₀ ; si le ponte ne tire pas à 5, le bénéfice du banquier est de 0,71 °/₀. En moyenne, le bénéfice du banquier est donc environ 0,61 °/₀. — Les chiffres correspondants, dans le cas où la carte est retournée, sont 1,23 °/₀, 1,51 °/₀, 1,37°/₀ (Voir la note citée plus haut).

Le R. P. Willaert fait rapport sur le mémoire de M. Goedseels *Sur le niveau à bulle longitudinal.* Sur la proposition du rapporteur, la section vote l'impression de ce mémoire dans les ANNALES. Ce mémoire est publié dans la seconde partie des ANNALES, t. XXXVI, p. 133.

Le R. P. Willaert fait rapport sur le mémoire de M. Merten, intitulé *Sur les règles des mises dans les jeux de hasard.* Il propose l'insertion de ce mémoire dans les ANNALES. On le trouvera dans la seconde partie.

La section décide l'impression de la communication suivante du R. P. Willaert *Sur la distribution des séries de rouges dans une suite de* n *épreuves à la roulette.*

Étant donnée une suite de n épreuves

$$\text{RNRRN.... RRN},$$

déterminons la probabilité d'une distribution donnée de séries de rouges; soit, par exemple,

α séries de a rouges,

β séries de b rouges,

— — — — —

— — — — —

λ séries de l rouges.

Le nombre de cas possibles étant 2^n, il suffit de trouver le nombre de cas favorables.

Soit I_m^k le nombre de suites de m épreuves contenant k rouges isolées, à l'exclusion de toute autre série de rouges [1].

Pour trouver une de ces suites il suffit de faire précéder d'une rouge, k des $m - k + 1$ lettre N de la suite

$$NN\ldots\ldots N,$$

puis de supprimer le dernier N.

Cette opération peut se faire de

$$C_{m-k+1}^k$$

manières différentes. D'où

$$I_m^k = C_{m-k+1}^k. \tag{1}$$

Dans les I_m^k groupes obtenus, remplaçons α de ces rouges par des séries de a, β par des séries de b, ..., λ par de séries de l, et permutons ces séries entre elles de toutes les manières possibles ; nous obtiendrons, en posant

$$n = m + \alpha(a - 1) + \beta(b - 1) + \cdots + \lambda(l - 1),$$

toutes les suites de n épreuves renfermant α séries de a, β séries de b, ..., λ séries de l.

Soit N leur nombre :

$$N = \frac{(\alpha + \beta + \cdots + \lambda)!}{\alpha!\,\beta!\ldots\lambda!}\; I_m^{\alpha+\beta+\cdots+\lambda}.$$

Soient

$$\mu = \alpha + \beta + \cdots + \lambda,$$

le nombre de séries de la suite,

$$\rho = \alpha a + \beta b + \cdots + \lambda l,$$

(1) La démonstration est due à M. Tits, qui a simplifié la démonstration donnée par l'auteur de la note.

le nombre de rouges,

$$\nu = n - \rho,$$

le nombre de noires ; il vient

$$N = \frac{(\nu + 1)\,!}{\alpha\,!\;\beta\,!\cdots\lambda\,!\;(\nu - \mu + 1)\,!}. \qquad (2)$$

Remarque. La formule (2) permet de résoudre toutes les questions de probabilité relatives à la distribution des séries dans une suite de n épreuves.

Soit, par exemple, à calculer la probabilité d'amener sur n épreuves, 2 séries de 1, au moins 4 séries de 2, au plus 5 séries de 3, aucune série de 4, un nombre arbitraire de séries de 5, aucune autre série.

Le nombre des cas favorables sera

$$\sum_{\beta=4}^{E\left[\frac{n+1}{3}\right]} \sum_{\lambda=0}^{5} \sum_{\epsilon=0}^{E\left[\frac{n+1}{6}\right]} N,$$

où l'on a posé

$$a = 1,\; b = 2,\; c = 3,\; d = 4,\; e = 5,\; f = 6,\; g = 7, \ldots$$
$$\alpha = 2, \qquad \delta = 0, \qquad \varphi = 0,\; \chi = 0, \ldots$$

M. Janne expose à la section les résultats de ses recherches sur une *Extension de la théorie de Laplace due à Herglotz.*

Ce travail sera soumis à l'examen de M. Duhem.

Seconde section

—

Lundi 15 avril 1912. — La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus :

Président : M. le chanoine De Muynck.
Vice-Présidents : M. Ernest Gerard.
le P. Schaffers, S. J.
Secrétaire : le P. Lucas, S. J.

Elle décide de conserver les questions de concours proposées antérieurement, à savoir : On demande des recherches originales 1. Sur l'état colloïdal. — 2. Sur la conduction de l'air à la pression atmosphérique.

M. Ernest Gerard donne lecture de la note suivante : *A propos d'un conflit soulevé en 1911 sur les origines de la Dynamo.*

Les cercles d'électriciens de l'Italie, profitant des fêtes jubilaires nationales de 1911, avaient organisé un Congrès qui devait leur donner l'occasion de rappeler les mérites de plusieurs concitoyens dans le domaine de l'électricité et de fêter, notamment, le cinquantenaire de la dynamo à la gloire de Pacinotti.

En annonçant ce projet, au début de la dite année, la presse italienne fut amenée à réveiller un vieux conflit relatif à l'invention de la dynamo. Il avait été soulevé, dans le monde savant, quarante ans auparavant, par la communication qu'avait faite à l'Académie des sciences de Paris, le professeur Jamin, en séance du 17 mai 1871, concernant les génératrices d'électricité construites par Zénobe Gramme. Cette invention y était décrite comme ayant été complètement mise au point en 1869, mais conçue un an où deux auparavant par notre compatriote. Or, on sait que, dès 1864, Pacinotti avait envoyé à la Revue scientifique NUOVO CIMENTO un article qui parut en 1865, décrivant un appareil de physique analogue, sous certains rapports, à la machine de Zénobe Gramme présentée en 1871 à l'Académie de France. Pacinotti adressa à cette Académie une réclamation de priorité, lue en séance du 28 mai 1871 : son invention, disait-il, datait de 1860.

Pour la Société qui construisait les dynamos Gramme, la revendication parut plutôt d'ordre exclusivement scientifique, étant détentrice de brevets en règle en différents pays. Mais dans le monde des savants et des techniciens, on ne put croire que Gramme eût joué le rôle avilissant de plagiaire. L'inventeur belge, objectèrent-ils, ignorait l'italien et, du reste, sa condition d'ouvrier ne lui eût pas laissé la possibilité de découvrir dans le NUOVO CIMENTO de 1865 la description de l'appareil d'Antonio Pacinotti. D'ailleurs Zénobe Gramme personnellement ne prit jamais aucune part à la discussion ; de son côté le savant italien se contenta, pour longtemps, de sa protestation platonique à l'Académie des

Sciences. A fortiori le public cessa-t-il de s'intéresser à la solution du différend. C'est tout au plus si l'on en toucha quelques mots, de loin en loin, à l'occasion de certains évènements qui suscitaient le rappel des noms glorieux mêlés aux progrès de la production de l'énergie électrique et de sa prodigieuse utilisation. On reconnaissait généralement dans ces circonstances à Pacinotti le mérite d'avoir, le premier, conçu et construit un appareil de laboratoire producteur de l'électricité, formé de l'anneau de fer denté et du collecteur connus, tournant entre les pôles d'un électro-aimant ; mais on ajoutait immédiatement que cette antériorité avait été complètement ignorée de Gramme.

Sans doute la route du progrès ne se laisse pas toujours jalonner avec une précision absolue. Néanmoins on ne peut s'empêcher de reconnaître que, sur le point qui nous occupe, l'histoire de la science resta particulièrement nuageuse. Les héros qui y jouèrent un rôle se sont, à notre gré, trop tôt désintéressés de la dispute soulevée à leur sujet.

Une conséquence — fâcheuse certes — de cet état de choses, ce fut le renouvellement périodique de polémiques de courte durée plus ou moins acerbes, mêlées d'accusations graves à l'adresse de ces grands hommes. Il faut remarquer, en outre, que, généralement, on laissa en dehors du débat le nom d'un troisième inventeur, aussi illustre que les deux premiers, et qui apporta, aux progrès des machines génératrices d'électricité, une contribution de la plus haute importance. Je veux parler de Werner Siemens à qui l'on doit, à la fois, et le mot *dynamo* appliqué à ces génératrices, et la modification profonde apportée à ces appareils, traduite par cette expression. Je veux parler de l'*auto-excitation*.

La question, en effet, s'éclaire d'un jour tout nouveau lorsque l'on tient compte de la découverte attribuée, sans conteste, à Werner Siemens. La considération de cette importante donnée du problème, son appréciation exacte eût peut-être, en 1911, adouci le ton de la presse italienne reproduisant les interviews de l'illustre professeur Sénateur Pacinotti.

Dans ces articles tendancieux, on voit Pacinotti, à Paris, prétendument en contact avec Zénobe Gramme, dès 1865, la même année où parut l'article publiant l'invention du professeur italien et quatre ans avant la date des brevets Gramme. En présence de

ces allégations, les partisans de Gramme s'efforçaient de prouver, par des détails précis, que Pacinotti faisait erreur sur l'identité de la personne à qui il aurait décrit son invention, lors de son voyage à Paris, en 1865, et avec qui il aurait été mis en relation dans sa visite des usines Froment.

Mais laissons cette polémique.

Élucider la question des prétendues relations fugaces entre les deux inventeurs, alors que l'un d'eux survit et que l'autre, ainsi que les témoins cités, ont disparu, semble d'autant plus oiseux que le fait en lui-même perd quasi toute importance, en présence d'un autre point, capital celui-là pour l'histoire de la dynamo : je veux parler de la part qui revient à Werner von Siemens dans la conception des éléments qui constituent ce générateur de courants continus.

Négligeant ce côté de la question, la polémique que je viens de mentionner ne pouvait aboutir à une conclusion satisfaisante, puisque l'objet du nouvel élément de la discussiou porte un nom qui n'est dû ni à Antonio Pacinotti ni à Zénobe Gramme, mais créé par Werner von Siemens, pour traduire le principe introduit par lui-même dans les machines productrices d'électricité.

Déjà, en octobre 1898, j'ai eu l'honneur d'entretenir la Société Scientifique de l'histoire de la Dynamo et de la Genèse de la Traction électrique. Je puis donc me contenter d'exposer succinctement mes dernières recherches sur la part exacte de notre compatriote dans cette invention.

Dans un chapitre spécial de ses mémoires, Werner von Siemens a résumé ses essais relatifs à la production des courants industriels et, en indiquant la contribution importante apportée par lui-même à la solution du problème, il a précisé nettement la part qu'y ont prise Gramme et Pacinotti. Sur ces divers points son discours prononcé à l'Union Électrotechnique de Berlin, le 27 janvier 1880, fut une vraie révélation.

Dans l'ancienne magnéto bien connue de Siemens, on recueillait déjà, sur un commutateur spécial, des courants de même sens, mais ondulatoires et non continus. En vue d'en augmenter la puissance, il remplaça l'aimant permanent par un électro-aimant alimenté par une pile, puis imagina d'exciter celui-ci par une partie du courant engendré, supprimant ainsi la pile après amor-

çage. Il ne tarda pas à constater, au surplus, que le magnétisme rémanent suffit à l'amorçage automatique.

L'auto-excitation est donc de Werner Siemens ; elle fonctionna en 1867 à l'Exposition de Paris, sur un appareil de la maison Siemens et Halske appliqué à la production de la lumière.

Pour en mettre le principe en évidence, Siemens modifia le nom de la machine ainsi transformée, et au lieu de machine *magnéto-électrique,* l'appela machine *dynamo-électrique :* son rôle consiste en effet, à transformer en énergie électrique le travail mécanique appliqué. Elle était encore bien imparfaite cependant, comme il l'observa bientôt. L'inversion de la polarité, à chaque tour de l'armature en double T de la bobine rotative, y produisait des échauffements désastreux, surtout dans les machines de quelque puissance.

Voici comment il s'exprime à cet égard dans le discours précité :

« Deux inventions vinrent alors aider considérablement au progrès. » C'est d'abord l'anneau de Pacinotti, qu'il décrit, en ajoutant : « Dans l'anneau de Pacinotti nous avons trouvé le moyen de produire un courant induit, sans renverser la polarité dans le fer, écartant ainsi l'échauffement excessif de l'armature. »

« Gramme, à Paris, eut le grand mérite d'avoir le premier appliqué à l'anneau Pacinotti mon principe dynamo-électrique et par là, d'avoir, le premier, établi un générateur pratique de courants forts. »

Ainsi parle Siemens, en rappelant une époque où, dirigeant la plus importante maison de construction d'appareils électriques du monde, il recherchait avec tant d'anxiété le moyen de produire de l'électricité industrielle, échouant dans les applications qu'il avait rêvées, dès 1867, de sa première machine « dynamo-électrique » à la locomotion, mais conscient des défauts de cet engin et heureux d'en avoir trouvé ailleurs des améliorations pratiques.

Est-il téméraire d'admettre que l'illustre Allemand, aussi érudit qu'ingénieux, à l'affût des moyens de perfectionner ses propres appareils, s'enquit attentivement des inventions étrangères susceptibles d'y concourir, et connût ainsi, aussi exactement que quiconque, les caractéristiques respectives des inventions de Pacinotti et de Gramme ?

Aussi remarquons bien le point que remettait particulièrement

en évidence, en 1911, l'interview publié par LA STAMPA. Qu'y revendique, comme idée personnelle, Antonio Pacinotti ? Précisément la conception de l'anneau de fer denté, garni de bobines reliées l'une à l'autre et mises en connexion avec les touches d'un collecteur sur lequel deux balais fixes recueillent le courant.

Les extraits, publiés à cette occasion, de notes gardées par l'illustre physicien, montrent bien comment son « électro-aimant transversal » permet de construire une machine susceptible tantôt de produire du courant, tantôt de transformer le courant en travail mécanique ; mais dans les spires de l'électro-aimant inducteur circulait le courant d'une pile. Pas un mot de l'auto-excitation (1). Celle-ci appartient incontestablement à Werner Siemens.

Gramme, admettons-le avec Antonio Pacinotti et ses amis, aurait pu avoir connaissance de l'anneau et du collecteur du professeur italien ; il a pu connaître aussi l'auto-excitation adaptée à l'engin exposé par Siemens à Paris en 1867. Mais, si le mérite de l'artisan belge ne consiste que dans l'application de ces deux idées géniales à une machine construite de ses mains, rendons-lui, avec Siemens, l'hommage qu'il mérite pour avoir conçu et exécuté la première machine qui eût produit des courants industriellement utilisables.

En faut-il plus pour sa gloire ? Ajoutons-y cependant un autre titre : c'est que, avec les procédés de mesure forcément rudimentaires à sa disposition au début, Gramme réussissait à réaliser, avec une étonnante précision, les caractéristiques du courant que ses clients lui imposaient dans leurs commandes. M. Émile Javaux, son plus ancien assistant, l'a relaté avec détails et d'une façon touchante, le jour de l'inauguration du monument de Liége en 1905.

L'invention de la dynamo, féconde application industrielle des lois de l'électro-magnétisme découvertes au commencement du XIXe siècle, est donc le produit des recherches simultanées de trois génies : Antonio Pacinotti, Werner Siemens, Zénobe Gramme.

---

(1) Dans les ATTI DELLA ASSOCIAZIONE ELETTRO-TECNICA ITALIANA du mois d'août 1911, se trouve textuellement reproduit le mémoire de Pacinotti « *Descrizione di una macchinetta elettro magnetica*, Del dott. Antonio Pacinotti » reproduit d'après le NUOVO CIMENTO, Fascicule pour juin 1864, publié le 3 mai 1865. Il n'y est nullement question d'auto-excitation.

M. le chanoine De Muynck poursuit ses recherches sur le potentiel disruptif et s'occupe cette fois du *Potentiel disruptif entre un fil et une sphère.*

Dans un travail antérieur sur la variation du potentiel disruptif avec la température des électrodes, nous avions été amenés à mesurer le potentiel de la décharge entre un fil et une sphère, et nous avions trouvé pour cette grandeur des valeurs indépendantes du signe de la charge, au moins aux températures ordinaires.

Voici les résultats d'une des séries de mesures. Les potentiels sont donnés en unités C. G. S.; l'étincelle jaillissait entre un fil de platine de 0,025 cm. de diamètre, et une sphère de 0,8 cm. de rayon; *d* désigne la distance explosive.

$d = 0{,}05$ cm.		$d = 0{,}1$ cm.		$d = 0{,}15$ cm.	
Fil +	Fil —	Fil +	Fil —	Fil +	Fil —
7,48	7,31	11,6	11,6	15,4	15,3
7,28	7,49	11,6	11,7	15,3	15,3

Comme on le voit, le signe de la charge n'exerce pas d'influence appréciable.

Cette absence d'unipolarité à première vue est surprenante.

En effet, la décharge entre un fil et une sphère paraît comparable à celle qui se produit entre une pointe et un plan, et, pour ce dernier cas, la théorie et l'expérience s'accordent à affirmer l'existence de l'unipolarité.

Il résulte par exemple, des mesures de Delarue et Müller [1] que, si V_+ et V_- désignent les potentiels pour une charge positive et négative de la pointe, le rapport

$$\frac{V_+}{V_-}$$

est en général différent de l'unité. Il varie d'ailleurs avec la distance explosive : pour 0,05 cm. il est égal à 1,3; pour $d = 0{,}15$ cm. il passe par la valeur 1, et diminue ensuite graduel-

(1) Phil. Trans. Roy. Soc. *London*, *169*, 1878, p. 77.

lement jusqu'à la valeur 0,6, qu'il atteint pour une distance de 0,5 cm.

Une unipolarité du même ordre de grandeur aurait produit dans nos mesures une différence entre V_+ et V_- de 2 unités C. G. S., alors que les écarts entre les nombres donnés plus haut ne sont pas systématiques, et atteignent tout au plus 0,3 unités C. G. S.

Il semble donc bien exister en cette matière une différence entre le cas d'une pointe et celui d'un fil.

Cependant la comparaison de nos résultats avec certaines mesures du potentiel d'effluves portait à croire que le diamètre du fil peut exercer une influence sur l'impopularité.

N'ayant pas trouvé dans la littérature scientifique une recherche systématique concernant ce point, nous avons fait nous-mêmes dans ce sens quelques mesures, qui ont porté sur :

1° un fil de composition inconnue; D = 0,01 cm.
2° un fil de platine ; D = 0,02 cm.
3° un fil de maillechort; D = 0,05 cm.
4° un fil de laiton ; D = 0,09 cm.
5° un fil de laiton ; D = 0,14 cm.

Ces fils furent enroulés sous forme de boucle circulaire, de manière à présenter une résistance plus grande aux efforts de déformation du champ. Ils étaient mis d'une façon permanente en communication avec le sol. En regard du fil était placée une sphère de 2, 3 cm. de diamètre, reliée à une des armatures d'une puissante batterie de jarres, dont l'autre armature était au sol. La batterie était chargée par une machine de Wimshurst. Le potentiel se mesurait au moyen de l'électromètre de Bichat et Blondlot.

Une même distance explosive de 2 mm. fut adoptée dans toutes les mesures, sauf pour le fil le plus mince, sur lequel des effluves se produisirent à cette distance, et pour lequel la mesure fut faite à 1 mm. aussi.

Voici, toujours en unités C. G. S., les valeurs trouvées pour le potentiel disruptif. D désigne le diamètre du fil; *d*, la distance explosive.

1° D = 0,01 cm.

d = 0,1 cm.		d = 0,2 cm.	
Fil +	Fil —	Fil +	Fil —
12,02 (1)	11,84	Effluve	15,00
12,02	11,80		15,56
—			15,56
11,67	11,12	—	
—		15,44 (2)	15,21
12,03 (3)	11,84	—	
		16,00 (4)	15,44

2° D = 0,02 cm.

d = 0,2 cm.

Fil +	Fil —
18,61	18,27
18,36	18,27
18,36	18,27
—	
18,36	17,92
18,13	18,10

3° D = 0,05 cm.

d = 0,2 cm.

Fil +	Fil —
21,34	22,05
21,55	21,91
21,40	21,70
21,48	21,77
—	

(1) Effluve et étincelle.
(2) Effluve.
(3) Effluve et étincelle.
(4) Effluve.

22,34	22,32
22,05	22,34
22,19	22,34
21,91	22,48
21,91	22,34

4° D = 0,09 cm.

d = 0,2 cm.

Fil +	Fil —
24,58	25,34
24,84	
24,58	
24,33	
—	
24,02	24,71
23,95	24,71
23,95	25,21
24,08	24,64
—	
24,33	25,21
24,20	25,34
24,45	24,84

5° D = 0,14 cm.

d = 0,2 cm.

Fil +	Fil —
25,31	26,41
26,36	26,31
—	
26,75	26,31
26,36	26,12
26,60	26,31
—	
26,41	25,82

Pour l'intelligence de ces chiffres il importe d'abord de noter que pour un même fil les expériences furent faites en laissant entre chaque série de mesures un intervalle de plusieurs heures, ou même, de plusieurs jours; dans le tableau qui précède, chaque série ainsi obtenue est séparée de la suivante par un trait horizontal.

Cela étant, on voit que d'une série à l'autre les mesures ne sont pas toujours très concordantes. La cause en est, soit une variation, dans l'intervalle des deux séries, de la pression atmosphérique; soit une légère altération, par suite de trépidation du sol ou d'autres causes, de la distance qui séparait le fil de la sphère. Cette altération, dans un cas, a été directement constatée. Comme le but de ce travail était de vérifier si, pour une distance explosive donnée, mais quelconque, le potentiel est indépendant du signe, nous ne nous sommes pas préoccupés de réaliser d'une série à l'autre des distances absolument identiques. Il résulte de là qu'il faut comparer les valeurs V_+ et V_- dans une même série de mesures.

On voit ainsi que ces valeurs sont très peu différentes : l'écart qu'elles présentent est de l'ordre de grandeur des erreurs instrumentales.

Nous concluons donc que, dans les circonstances de l'expérience, l'unipolarité entre un fil et une sphère, est très faible, et notablement inférieure à celle qui s'observe entre une pointe et un plan.

En examinant cependant de plus près nos résultats, on peut y voir, pour certaines épaisseurs du fil, une très légère influence du signe. Pour mieux s'en rendre compte, on peut chercher les moyennes des divers nombres, ce qui donne le tableau suivant :

Valeurs moyennes du potentiel

D	d	V_+	V_-	$\delta = V_+ - V_-$
0,01	0,1	11,93	11,65	+ 0,28
0,01	0,2	15,72	15,37	+ 0,35
0,02	0,2	18,36	18,16	+ 0,20
0,05	0,2	21,76	22,07	— 0,32
0,09	0,2	24,30	25,00	— 0,70
0,14	0,2	26,47	26,35	+ 0,12

La valeur $\delta = 0{,}12$ de la dernière ligne de ce tableau est très faible; on a de la peine à croire que l'électromètre permette d'obtenir une précision de 0,12 sur 26, soit 0,4 à 0,5 pour 100.

Mais dans les autres cas la différence entre V_+ et V_- est plus notable, et on peut admettre qu'elle n'est pas due à une simple coïncidence de cas favorables.

D'après cela, et c'est notre seconde conclusion, il paraît exister, dans les circonstances données, une très légère unipolarité, en vertu de laquelle le rapport

$$\frac{V_+}{V_-}$$

serait supérieur à l'unité pour les fils très fins (D = 0,01 et 0,02 cm.), tandis que pour les fils plus gros (D = 0,05 et 0,09 cm.) il lui serait inférieur. Pour des valeurs du diamètre plus grandes encore (D = 0,14) V_+ serait sensiblement égal à V_-.

Nous disons : « dans les circonstances données », car on peut envisager que la mesure se fasse à une autre température du fil, à une distance et à une pression différentes.

Nous avons nous-mêmes trouvé, dans le travail auquel nous faisons allusion plus haut, qu'une élévation de température du fil provoque une unipolarité très prononcée. D'autre part les résultats de Delarue et Müller, déjà mentionnés, portent à croire que la distance explosive peut avoir une influence sur l'unipolarité. Enfin, il résulte d'une observation de Oberbeck [1] que le potentiel initial entre un fil et un plan, qui, d'après nos observations, a une grande analogie d'allures avec le potentiel disruptif, ne présente pas l'unipolarité à la pression atmosphérique, mais la manifeste aux pressions inférieures. Il serait intéressant, pour compléter ces recherches, d'étudier aussi l'influence sur le potentiel disruptif de la distance explosive et de la pression.

Enfin nos données permettent de tirer une troisième conclusion, relative à la variation du potentiel avec le diamètre du fil.

Malgré que, pour le motif indiqué plus haut, nous ne nous soyons pas astreints à réaliser avec la dernière rigueur une distance explosive absolument constante, les valeurs moyennes, don-

---

(1) Wied. Ann., *60*, p. 207, 1897.

nées plus haut, fournissent, pour une distance de 2 mm., une courbe d'allure très régulière, ainsi que le montre le graphique ci-joint (fig. 1).

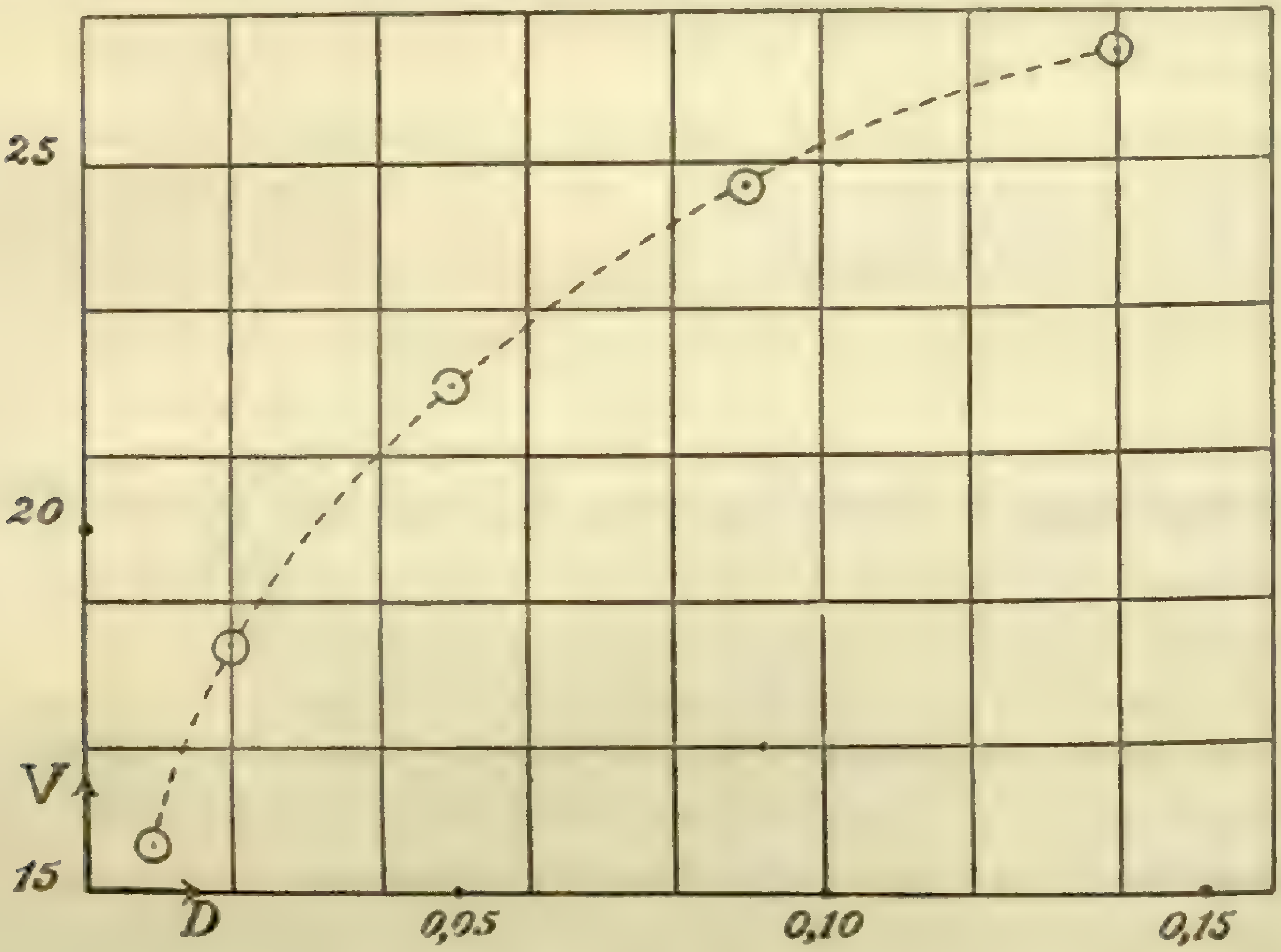


Fig. 1.

Encore une fois on pourrait utilement généraliser ces résultats et déterminer des courbes analogues pour diverses distances explosives.

M. E. Vanderlinden communique une étude *Sur les anomalies climatiques et phénologiques du dernier hiver*. Cette étude a été publiée *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 avril 1912.

M. Félix Leconte parle du *Paratonnerre à soudure autogène*. Voici un résumé de cette communication.

Les joints des fils dans les paratonnerres du système Melsens sont réalisés par des boîtes remplies de soudure. Par le jeu des dilatations et contractions successives, il arrive assez fréquemment que plusieurs des fils aboutissant dans une boîte se dégagent de la soudure et ne présentent plus qu'un contact imparfait.

Ce contact imparfait peut suffire pour l'électricité de haute tension qui constitue la foudre. Cela est exact, mais il n'en est pas moins vrai qu'il est préférable de réaliser de bons contacts.

La question est de préparer au fluide un chemin aussi large que possible pour faciliter son écoulement rapide à la Terre.

Dès 1878, nous voyons apparaître les conducteurs continus. On brase au laiton des tiges de fer pleines.

Ce système n'est pas mauvais, mais il présente un inconvénient relatif à la durée. Les métaux du joint forment un couple galvanique qui les électrolyse et les détruit lentement.

L'auteur a eu l'idée de souder les joints au chalumeau oxhydrique ou oxy-acétylénique, fer sur fer.

Pour réaliser de grandes surfaces et des sections suffisantes, il emploie des tubes creux de fer étiré de 25 mm. de diamètre extérieur, et de 3 mm. d'épaisseur.

Les tubes sont soudés bout à bout, et viennent se souder aux fleurons en fer forgé qui couronnent la façade, le toit ou les cheminées. Ces pièces ornementales servent de pointes.

Les courbes sont toujours à grand rayon.

Le tube qui longe la façade est attaché par soudure oxhydrique à des pièces de fer scellées au plâtre. Ceci pour éviter les boulons, qui s'oxydent et se desserrent.

La plaque de Terre est une tôle de fer de un demi-mètre carré et de 10 à 15 mm. d'épaisseur, placée dans la nappe d'eau. Le tube de descente y est soudé à l'oxhydrique.

Il n'est pas contestable que l'on ne peut rêver un paratonnerre de conductibilité meilleure ni mieux assurée.

Sa durée est limitée à la durée du métal.

L'auteur recommande d'employer, lorsque c'est possible, des chenaux en tôle de fer. On soude ces tôles bout à bout, de manière à réaliser une étanchéité parfaite et durable, en même temps qu'une continuité absolue. Les tuyaux de descente sont en fer soudé et constituent le fil de Terre du paratonnerre. On peut le compléter par quelques bonnes prises de Terre. Ce système constitue un paratonnerre invisible et tout aussi sûr que les classiques paratonnerres à pointes.

Pour ceux qui croient que la pointe est nécessaire, on peut souder des aigrettes Melsens dans le fer des chenaux.

Les jeux de dilatation sont faciles à compenser dans ce dispositif.

La Société « L'Oxhydrique Internationale » a construit un tel paratonnerre à Saventhem, depuis plusieurs années. Il a, paraît-il, déjà mené au grand réservoir à potentiel zéro plusieurs décharges atmosphériques.

M. l'abbé J. Lemaire expose quelques idées *Sur l'objet de la Philosophie scientifique et l'opportunité d'en développer les recherches.* Voici un résumé de cette communication qui a été suivie d'un échange de vues auquel ont pris part le R. P. Bulliot et M. P. Mansion.

En débutant, l'auteur rappelle le mouvement si prononcé qui existe à l'étranger en faveur des études ayant comme objet de déterminer la valeur exacte des données scientifiques en tant que renseignements sur les choses de la nature.

Deux tendances principales sont en présence. Une première tendance, que l'on peut rattacher à la philosophie pragmatiste, se montre peu favorable aux données scientifiques. Celles-ci auraient déformé les résultats immédiats de l'expérience au point de les rendre méconnaissables. Les théories scientifiques seraient incapables de révéler de nouveaux aspects des choses, elles seraient exclusivement des instruments de classification des faits.

Une seconde tendance, qui s'intitule *Néo-mécanicisme,* regarde les faits et les lois scientifiques comme l'expression des choses dans la mesure où elles sont accessibles à notre expérience. La théorie scientifique est pour eux révélatrice de caractères actuellement inexpérimentables de l'ensemble phénoménal qui constituerait la réalité connaissable par l'homme. Cette réalité réclamerait une interprétation exclusivement mécanique.

L'auteur estime qu'une attitude intermédiaire qui tient compte de la part de vérité des deux tendances extrêmes, s'impose.

A côté [de l'objectif que toute donnée scientifique contient — qu'elle soit une donnée d'expérience, ou une donnée théorique — peuvent] se trouver des éléments extra objectifs plus ou moins importants dus à l'emploi de certains artifices de la méthodologie scientifique.

L'objet de la philosophie scientifique serait précisément de déterminer aussi exactement que possible la part qui reviendrait strictement à l'expérience, qui pourrait donc être affirmée de

la réalité, et la part qui serait attribuable aux procédés scientifiques proprement dits.

Une fois ce travail terminé, la philosophie scientifique pourrait entreprendre une première synthèse de ces connaissances ainsi épurées.

La méthode qui convient à la philosophie scientifique ainsi entendue a été pratiquement indiquée par M. Duhem, qui après avoir passé au crible d'une critique implacable les principales données des sciences physico-chimiques, a entrepris de mettre en lumière l'évolution historique de leurs principes. Sans se rallier aux conclusions de l'éminent professeur de l'Université de Bordeaux, l'auteur approuve sa méthode de travail.

A son avis, la philosophie scientifique comporte à propos de chaque science une double étude, une étude d'histoire et une étude d'analyse.

Une étude d'histoire destinée à mettre en évidence, d'abord, la méthode de la science, aux différentes époques historiques qui ont pu influencer la science contemporaine, et ensuite la formation des principes scientifiques qui ont pu y avoir cours, en ayant soin de préciser le rôle qu'y ont tenu l'expérience et les idées philosophiques du milieu.

De semblables recherches exigent une préparation spéciale chez celui qui veut les entreprendre ; il doit unir une connaissance approfondie de la science dont il veut étudier le développement, à une solide formation philosophique de manière a être à même d'apprécier les influences de cet ordre qu'elle aurait pu subir dans son évolution. Il va de soi qu'il doit être en plus au courant des méthodes des sciences historiques ; certains savants ont cru, peut-être trop facilement, qu'on s'improvise historien.

L'étude analytique, partiellement indépendante de la première, doit porter sur les faits, sur les lois et sur les théories scientifiques pour y mettre en relief les renseignements que vraiment ils nous donnent sur la nature. L'envahissement des sciences par la méthodologie mathématique rend ce travail plus nécessaire que jamais. L'aspect quantitatif des choses n'est pas leur seul aspect constatable. Aussi une représentation mathématique de l'univers ne peut-elle être qu'une ombre de celui-ci et dans certains cas même

une ombre déformée, étant donné le caractère extra-objectif de certains points de départ dans les sciences mathématiques.

Il serait hautement désirable que des esprits convaincus d'une saine philosophie objectiviste s'efforcent de préciser les limites de l'applicabilité des concepts mathématiques au monde réel. Le monopole quasi exclusif de ce genre de recherches a été malheureusement trop longtemps abandonné à des partisans de doctrines subjectivistes.

A côté de l'aspect mathématique du problème se pose l'aspect expérimental. Toute donnée scientifique se rattache en dernière analyse à un fait ou à un ensemble de faits d'expérience, dont il est nécessaire de préciser la valeur. Celle-ci peut être plus ou moins influencée d'abord par l'emploi dans la constatation des phénomènes d'instruments qui peuvent supposer l'admission tacite de telle ou telle théorie scientifique, sur laquelle il y a lieu de porter au préalable un jugement. Ensuite l'expérimentateur poursuivait dans ses recherches un but déterminé et par conséquent avait son attention attirée sur un aspect particulier des phénomènes ; il peut en résulter une exagération de cet aspect aux détriments d'autres dont la portée, au point de vue de la connaissance vraie des choses, pourrait être plus considérable. Les conceptions théoriques de l'observateur ont souvent une influence du même genre.

L'étude des lois et des théories scientifiques, au point de vue mentionné ici, réclame un examen des procédés de leur élaboration : jusqu'à quel point sont-elles exigées par les faits, renfermées en eux ; jusqu'à quel point sont-elles le fruit d'une conception systématique *a priori ?*

Le travail de revision des faits, des lois et des théories scientifiques demande plus encore que le travail historique, dont il a été déjà parlé, l'union dans un même sujet d'une solide formation scientifique à une sérieuse connaissance de la psychologie et de la logique.

D'évidence, ici, comme dans les autres branches du savoir, une division du travail s'impose, qui doit porter non seulement sur les grandes parties des sciences expérimentales physiques, naturelles ou mathématiques, mais encore sur les principaux chapitres de chacune d'entre elles.

L'opportunité des études de philosophie scientifique découle immédiatement de la détermination de son objet. Le savant scrute la nature dans le but de la connaître le plus parfaitement possible. Dès lors qu'il a son attention attirée sur ce point que ses méthodes d'investigation peuvent, dans une mesure plus ou moins grande d'après les cas, contrarier cette connaissance, il ne peut négliger d'en tenir compte.

L'auteur de la communication émet le vœu, en terminant, de voir les sections discuter l'opportunité de développer ce genre de recherches et d'aviser aux moyens de le faire, soit par la création d'une section spéciale, soit en posant des questions dans ce sens.

M. Mansion demande la parole pour signaler que le bureau de la Société Scientifique a déjà discuté la question de la création d'une section de philosophie scientifique et a jugé qu'il valait mieux que les questions philosophiques fussent examinées dans les sections scientifiques existantes, aux matières desquelles elles se rapporteraient. Il rappelle que plusieurs fois la première section s'est occupée de philosophie et que c'est là, entre autres, que M. Duhem développa en premier lieu ses idées.

Le R. P. Bulliot de l'Institut Catholique de Paris, appuie la motion de M. Lemaire en faveur de la création d'une section spéciale, craignant que sinon les questions de philosophie scientifique ne soient que rarement abordées ; il se place surtout au point de vue des questions de synthèse que peut se poser cette partie de la philosophie ; il rappelle à son tour le mouvement qui existe dans d'autres pays autour de ces questions.

M. Lemaire insiste sur ce point qu'il a surtout en vue les questions se rapportant à la valeur des données mêmes des sciences et qui sont plus en rapport avec l'objet d'une Société scientifique.

M. de Hemptinne, président de la section, fait remarquer que la section est incompétente pour ce qui concerne la création d'une section spéciale ; il ajoute que rien ne s'oppose à ce que des questions se rapportant aux matières de philosophie scientifique soient posées par la section. La section se rallie aux vues de son président.

Troisième section

—

Lundi 15 avril 1912. — Sur les rapports favorables de M. le Baron Gillès de Pélichy et de M. A. Renier, la section vote l'impression, dans la seconde partie des ANNALES, du mémoire de M. l'abbé Claerhout intitulé. *L'Époque solutérienne* en Belgique.

M. le Professeur Grégoire présente une communication relative à *une opinion nouvelle sur les phénomènes de la caryocinèse.* La section vote l'impression de ce travail dans la seconde partie des ANNALES.

M. le Professeur Kaisin présente quelques considérations *sur le marbre noir de Golzinne.* Ce travail paraîtra dans la seconde partie des ANNALES.

La faune de la station palustre d'Afsné et *La station néolithique de Caster* font l'objet de deux communications de M. l'abbé Claerhout. En voici les résumés :

M. Willems, professeur de zoologie à l'Université de Gand, a eu l'obligeance de déterminer les ossements d'animaux, qui ont été recueillis dans la station palatittique d'Afsné (Flandre orientale). Les espèces suivantes ont été reconnues :

Bœuf. Fragments de crânes. Dents. Vertèbres. Côtes. Os des membres.

Cheval. (Petit cheval ou âne). Dent. Vertèbres cervicales. Bassin. Os des membres.

Mouton. Mâchoires inférieures. Vertèbres. Bassin. Os des membres.

Chevreuil. Bois. Côte. Os des membres.

Porc ou sanglier. Vertèbres. Fragments de mâchoires. Bassin. Os des membres.

Cerf. Omoplate. Bassin. Deux côtes.

Chien. Crânes. Bassin. Os des membres.

Castor. Demi-mâchoire inférieure.

A notre avis, un cubitus a été façonné en poignard. Ce spécimen

présente une ressemblance frappante avec les poignards, formés de cubitus, que nous avons observés au Musée de Zurich.

Nous avons remarqué aussi, parmi les récoltes d'Afsné un beau frontal d'urus, probablement un trophée de chasse, semblable à un exemplaire analogue, qui provient de la station palafittique de Denterghem. La faune de cette station comprenait le renard, le loup, le chien, le cheval, le porc ou sanglier, le cerf, la chèvre et le bœuf. Dans la station palustre du Neckerspoel à Malines, M. le baron A. de Loë a recueilli les ossements du chien, du cochon domestique, du cheval, du cerf, de la chèvre et du bœuf [1]. *(Bos brachyceros)*.

Des prairies qui bordent l'Escaut, jusqu'au village de Caster s'étend une petite plaine, qui fait partie de la seconde terrasse de la vallée de l'Escaut. Vers l'endroit où le village est situé, on observe un renflement et l'on monte de la cote 20 à la cote 52 ; cette légère éminence qui va de l'Est à l'Ouest, occupe la seconde moitié du territoire de la commune, qui a une étendue de 408 hectares.

La commune est située dans la zone limoneuse de la Belgique ; l'assise de la terre à briques y recouvre la couche des sables jaunes du Brabantien.

Le territoire de la commune peut être envisagé comme l'emplacement d'une station néolithique ; plusieurs sources très abondantes, qui jaillissent au sommet de la colline, ont pu fournir de l'eau aux néolithiques qui occupaient la plaine et la déclivité exposée au Midi. Jusqu'à présent nous n'avons pas découvert de champs où la plus grande abondance de silex marque, comme à Pitthem, l'emplacement précis d'une petite agglomération de cabanes ; l'outillage lithique est disséminé sur toute l'étendue du territoire et presque partout on peut recueillir des éclats et des déchets de taille en silex noir d'Obourg ; c'est le silex provenant

---

[1] A. de Loë. *Découverte de Palafittes en Belgique*. Dans Comptes rendus du Congrès international d'Anthropologie et d'Archéologie préhistoriques. Paris 1900. — Dr Huart-de Loë. *Étude des ossements humains de la palafitte du Neckerspoel à Malines*. Dans Bulletin de la Société d'Anthropologie de Bruxelles. Tome XXX, 1911, p. CCCXXVIII.

des galeries d'extraction de cette commune, qui paraît avoir fourni la matière première du plus grand nombre des instruments.

Nous n'avons découvert d'autres traces du séjour des néolithiques que les outils en silex, épars dans les champs.

Nous avons recueilli jusqu'à ce jour :

1° Un grand nombre de grattoirs de dimensions diverses. Les uns sont discoïdes, les autres allongés. Ils témoignent d'un travail assez grossier. Toutefois quelques petits grattoirs sont délicatement arrondis par de fines retouches.

2° Quatre pointes de flèches. Il est rare de trouver dans la Flandre occidentale, une pointe de flèche munie d'un pédoncule et pourvue d'ailerons. Nous avons pu nous en procurer deux. Nous possédons aussi deux pointes de flèches triangulaires.

3° Un certain nombre de nucleus. Leur présence atteste, que les rognons de silex, importés d'Obourg, ont été travaillés sur place. Une particularité à noter, c'est que deux nucleus, dont on avait détaché des lames, ont été utilisés après comme percuteurs.

4° Quelques lames de différente longueur. Certaines lames se terminent en grattoirs.

5° Une pointe en silex, longue de 75 millimètres. On peut vraisemblablement la regarder comme l'armature d'une lance.

6° Des fragments de haches polies façonnés en grattoirs. La station n'a pas encore fourni des haches polies. D'ailleurs on peut compter sur les doigts les exemplaires recueillis dans toute la Flandre occidentale. Toutefois nous possédons une jolie hachette triangulaire, d'un travail assez délicat. Emmanchée dans une portion de bois de cerf, elle devait fournir un beau ciseau. Nous n'avons pas observé de spécimen analogue parmi les collections du Musée d'Histoire naturelle de Bruxelles.

La section procède au renouvellement de son bureau. Sont nommés :

Président : M. l'abbé Claerhout.
Vice-Présidents : M. J. Leclerq.
M. le Ch^ne^ de Dorlodot.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

Tout en exprimant le regret de ne pouvoir conserver, pour le

concours, la question relative aux *Caoutchoucs africains*, la section propose, pour la remplacer : *De nouvelles recherches micrographiques sur les concrétions siliceuses (Chert* ou *Phtanites) du calcaire carbonifère.*

Mardi 16 avril 1912. — M. le professeur Kaisin présente à la section *Un appareil nouveau pour la projection des figures d'interférence des cristaux.*

Les Annales de la Société Scientifique de Bruxelles ont publié en 1908 [1], les premiers résultats de recherches que nous avions entreprises dans le but d'établir un dispositif simple et de maniement aisé, permettant de projeter, devant un nombreux auditoire, les figures d'interférence auxquelles donnent naissance les cristaux traversés par un faisceau convergent de rayons lumineux polarisés rectilignement. Nous avons décrit [2] un appareil pouvant s'adapter aisément à tout microscope de projection, même au microscope ordinaire des biologistes, dans la construction duquel ni l'introduction de nicols, ni la rotation de la platine n'ont été prévues.

Ayant poursuivi ces recherches, nous avons pu réaliser un appareil extrêmement simple, au moyen duquel, pourvu que l'on dispose d'un faisceau de rayons parallèles, il est facile d'obtenir de très belles projections, se prêtant parfaitement à l'étude de tous les phénomènes produits par l'emploi de la lumière polarisée convergente. Complètement indépendant du microscope, cet appareil est d'une manœuvre très facile, n'exige qu'une source lumineuse relativement faible, et est très peu dispendieux.

Ainsi que le montre le schéma (fig. 1), notre dispositif consiste essentiellement en une lentille biconvexe à court foyer, fournissant un faisceau lumineux convergent, sur le trajet duquel sont intercalés successivement et très près l'un de l'autre, le polariseur, la préparation et l'analyseur, qui sont donc traversés par un faisceau lumineux fortement réduit en diamètre.

Le polariseur est placé de telle sorte que sa face de sortie se

---

(1) *La projection et la photographie des phénomènes d'inférence en cristallographie.* Ann. Soc. scientif. de Bruxelles, t. XXXII, pp. 285-292.

(2) *Loc. cit.*, p. 287.

trouve un peu en deçà du plan focal de la lentille : il livre donc passage à des rayons convergents. L'analyseur est placé un peu au delà de ce plan, et est traversé par un cône de rayons divergents, dont le sommet se trouve sur la face antérieure de la préparation ou un peu en deçà.

On voit qu'à l'encontre de ce qui a été réalisé dans les appareils usuels, le condenseur est placé *au devant* du polariseur : Celui-ci peut donc présenter une ouverture moindre, et l'on sait qu'au point de vue du prix de revient, la réduction du volume des nicols

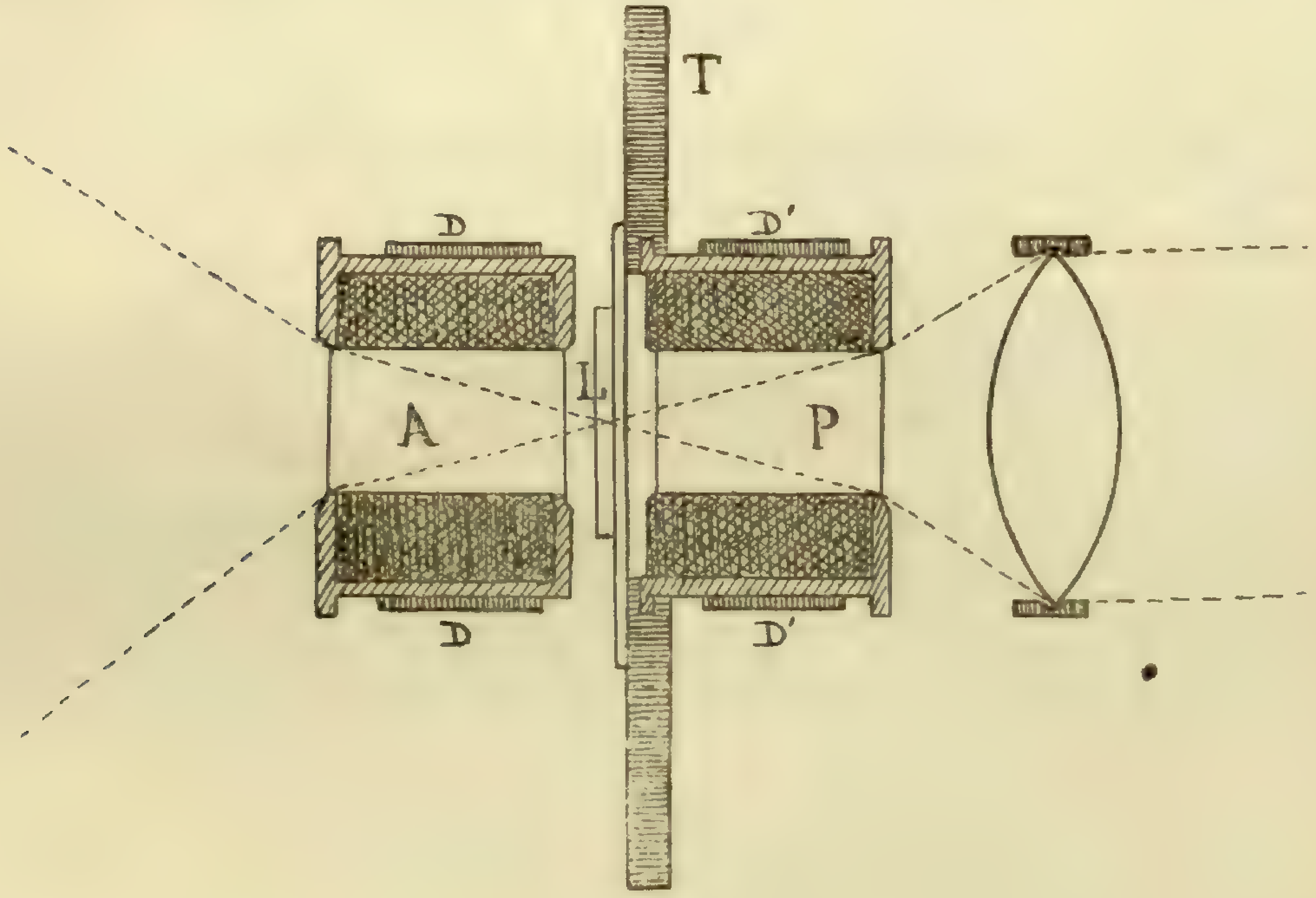


Fig. 1.

permet de réaliser une économie très sensible. En outre la déperdition de lumière, très forte avec le dispositif inverse, se trouve considérablement diminuée, par le fait que toute la lumière tombant sur la surface du condenseur se trouve concentrée sur la face d'entrée du polariseur. La perte est réduite à un minimum si l'on emploie des nicols à faces d'entrée et de sortie perpendiculaires aux arêtes longues.

On trouvera ci-dessous quelques détails sur la construction du modèle auquel nous avons fini par nous arrêter et qui nous sert

actuellement au cours des leçons de cristallographie physique que nous faisons à l'Université de Louvain [1]. Sur un statif très simple, tenant lieu de banc optique, sont placés successivement le condenseur, le polariseur et l'analyseur, dans des montures pouvant se mouvoir aisément le long d'une glissière horizontale et se placer à des distances variables l'une de l'autre. Le condenseur est une lentille biconvexe de 30 millimètres de distance focale ; il n'y a aucun inconvénient à employer à cet usage une lentille simple non corrigée : Pour toutes les *démonstrations* à faire au moyen de la lumière polarisée convergente, les aberrations de réfrangibilité et de sphéricité sont sans importance.

Les deux nicols que nous avons utilisés, ont un peu moins d'un centimètre de dimension suivant la brachydiagonale. Le polariseur (P fig. 1), enchâssé dans une monture en liège noirci, est engagé dans une douille métallique, glissant à frottement doux dans un tube de laiton solidement fixé au statif. Ce tube sert d'axe creux à une platine rotative (T fig. 1) qui peut donc tourner dans son plan autour de la monture du polariseur. C'est cette platine rotative qui porte la préparation.

L'analyseur, muni, comme le polariseur, d'une douille métallique, se glisse à frottement doux dans un tube en laiton placé exactement dans le prolongement de celui qui fixe au statif la monture du polariseur. Une bague dont le bord externe est guilloché permet de faire tourner aisément l'analyseur dans sa monture. Le mode de fonctionnement de l'appareil est des plus simples : Ayant fixé la préparation sur la platine rotative, presqu'en contact avec la face postérieure du polariseur, on place l'analyseur à son tour aussi près que possible de la lame cristalline.

Un coup d'œil jeté sur notre schéma (fig. 1) fait voir comment un faisceau de rayons parallèles tombant sur le condenseur *C*, converge sur la face inférieure de la préparation après avoir été polarisé par la traversée du nicol *P*, puis diverge au travers de la plaque cristalline et de l'analyseur *A* pour projeter sur l'écran, une image très agrandie des courbes isochromatiques et des zones

---

[1] Cet appareil a été construit sous notre direction par M. L. Roland, préparateur à l'Institut Géologique et mécanicien habile, dont les services nous ont été très précieux en cette circonstance.

incolores que fournissent les cristaux uniaxes et biaxes en lames convenablement taillées.

Nous annoncions dans notre premier travail ([1]) que notre *microscope à deux platines* nous permettait, en utilisant un arc électrique de 15 ampères sous 110 volts, de projeter des anneaux isochromatiques d'un demi-mètre de rayon. Avec la même source de lumière l'appareil que nous venons de décrire nous a permis d'obtenir, au moyen d'une plaque de calcite de 1 mm. d'épaisseur, des cercles isochromatiques de plus de 2 mètres de diamètre.

Les figures ainsi obtenues sont donc visibles dans les plus grands auditoires.

La luminosité des projections obtenues est très grande au point que dans notre salle de cours, où nous ne pouvons obtenir qu'une obscurité très imparfaite, il nous est possible de procéder aux démonstrations les plus délicates, comme par exemple la détermination du signe optique en lumière convergente par l'emploi du mica quart d'onde.

Dans un laboratoire où l'on peut réaliser une obscurité complète, une lampe Nernst de 50 bougies permet aisément de faire voir à une dizaine de spectateurs toutes les applications de la lumière polarisée convergente.

Nous ajouterons que notre appareil nous a servi à photographier les principaux phénomènes d'interférence sur plaques autochromes Lumière 9 × 12 et 13 × 18. La netteté des courbes et la fidélité des teintes obtenues nous ont paru ne rien laisser à désirer ([2]). Ou pourra juger de la netteté par la planche ci-contre, qui est la reproduction réduite de clichés 13 × 18 obtenus au moyen de plaques sensibles orthochromatiques sans interposition d'aucun écran.

Enfin le coût extrêmement modique de l'appareil en permettra l'acquisition aux nombreux laboratoires trop mal dotés pour faire l'acquisition des dispositifs très dispendieux actuellement en usage. Les physiciens, autant que les cristallographes et les

---

([1]) *Loc. cit.*, p. 231.

([2]) Une collection de clichés en couleurs obtenus par nous a figuré à l'Exposition internationale de Bruxelles, en 1910, dans le compartiment de l'Université de Louvain.

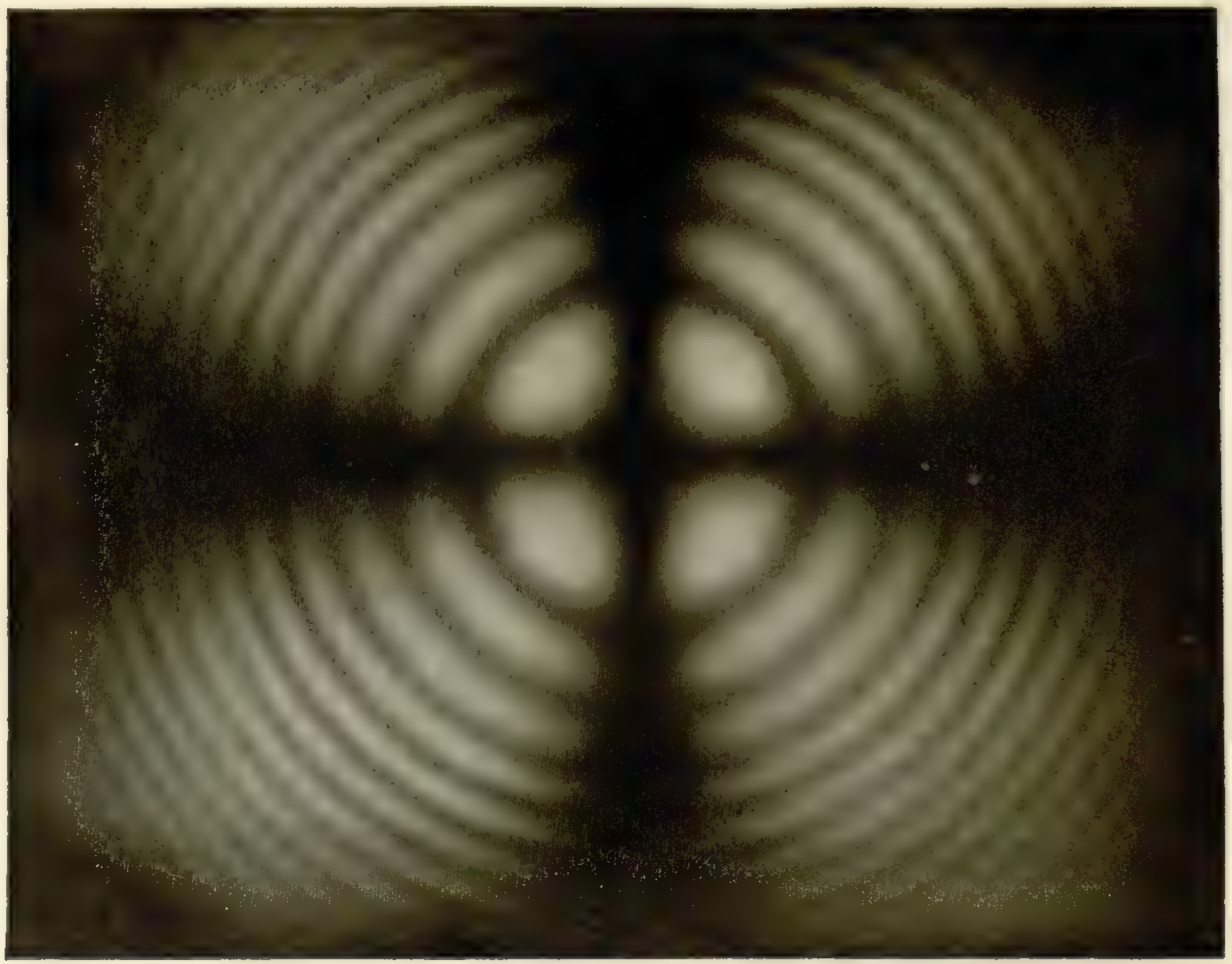


Fig. 1

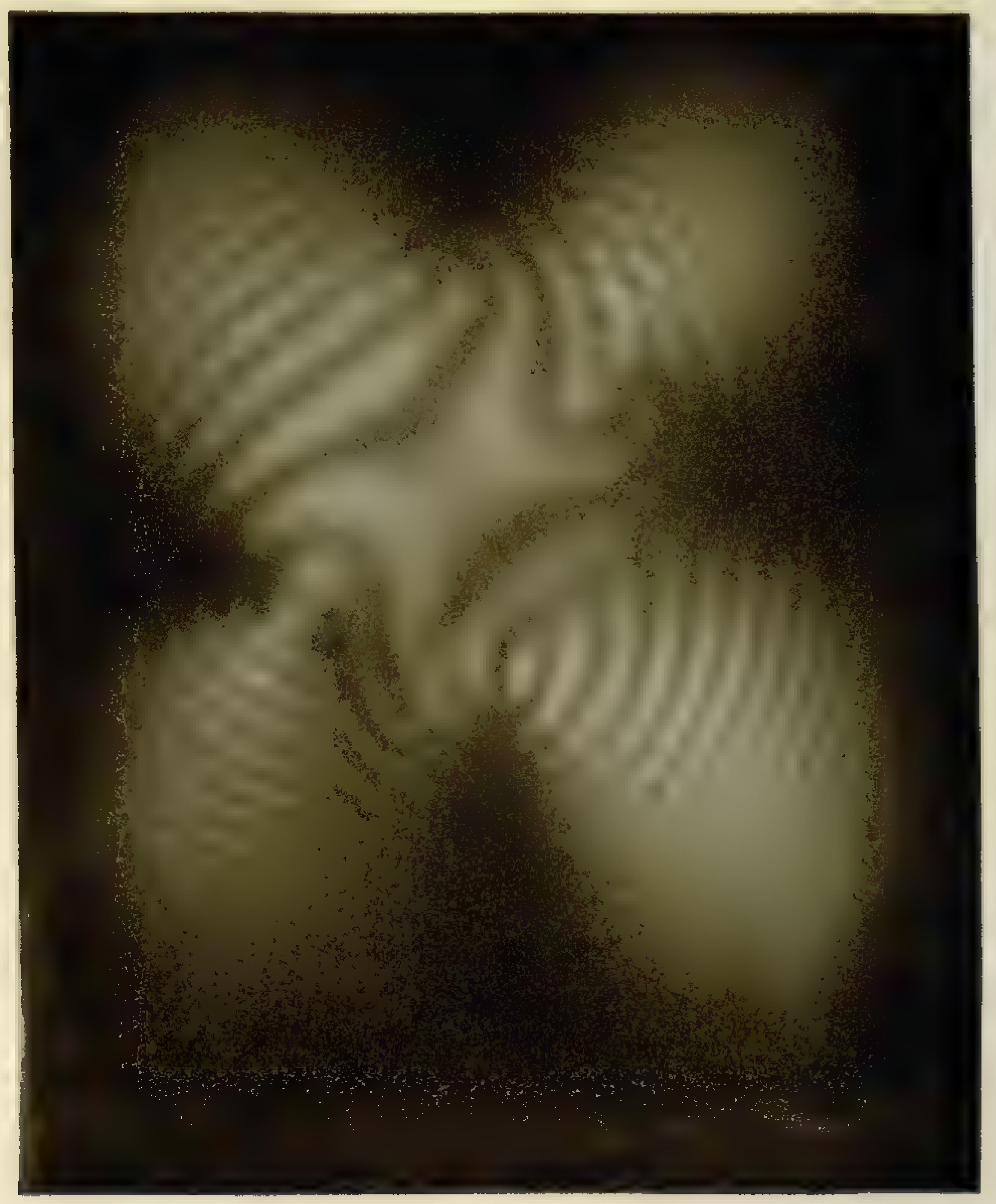


Fig. 2

minéralogistes ont intérêt à utiliser, comme illustration de leur enseignement, la projection de ces admirables figures d'interférence, dont les propriétés, mieux encore que les formes géométriques des cristaux, font ressortir d'une manière saisissante l'ordonnance régulière des édifices cristallins dans laquelle on ne peut s'empêcher de reconnaître une des plus belles manifestations de l'ordre qui règne dans le monde physique.

Se basant sur des découvertes toutes récentes qu'il a faites dans les quatre bassins houillers méridionaux de la France, le R. P. Schmitz, S. J. conclut à la généralisation de la formation sur place de la houille.

Cette communication donne lieu à un échange de vues entre M. le chanoine Grégoire, M. Kaisin et le R. P. Schmitz, S. J.

Les Tamtams du Congo belge font l'objet d'une communication, accompagnée de figures, de M. Maes, conservateur au Musée de Tervueren. Ce travail paraîtra dans la seconde partie des ANNALES.

Il est donné lecture d'une étude de M. A. Renier sur l'*Identité des sphenopteris bithynica Zeiller et Mariopteris laciniata Potomié*. La section vote l'impression de ce travail dans la seconde partie des ANNALES.

A la demande de M. A. Renier, la section émet le vœu que la date du bon à tirer d'un travail figure à la fin de ce travail : c'est à cette date, et, non à celle de la séance, que, en règle générale, l'auteur a terminé sa rédaction.

Mercredi 17 avril 1912. — M. Fernand Meunier présente à le section un *Aperçu sur les Protoblattinae et les Mylacrinae du houiller de Commentry (France)*. Avant la publication des Blattidae ou Nomoneures de ce gisement Stéphanien, notre collègue résume le résultat de ses recherches, basées sur l'examen de plus de 1200 empreintes appartenant au laboratoire de Paléontologie du Muséum d'histoire naturelle de Paris. Tout en étant extraordinairement riche en individus, la faune des Nomoneures de Commentry est relativement pauvre en espèces. Ce qui domine, ce

sont les *Palaeoblattinae*, notamment ceux du genre Etoblattina Scudder. Chose curieuse, les *Protoblattinae* et les *Mylacrinae* ne sont représentés à Commentry que par quelques intéressantes formes. Jetons maintenant un rapide coup d'œil sur ces archaïques insectes. Plusieurs Protoblattines ont une nervation des élytres offrant de la ressemblance avec les Paléodictyoptères. Disons cependant que dans l'état actuel de la science il serait téméraire, et même prématuré, d'essayer d'esquisser les rapports phylogéniques probables des Nomoneures avec les Paléodictyoptères.

Les *Protoblattines* du genre Blattinopsis (Fulgorina Brgt) comprennent Blattinopsis Goldenbergi, Brgt qui est une espèce de grande taille, Blattinopsis ovalis Brgt, plus petite, et Blattinopsis Perrieri de très petite taille. Blattinopsiella pygmaea est une minuscule forme houillère, car l'élytre n'a que 7 millimètres de longueur, alors que Blattinopsis Goldenbergi Brongniart en a 50.

Protoblattina Bourieri et Pr. *Giardi* nov. op. ont des traits de ressemblance avec les Paléodictyoptères. *Protoblattiniella minutissima* est la plus délicate forme houillère observée, car elle n'a que 4 1/2 millimètres de longueur et 1/2 millimètre de largeur ; le corps de l'insecte a de 11 à 14 millimètres de longueur. Schlechtendall et Handlirsch ont signalé des êtres voisins de ces Nomoneures comme étant des « Jugenstadium » de Blattides. La nervation du fossile de Commentry est beaucoup plus nettement accusée que celle des formes mentionnées par les auteurs cités. *Lapparentia superba* s'écarte de toutes les formes de Blattidae Protoblattinae. Il a cependant certains traits de ressemblance avec les *Eucaenus*. *Lapparentia superba* a la veination rappelant, à bien des égards, celle des Paléodictyoptères. La structure du thorax est nettement celle des Blattides. *Polyetes elegantissima* offre quelque analogie avec les *Eucaenus* Scudder. Je le range dans le genre Polyetes pour éviter la création d'un nouveau nom, la nomenclature n'étant déjà que trop surchargée !

D'autres Protoblattines de Commentry ne sont pas moins intéressants à connaître. Citons *Fayoliella superba* et les *Stenoneura Maximi* et *Fayoli Brongniart*.

Les *Mylacrinae* de Commentry sont représentés par une série de formes offrant un réel intérêt scientifique. On sait que chez ces Nomoneures le champ de la sous-costale est subtriangulaire et

que les nervures qui partent de cette dernière affectent une forme radiée et sortent d'un point commun de la base du tégument. Brongniart a brièvement signalé deux *Dictyomylacris*. D. *Poiraulti* est une espèce assez problématique, à en juger d'après le type même du savant paléontologiste français. En effet, l'échancrure de la partie antérieure du bouclier est due vraisemblablement à une brisure accidentelle du tégument châtineux.

Dictyomylacris insignis, et ses trois variétés, paraissent être une bonne espèce.

Les *Paromylacris* sont de petits mais larges Blattidae de Commentry.

Paromylacris Jacobsi est cependant de taille moyenne. *Paromylacris Boulei* offre trois variétés bien accusées que quelques auteurs érigeraient en formes spécifiques ! *Paromylacris Thevenini* est bien distinct des P. *Jacobsi* et *Boulei*.

Le genre *Promylacris* est représenté à Commentry par deux ou trois espèces offrant des caractères assez appréciables. Le genre *Necymylacris* est connu par une belle espèce *Necymylacris Boulei*, *Agnus*.

Pour finir, notre collègue signale que l'étude des Protoblattinae et Palaeoblattinae Mylacrinae est souvent rendue très ardue par suite des caractères asymétriques qu'on observe si fréquemment à l'élytre gauche ou à celle de droite. Cette morphologie indique péremptoirement que la morphologie de ces Blattides subissait encore des transformations lors du dépôt des schistes de Commentry. Quoi qu'il en soit, ces caractères observés chez les insectes à facies archaïque n'ont rien à voir avec les modifications tératologiques pouvant parfois affecter la veination de rares individus.

Notre collègue donne ensuite un *Aperçu sur quelques Chironomidae et Ceratopogonidae du copal récent de Zanzibar et de Madagascar*. Il signale que la faune diptérologique du copal, encore peu connue, présente cependant un grand intérêt scientifique. Il rappelle que dans une note antérieure [1], il a déjà fait remarquer la grande analogie de cette faune avec celle des régions paléarctiques. Toutefois, il est difficile actuellement de rien formuler de

---

[1] Ann. de la Soc. scientifique, t. XXXIII, première partie, p. 142.

précis, les documents inclus dans le copal étant encore beaucoup trop fragmentaires. Rappelons aussi que la faune du copal semble avoir de grands rapports avec celle incluse dans l'ambre de la Baltique.

Cette constatation a été faite pour les *Sciaridae*, les *Bibionidae*, les *Phoridae* et autres groupes de diptères. Il m'a été possible de réunir quelques matériaux concernant les Chironomidae et les Ceratopogonidae (Chironomidae plur. auct.) du copal de diverses provenances africaines. Parmi les Chironomidae, j'ai observé quelques Chironomus mâles offrant des caractères morphologiques très appréciables.

A. Zanzibar récent.

1. *Chironomus inclusus, nov. sp.*

Ce petit diptère a 3 millimètres de longueur. Premier article des tarses antérieurs aussi long que le fémur et le tibia réunis. Aux pattes médianes, le quatrième article tarsal est distinctement plus long que le cinquième. T.

2. *Chironomus haustus, nov. sp.*

Premier article tarsal des pattes de la première paire plus long que le fémur et le tibia pris ensemble. Quatrième et cinquième articles tarsaux des pattes médianes d'égale longueur. Ce Chironomien a 2 millimètres de long.

B. Madagascar récent.

3. *Chironomus sepultus, nov. sp.* ♂.

Cet orthorapha est de taille notablement plus robuste que les deux espèces précédemment citées. Les pattes antérieures sont très longues, mais le métatarse (il est bien plus long que le tibia) est visiblement plus court que le fémur et le tibia. Aux pattes médianes, le quatrième article tarsal est près de trois fois aussi long que le cinquième. Chez cette espèce, les fémurs et les tibias sont assez densément ciliés. Longueur de l'insecte : 5 millimètres.

Les Tanypus mentionnés ci-dessous sont trop altérés pour les décrire spécifiquement.

A. Zanzibar récent.

1. *Tanypus, sp.* ♂.

Les antennes de cette forme sont très plumeuses avec le dernier article ovoïde et effilé à l'extrémité. Les ailes sont ornées de taches formées par les poils qui garnissent tout le champ de ces

organes. Les lamelles basales de l'organe copulateur sont robustes, les apicales assez tigelliformes. Taille de l'insecte : 3 millimètres de longueur.

2. *Tanypus, sp.* ♂.

Premier article des antennes grand et disciforme (Scheibenrund). Aux pattes antérieures, le cinquième article tarsal est un tiers plus court que le quatrième. Taille de cet orthorapha : 5 millimètres.

B. Madagascar récent.

3. *Tanypus, sp.* ⚲.

Antennes de 12 articles : le premier est godiforme, le deuxième allongé, le troisième et les suivants submoniliformes, le dernier article est ovoïde et aminci à l'extrémité. Les ailes sont densément poilues. Taille de l'insecte : 2 millimètres.

Dans le monde des Ceratopogonidae, j'ai trouvé les espèces suivantes :

Madagascar récent.

1. *Ceratopogon viscatus, nov. sp.* ♀.

Les deux derniers articles des antennes courts et d'égale longueur. Les mêmes caractères s'appliquent aux articles quatre et cinq des pattes antérieures.

♂. A part le panache des antennes et la structure particulière des mâles du genre Ceratopogon, cette espèce offre les mêmes caractères que l'autre sexe.

Ce Ceratopogon semble assez abondant dans le copal récent. Taille : 1 à 1 1/2 millimètres de longueur.

2. *Ceratopogon madagascariensis, nov. sp.* ♂.

Les deux derniers articles des antennes longs mais d'égale longueur. Le cinquième article tarsal des pattes antérieures visiblement plus petit que le quatrième. L'extrémité de l'abdomen est ornée de longs poils et la partie basale des organes copulateurs est très robuste. Taille de l'insecte : 3 millimètres de longueur.

3. *Ceratopogon crassipalpis, nov. sp.*

Cette espèce se distingue à première vue des C. viscatus et C. madagascariensis par le deuxième article des palpes très distinctement dilaté. L'avant-dernier article des antennes est plus court que le dernier. Les articles tarsaux quatre et cinq de la paire des pattes antérieures sont environ de même longueur.

Tous ces petits êtres ont perdu leurs couleurs, d'ailleurs si délicates et si altérables, depuis leur enrobement dans la gomme copal.

M. F. Meunier fait aussi observer que l'examen de nombreux matériaux de comparaison permettra seulement, par la suite, de déterminer rigoureusement le nombre des espèces incluses.

Les travertins des environs de Durbuy sont étudiés dans une note de M. le professeur X. Stainier ; elle figurera dans la seconde partie des ANNALES.

M. le Secrétaire donne lecture de la communication suivante résumant une conférence faite à Nice par M. A. Proost.

L'auteur s'y occupe, en ordre principal, *de la sidération dans les Alpes et de la création en Belgique d'une Commission permanente de spécialistes pour l'étude approfondie des sols.*

Il y a plus d'un siècle qu'un naturaliste allemand, Thurmann, en étudiant les variations de la flore dans les Alpes, au contact des roches calcaires et granitiques, avait conclu que la nature physique de la roche influe beaucoup plus sur la végétation que la composition chimique. Il avait retrouvé, en effet, dans certains massifs cristallins en apparence dépourvus de calcaire, la plupart des plantes caractéristiques des roches crétacées. Il arrivait ainsi à des conclusions diamétralement opposées à celles de M. G. Ville qui s'inquiétait trop peu, dans l'utilisation des engrais chimiques, des conditions physiques du sol et croyait d'abord pouvoir se passer de fumier et d'humus, parce qu'il avait réussi à produire des plantes cultivées dans du sable calciné.

En vérité ils se trompaient tous les deux, parce qu'ils étaient incomplètement renseignés sur les exigences des plantes au point au point de vue physique et chimique ; et bon nombre de spécialistes s'égarent encore aujourd'hui sur de fausses pistes parce qu'ils se placent trop au point de vue borné de leurs études spéciales.

Nous avons appelé à plusieurs reprises l'attention des agronomes sur ces causes d'erreur dans différentes publications et en présidant au cours de ces dernières années, en Belgique, une Commission de savants spécialistes et d'ingénieurs agricoles nommés par le Ministre de l'Agriculture pour l'étude approfondie des sols belges dans diverses régions agricoles; nous avons cru devoir

insister particulièrement sur la nécessité de mener toujours de front l'étude de la chimie, de la physiologie et de la physique agricole, cette dernière science étant malheureusement beaucoup moins avancée que les autres quoique tout aussi nécessaire aux agriculteurs que la connaissance de la composition minérale des plantes et du sol cultivé. La météorologie agricole, par exemple, est encore en enfance et nous ne savons encore rien de précis sur le rôle considérable que joue l'électricité dans la végétation.

C'est pourquoi Boussingault et les chimistes de son école avaient méconnu le grand phénomène de la sidération [1] mis en lumière par M. G. Ville et démontré aujourd'hui par les belles recherches des stations agricoles de l'Allemagne et des laboratoires de l'école de Pasteur.

Telle était, il y a 25 ans encore, la puissance des préjugés du plus grand nombre des chimistes à ce sujet que lorsque nous entreprîmes au Jardin Botanique de Louvain la démonstration expérimentale dans le sable lavé des verreries, de la fixation de l'azote atmosphérique par une série de plantes cultivées, aucune station agricole ne voulut se donner la peine de contrôler nos expériences ; seul M. G. Ville, *soutenu par l'illustre Chevreul*, enseignait le principe de la sidération, mais il ne parvenait pas à fournir des démonstrations expérimentales satisfaisantes parce qu'il s'obstinait à préconiser les cultures dans le sable calciné, où le microbe fixateur d'azote (rhizobie) parasite de la racine des légumineuses ne pourrait se développer normalement ; tandis que nos expériences dans le sable mettaient cette démonstration à la portée de tous.

Ces recherches nous amenèrent à d'autres découvertes qui expliquent des anomalies dont les chimistes des laboratoires agricoles n'avaient pu trouver la clef jusqu'alors parce qu'ils ne pensaient pas que la plante possède des organes capables de séparer, de mobiliser et d'absorber des éléments qui résistent à l'analyse courante des laboratoires.

C'est ainsi que des plantes cultivées dans les sables des Campines, telles que l'avoine, la pomme de terre, les pins, les lupins

---

[1] Fixation de l'azote atmosphérique par les plantes de la famille des légumineuses.

nous révélèrent la présence de quantités considérables de potasse inattaquée et non décelée par l'eau régale ou l'acide chlorhydrique concentré. Dès lors la méthode des terres suivie dans les laboratoires fut reconnue insuffisante et nous prescrivîmes, en 1888, au directeur de la station agricole de Gembloux, M. Petermann, l'attaque complète par l'acide fluorhydrique, selon la méthode Fresenius. La même méthode comparée d'analyse du sol par la plante nous permit de constater l'assimilation par certaines espèces de végétaux de l'acide phosphorique tribassique que certains chimistes agricoles, M. Petermann par exemple, comparaient à tort à de la brique pilée au point de vue de la valeur comme engrais. Ce fait universellement méconnu avait déjà été observé à Mons par M. Hanuise, professeur à l'école des mines de Mons, habitant Nice aujourd'hui [1].

En possession de ces données nouvelles, nous avons pu obtenir en grande culture des résultats inespérés dans certains sols *soi-disant stériles*, mais riches en potasse ou en acide phosphorique insoluble ; ces résultats ont été publiés par M. Gielen, Ingénieur agricole, en 1899, et analysés dans des Revues françaises, notamment dans la REVUE GÉNÉRALE DES SCIENCES DE PARIS (voir le numéro de juillet 1899).

On peut se demander si les déficits considérables et rapides de certaines cultures dans les Alpes Maritimes, notamment de l'olivier, de la vigne, de l'oranger, du citronnier, ne sont pas dus à l'ignorance ou à la méconnaissance des lois de la restitution.

---

[1] Le phosphate de chaux se décompose sous l'action de l'acide carbonique dans le sol arable et se transforme en phosphate de fer et d'alumine.

Dans les Alpes maritimes, comme en Belgique, les roches phosphatées d'origine crétacée ou jurassique ont été formées par des organismes divers, protozoaires, infusoires, polypiers, spongiaires et poissons. Les phosphates riches de Ciply-Mesvin qui contiennent jusque 25 % d'acide phosphorique, soit 27,79 dans la matière sèche, sont garnis par de petits grains entourés d'une pellicule silico-organique. L'origine des phosphates du Var est des plus variée mais presque toujours *zoogénique*, c'est-à-dire d'origine animale. Et nous avons constaté la présence de l'acide phosphorique *à tous* les étages du secondaire dans les sols que nous avons analysés depuis plusieurs années.

Le diluvium méditerranéen contient, d'après Schlœsing, environ *20 tonnes* d'acide phosphorique par hectare sur une épaisseur de 25 centimètres seulement, et les sables granitiques des Cévennes presque 25 000 kilos par hectare.

Pourquoi les vignes américaines qui ont poussé dans un sol vierge, résistent-elles mieux au phylloxéra qui a failli ruiner vos vignobles épuisés par des siècles de culture inconsciente ? Pourquoi voyons-nous les parasites s'attaquer aussi de plus en plus à vos oliviers et à vos orangers au point de les détruire ou de rendre leur culture ruineuse ?

La science a opposé déjà victorieusement certains produits chimiques aux ravages de ces parasites, comme la bouillie bordelaise, le sulfure de carbone, le cyanure de potassium, etc... Mais elle est encore désarmée dans bien des cas, parce que nous ne connaissons pas suffisamment les déficits du sol au point de vue qualitatif et quantitatif et les conditions physiques nécessaires à la végétation normale de chaque espèce de plante cultivée.

Voilà pourquoi j'ai cru nécessaire de proposer en Belgique la création d'une commission permanente de spécialistes, géologues, botanistes, hydrologues, météorologistes, chimistes et physiciens pour l'étude approfondie des sols et des cultures de chacune de nos régions agricoles.

Je sais qu'il existait jadis à Nice une station agricole bien outillée, transformée depuis en laboratoire municipal d'hygiène. Permettez-moi d'exprimer le vœu, au moment où vos journaux jettent le cri d'alarme et demandent au Gouvernement de prendre des mesures pour prévenir la ruine de certaines cultures qui assuraient la prospérité de vos campagnes, de voir rétablir cette institution si nécessaire, ce qui serait bien facile, car ce ne sont pas les savants et les chercheurs qui vous font défaut.

J'ai déjà formulé ce vœu à Nice en 1906 et la Société des lettres, sciences et arts des Alpes Maritimes a fait une première démarche auprès de M. Vassilière, alors Directeur de l'Agriculture, par l'intermédiaire de M. de Joly. La même année je rappelais au Congrès international de chimie de Rome (Section de chimie agricole) mes expériences de Louvain, en insistant sur le rôle trop peu remarqué de certains éléments minéraux des roches donnant naissance à la terre arable et dont l'action catalytique semble bien établie aujourd'hui. Quand ils se trouvent unis à l'acide phosphorique, à la magnésie, à la potasse, comme c'est si souvent le cas dans les Alpes et dans les *Préalpes*, il devient facile de faire de la *sidération* sans importer du fumier, et de mettre le sol en valeur en produisant des légumineuses comme le sainfoin et la luzerne

pour faire de l'humus et fixer l'azote atmosphérique [1] : voir mon étude *Sur la fertilisation des rochers des garigues et des marais en Provence et en Italie* (REVUE DES QUEST. SCIENT., juillet 1911).

Les récentes observations des physiologistes permettent d'expliquer pourquoi, comme l'affirmait Thurmann, les conditions physiques des sols et leur biologie paraissent exercer une influence prépondérante. Mais elles n'infirment nullement, quoi qu'on en dise en Amérique, les principes de la *doctrine de la restitution minérale.* On sait, en effet, *que le bureau des sols* du département de l'Agriculture des États-Unis affirme qu'on a beaucoup exagéré la nécessité de la restitution des éléments fertilisants minéraux à la terre arable et que les engrais chimiques devraient surtout leur efficacité à leur action microbicide ou antitoxique.

Si cette nouvelle théorie, qui repose sur de nombreuses expériences se justifie, le cultivateur *instruit* peut aujourd'hui trouver à sa portée, *dans les sols vierges,* les éléments nécessaires pour mettre sa terre en valeur sans y introduire d'autres éléments que ceux qu'il trouve à sa portée, surtout en pratiquant la *sidération* qui fixe l'azote de l'air et accumule la matière organique dans le sol le plus stérile. On sait, en effet, que l'*humus,* selon l'heureuse expression d'un ancien agronome, *engraisse les terres légères, comme le sable et les sols calcaires, et dégraisse les terres trop fortes comme les argiles et les marnes.*

Or, nous avons pu constater *de visu* dans les marnes si variées des Alpes maritimes, depuis les marnes noires du Haut-Var jusqu'aux marnes vertes, bleues et rouges caractéristiques du Trias, du Lias, du Crétacé, qu'on parvenait à y obtenir d'emblée de belles récoltes de sainfoin et même de luzerne, moyennant un léger apport de potasse et de phosphates. Ainsi, l'on a créé jusqu'à

---

[1] *L'edaphisme*, c'est-à-dire « les rapports trophiques et géographiques des plantes avec le sol » par le Dr Gola traduit récemment en français par M. Paul François, de l'Institut technique de Mérode à Rome, et le récent mémoire sur le même sujet publié par MM. Claudius Roux dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ LINÉENNE DE LYON à la suite de son livre *Traité historique, critique et expérimental des rapports des plantes avec le sol et la chlorure végétale,* Montpellier, 1901.

A signaler aussi les belles études de M. Van Bemmelen, professeur à l'Université de Leyde *Die Zusammen Setzung der Ackererde*, etc. *Die absorption,* etc. Enfin *La flore de la Serpentine du Calcaire et du Gneiss dans les alpes* par L. Vaccari (Aoste) et la *flore cocuminale della valle d'Aoste*, par le même.

plus de 1000 mètres d'altitude des prairies artificielles qui permettent *d'élever du bétail, de produire de la viande, du beurre et du fromage,* là où les habitants trouvaient à peine de quoi vivre, il y a 20 ans, et n'élevaient guère que des chèvres et des moutons.

Échantillon de terre

analysé à Gand par M. Nyssens, directeur du laboratoire agricole de l'État

MARQUE : *Roche prélevée à Nice par M. Proost*
OBSERVATIONS : *Provenant de la désagrégation des gneiss rouges et blancs et des calcaires jurassiques.*

LA ROCHE SÉCHÉE A 105° RENFERME (POUR MILLE)

	Matières organiques : 0	*Azote total : 0*		
	Carbonate de chaux	593,3		
	Oxyde de fer . . .	17,8		
Soluble dans l'acide chlorhydrique ; Densité : 1,19 (digestion à froid 48 h.)	Alumine	4,8		
	Potasse (retenue par le pouvoir absorbant)	2,1		
	Magnésie en carbon.	40,0		
	Acide phosphorique .	0,6		
Soluble seulement dans l'acide citrique (ébullition 4 h.)	Acide phosphorique .	0,1	Potasse soluble dans l'acide nitr. (éb. 4 h.)	0,2
			Potasse soluble seulem. dans l'acide sulfur. (ébullit. 4 h.)	3,5
			Chaux . . .	6,0
Silicates hydratés solution sulfurique (ébullition 4 h.)	Argile colloïdale . .	69,6	Magnésie . .	17,5
			Oxyde de fer .	14,4
	Argile cristalline . .	15,2	Alumine . . .	20,0
	d'Orthose	28,7	Potasse . . .	4,8
Silicates non hydr. calculés sous forme :	d'Albite	45,5	Soude . . .	5,4
	de Feldspath calc. .	6,0	Magnésie. . .	3,3
	id. magnés.	11,0	Chaux	1,2
			Alumine . . .	19,3
	Chlore	—		
	Acide sulfurique . .	—		
	Acide silicique . . .	—		
	Perte	165,3		
	Total :	1000.00		

Grâce à cette méthode, plusieurs autres analyses d'échantillons de terre recueillis avec M. Belle, professeur départemental des Alpes Maritimes, ont donné des résultats inattendus en révélant la présence de quantités de Potasse parfois considérables dans les vallées encore incultes, et d'Acide phosphorique dans les *marnes* et la *craie* des assises du terrain secondaire. Nous avons trouvé, notamment dans certains sols de la vallée du Var et du Paillon, résultant de la décomposition des gneiss et des micaschistes, jusque 25 °/₀₀ de potasse, en procédant par la méthode indiquée ci-dessus. Mêmes observations dans la Chaîne des Maures, depuis Hyères jusque St-Tropez.

M. Viaene entretient la section de la Bibliographie du bureau d'Ethnographie organisé, à l'ancien observatoire de Bruxelles, sous la direction de M. Cyr. Van Overbergh.

M. De Wildeman présente à la section des photographies d'une chaise rapportée du Congo par un de ses anciens élèves, M. A. Sapin.

Cette chaise, qui a été recueillie en 1908 entre Katola et le Dilolo, rappelle par sa disposition certaines chaises européennes. Les deux montants de devant représentent à gauche un homme, à droite une femme, tous deux en pieds. Les pieds de derrière qui se continuent dans le dossier ne sont malheureusement pas en bois congolais, ces montants ont été perdus dans le transport. Entre les quatre pieds se trouvent quatre scènes sculptées en une pièce, elles représentent des scènes de la vie du noir. De face le portage, à droite la naissance, à gauche l'alimentation de l'enfant, en arrière le travail des femmes, le pilonnage de la nourriture.

Sur le dossier, en dessous deux hommes et une femme, au-dessus un féticheur et deux indigènes avec leur masque.

La section propose la publication dans la Revue des Questions scientifiques d'une étude de M. De Wildeman intitulée : *A propos de tabac au Congo belge*. Cette étude paraîtra dans la livraison du 20 juillet 1912 de la Revue.

Quatrième section

Mardi 16 avril 1912. — M. le D^{r} J. Boine présente la relation suivante : *Un cas de Kyste dermoïde de l'abdomen terminé par la guérison.*

J'ai rencontré il y a quelque temps, pour ainsi dire par hasard, un cas des plus intéressant dont je crois utile de vous soumettre l'observation, tout incomplète qu'elle soit.

C'est un cas de kyste dermoïde de la cavité abdominale dont l'évacuation se fit par les voies naturelles sans suites fâcheuses pour la femme.

Celle-ci était une personne de trente-huit ans, mariée, mère de trois enfants. En fait d'antécédents il n'y a rien d'intéressant à signaler si ce n'est le fait suivant, sur lequel la malade est très affirmative : vers l'âge de vingt ans, n'étant pas encore mariée, ses règles s'arrêtèrent brusquement après un saisissement. Cet arrêt dura un an pendant lequel le ventre s'accrut régulièrement, ce qui fit passer la jeune fille pour être enceinte. Cette pseudo-gestation se termina brusquement par une abondante émission de liquide sur la nature duquel je n'ai pas de renseignements. A la suite de cette évacuation, tout rentra dans l'ordre.

Depuis, la femme ne s'était plus aperçue de rien lorsque, il y a deux ou trois ans, elle commença à souffrir du ventre.

Il y a un an, elle fut à nouveau fortement saisie lors de ses règles : celles-ci s'arrêtèrent net, tandis que le ventre enflait et devenait douloureux. Aux deux époques suivantes la malade ne vit rien venir tandis que la sensibilité, un peu calmée, s'exacerbait dans le bas-ventre.

C'est alors, deux mois et demi après l'accident, que la malade vint me trouver, demandant que je fasse revenir ses règles, à la disparition desquelles elle attribuait tout le mal. Je l'examinai et trouvai une matrice augmentée de volume et pouvant correspondre à une gestation de deux mois à deux mois et demi, ce qui correspondait d'ailleurs avec la date de la disparition des époques. Mais la malade, quand je lui fis part de mon opinion, protesta et affirma ne pas être enceinte (nous avons vu plus haut que la

malade avait déjà eu trois enfants), mais prétendait souffrir d'une rétention de sang menstruel, c'est-à-dire une répétition de l'accident qu'elle dit avoir eu étant jeune.

Incrédule comme de juste, et ne désirant pas me faire une réputation d'avorteur, je continuai à l'examiner régulièrement et à la tenir en observation. Elle était très courte d'haleine, toussait un peu, souffrait assez fort dans le flanc gauche et le bas-ventre. Les poumons présentaient quelques râles, surtout à la base gauche et là la malade accusait un point douloureux dans les inspirations profondes. A ce moment elle fut obligée de tenir le lit par suite de faiblesse et de fièvre. Je songeai à une pleurésie et pour calmer les symptômes je mis un vésicatoire *loco dolenti* : ce fut sans résultat. D'ailleurs les râles diminuèrent et la toux s'améliora, sans influencer en rien ni la respiration ni la douleur.

Entre temps, en examinant la malade je découvris dans le flanc gauche une tumeur du volume d'une orange et assez douloureuse à la palpation. Je songeai alors à une tuberculose rénale, d'autant plus que mon attention ayant été attirée de ce côté je trouvai que par moments il y avait polyurie, et à d'autres moments émission d'une urine trouble, tandis qu'à d'autres moments encore tout paraissait régulier de ce côté. Je fis un examen des urines : elles étaient laiteuses et après quelques heures laissaient déposer une épaisse couche blanchâtre pareille à du pus ; je ne trouvai pas de sucre mais bien de l'albumine en assez grande quantité, albumine que j'attribuai à la présence du pus. J'étais malheureusement tellement persuadé que c'en était, que je négligeai de faire l'examen microscopique.

Je conseillai alors à la malade de se rendre à la consultation de chirurgie ou de gynécologie de l'hôpital St-Pierre. Elle préféra la gynécologie et s'en fut consulter M. le professeur Schockaert, mais elle ne trouva que l'interne. Celui-ci, après l'avoir examinée m'écrivit un mot disant qu'il croyait cette femme enceinte de deux mois et demi à trois mois ; il déclarait avoir fait l'analyse des urines et n'avoir rien découvert d'anormal (je dis en effet plus haut que cette pyurie (?) était intermittente : il pouvait donc avoir fait l'examen à un moment où elle ne se produisait pas) ; quant à la tumeur du flanc il n'en disait mot, ne l'ayant sans doute pas remarquée.

Peu de temps après, la malade dut se remettre au lit : des phénomènes inflammatoires s'étant manifestés dans le flanc gauche et nécessitant l'application continuelle de cataplasmes chauds ou d'enveloppements humides.

Sur ces entrefaites, accompagnant le pèlerinage de mai à Lourdes je dus m'absenter une huitaine de jours.

A mon retour je trouvai la situation tout à fait changée : la matrice n'avait fait qu'augmenter, mais la tumeur du flanc avait disparu cependant que la malade avait éliminé à diverses reprises, par l'anus, quantité de grosses fèves blanches, disait la femme, mêlées à d'autres morceaux durs. Je fis alors conserver ce qui viendrait encore. Ce que l'on m'apporta était un liquide brun, un peu louche, dans lequel flottaient quantité de fèves blanches, de différente grosseur allant d'un petit pois à une grosse fève de marais; à la coupe ces corps étaient mous comme de la cholestérine, comme de la cire d'abeille, et d'un beau blanc uniforme; ils s'altéraient assez rapidement à l'air et dans les liquides, ce qui fait que je n'ai pu en conserver.

Dans le reste du liquide recueilli ainsi qu'au fond du vase se trouvaient beaucoup d'autres fragments sans forme et de nature variable : des morceaux de membranes, des peaux recouvertes de petits poils, une apparence de dent, etc...

L'élimination terminée, la malade se sentit beaucoup mieux. Cependant huit ou quinze jours après, des symptômes de pelvipéritonite se déclarèrent en même temps que reparaissaient le point de côté et l'essoufflement. Heureusement petit à petit les phénomènes s'amendèrent et au bout de deux mois environ la malade put reprendre sa vie habituelle.

A ce moment les règles n'étaient pas encore revenues. Depuis lors je n'ai plus eu de nouvelles de cette personne : tout ce que je sais, c'est qu'elle n'a pas accouché, et fait couramment son ménage.

M. le D[r] D'Halluin, en un exposé qui témoigne de patientes recherches et de vues personnelles d'une grande portée pratique, entretient la section de la *Syncope, du mécanisme par lequel elle entraîne la mort, des moyens rationnels de la traiter*. L'auteur a été amené à s'occuper de cette question par les accidents, par-

fois mortels, produits par la pratique de la boxe. On trouvera ce travail dans la seconde partie des Annales.

Cette intéressante communication amène un débat auquel prennent part MM. Et. Henrard, Cuylits et François.

M. le Dr François, avec la compétence toute spéciale qu'il possède dans cette ordre de questions, nous entretient ensuite de l'emploi de la *Digitale et de ses nouvelles préparations* dans le traitement des affections du cœur. Voici le texte de ce travail :

Vous savez tous que la digitale est une plante assez ordinaire croissant un peu partout, mais vivant à l'état sauvage surtout au Centre de l'Europe, en Auvergne, mais également en Écosse et en Roumanie. Pendant plusieurs siècles on l'utilisa en thérapeutique dans les affections les plus diverses, et ce n'est qu'à partir du milieu du siècle dernier qu'elle devint un véritable spécifique des affections cardiaques. Dès lors son usage ne tarda pas à se généraliser grâce aux effets bienfaisants qu'elle procurait avec rapidité à de malheureux malades à bout de souffle ou gênés par un œdème envahissant. On la considéra ainsi comme un médicament non pas seulement utile, mais d'une nécessité absolue dont aucun médecin ne pouvait se passer dans la pratique journalière.

Bientôt les savants et expérimentateurs de tous les pays cherchèrent à expliquer son mode d'action sur l'organisme, mais malgré les nombreux travaux parus jusqu'à ce jour, l'obscurité continue à régner sur ce point important. Nous en sommes encore réduits à une sorte d'empirisme à son sujet.

Rien d'étonnant cependant à cette peu encourageante conclusion, quand on envisage la façon dont ont été conduites les observations et les expériences. Si on jette en effet un regard rétrospectif sur ce qui a été fait jusqu'ici, on ne tarde pas à s'apercevoir que cette absence de données positives provient de ce que les études et les expériences ont été pratiquées les unes avec des digitales de différents pays ne renfermant donc pas la même quantité de principes actifs pour le même poids donné de plante fraîche, les autres avec des extraits d'autres plantes que la digitale, même les plus variées soi-disant digitaliques, tels que la strophantine, l'helléboréine, l'adonidine, etc. D'autre part, ces expériences ont eu pour objet exclusif des animaux, à commencer par les grenouilles, en

passant par les oiseaux, pour arriver enfin aux mammifères : or la digitale agit très diversement suivant les espèces animales. D'ailleurs on ne pouvait étudier ainsi que la toxicité du médicament, toxicité très variable suivant l'espèce choisie ; par contre l'action physiologique, laquelle ne se produit complètement que sur des organismes malades, restait nécessairement dans l'ombre. — On en était ainsi arrivé à conclure que la digitale paralysait le muscle cardiaque par suite d'une action élective sur ce muscle. *Or,* d'après les dernières données scientifiques, le muscle cardiaque serait le dernier à se laisser paralyser, et le ralentissement du pouls observé serait commandé par le nerf vague pour une cause encore inconnue. Même au point de vue toxique, si l'on reporte à l'homme les expériences faites sur les animaux, les doses funestes pour ces derniers seraient de loin beaucoup trop fortes pour l'homme : tandis qu'un lapin ne supporte pas 2 milligrammes de digitaline par kilogramme de poids en injection intra-veineuse, on a failli tuer un homme après administration par la bouche de 2 milligrammes de la même digitaline. Les expériences sur les animaux n'ont donc été qu'une indication, une direction toute relative, et ce n'est que par l'appréciation du P. et de certains phénomènes généraux qu'on est parvenu en clinique à déterminer approximativement la dose toxique chez l'homme.

Quant à son action physiologique, même dans l'espèce humaine, les phénomènes observés ne sont pas toujours les mêmes : l'homme sain et l'homme malade réagissent très différemment. Pour une même dose thérapeutique, chez le premier on n'observe qu'un renforcement des contractions cardiaques, tandis que chez le second il s'y ajoute une action nettement diurétique. D'où la difficulté d'étude et d'observations nettes pour déterminer le mécanisme de l'action de ce puissant médicament. Sans pouvoir l'expliquer, nous en sommes réduits à la constater, à nous méfier dans son emploi, d'autant plus que c'est un médicament cumulatif, et à surveiller étroitement son action toxique toujours possible. Cette toxicité, très voisine des doses thérapeutiques, se manifeste par le ralendissement du P. auquel ne tardent pas à succéder une dyspnée de plus en plus prononcée, l'asphyxie et la mort.

Malgré ce danger toujours imminent, il ne nous est pas possible

de priver nos malades du bien-être apporté par la digitale. En quoi consiste son action ?

En un mot : elle tonifie le muscle cardiaque, règle ses battements et rend son effet plus utile. D'après les expériences et des tracés pris sur l'homme, cette action se décomposerait en deux parties : allongement de la diastole et renforcement de la systole. Elle permet donc au cœur de se remplir davantage et lui donne une plus grande force pour chasser son contenu dans l'arbre artériel. Mais là ne se borne pas son action chez les cardiaques : celle-ci est en outre périphérique. En augmentant la vitesse du courant sanguin, la digitale favoriserait les phénomènes d'osmose et d'exosmose, et là où il y aurait des épanchements à résorber d'origine cardiaque, elle ne tarderait pas à les faire disparaître dans une véritable débâcle urinaire ; elle est donc aussi diurétique. Quant à son action sur la pression sanguine, elle est discutée : certains auteurs la rangent parmi les vaso-constricteurs, d'autres avec Mackenzie n'ont jamais constaté un relèvement de la pression par son usage. Son effet sur le tube digestif est manifeste : elle diminue l'appétit, amène de la lourdeur gastrique et même des nausées, donc une véritable dyspepsie.

Il résulte de ces données que la digitale trouve son indication dans tous les cas où le cœur a une tendance à faiblir devant la tâche qui lui est imposée. Il est évident que la D. n'a aucune action dans les cas de sclérose, c'est-à-dire, là où le muscle cardiaque ne peut plus répondre à l'excitation donnée ; mais dans tous les autres cas, particulièrement dans les affections valvulaires, dilatation commençante et même dans l'albuminurie où le muscle s'hypertrophie, la D. a rendu et rendra toujours en des mains expertes d'inappréciables services aux malades. On pourra la donner également comme tonique dans les diverses affections fébriles.

J'en arrive à une question pleine d'actualité et pour laquelle vous êtes pressentis à peu près tous les jours. Sous quelle forme donner la D. ? Préférez-vous la D. telle quelle, soit en poudre, soit en infusion ou teinture, ou bien donnez-vous la préférence à ses différents principes actifs et auxquels ?

Vous savez qu'on est parvenu à extraire différents glucosides de la D. et parmi ces derniers, les uns reproduisent l'action spécifique, nette et entière de la D., les autres sont inertes, d'autres ont

même une action nettement contraire. Les premiers sont la digitaline, la digitoxine, la digitaléine et la digalène ; la digitine par contre serait inerte, et la digitonine, reproduisant les effets de la saponine, agirait même contrairement à la digitaline. Des premiers, il ne reste en usage que la digitaline et la digitoxine. Certains thérapeutes restent fidèles au premier mode de prescription de la D. en poudre, mais beaucoup et non des moindres n'ont pas tardé à donner leur préférence aux principes actifs nettement isolés et bien préparés. Ceux-ci, se basant sur les effets variables obtenus avec la D. en masse, sur la difficulté de sa conservation, sur la diversité annuelle des récoltes, diversité augmentant encore avec les différents pays de culture et la date de la cueillette des feuilles, accusant même un mélange de ces feuilles avec d'autres qui n'avaient rien de la D. comme la bourrache et le bouillon blanc, s'en tiennent à un principe bien défini, toujours le même, et donnant des résultats seulement variables suivant les doses employées. Mais de nouveaux procédés chimiques sont parvenus à annuler une grande partie de ces reproches, et cela *au moyen de la stabilisation de la D.* En quoi consiste cette opération ? Elle consiste à empêcher pendant la dessiccation la décomposition des principes actifs de la D., existant à l'état de combinaisons chimiques appelées tanoïdes, par l'action des ferments et oxydases existant normalement dans la plante. Ce procédé n'aurait donc en vue que la conservation plus ou moins longtemps assurée des feuilles de digitale une fois récoltées. Dans ce but, Perrot Goris détruit ces ferments et oxydases au moyen d'un mélange de vapeurs d'alcool, d'acétone et de chloroforme : de très petites quantités suffisent à stériliser les plantes qui ne subissent aucune altération et qui conservent une activité égale à celle des plantes fraîches.

Pour apprécier exactement la stabilisation obtenue, c'est-à-dire la teneur constante du produit en principes actifs, on s'en réfère au dosage chimique et au dosage physiologique. Ce dernier se pratique suivant la méthode de Focke ou suivant celle de Gottlieb.

Dans la première, la valeur des feuilles serait égale au poids de l'animal divisé par le produit de la dose injectée et du temps écoulé entre le moment de l'injection et celui de l'arrêt du cœur. De son côté, Gottlieb détermine la plus petite dose provoquant

l'arrêt du cœur en 30 à 40 minutes chez une grenouille du poids moyen de 30 grammes. Cette faible dose s'appelle alors « unité ». Suivant la teneur en principes actifs, l'infusé d'un gramme de feuilles fraîches de digitale renferme de 50 à 120 unités-grenouille.

Ces deux méthodes ont montré que les feuilles stabilisées conservaient toute leur activité même pendant 18 mois. Les partisans de ces nouvelles préparations prétendent en outre que les feuilles de valeur normale et constante sont supérieures aux principes isolés, par le fait qu'elles renferment une série de corps agissant synergiquement, en vertu de l'observation faite que les mélanges de corps à actions parallèles agissent mieux et à doses relativement plus faibles que l'un des composants de ce mélange employé seul.

C'est par l'application de ces nouveaux procédés que sont préparés la plupart des produits offerts aujourd'hui sur le marché pharmaceutique. Pour ne citer que les principaux, je mentionnerai le digipuratum de Knoll en tablettes de 0,10 ctgr. d'extrait de digitale titré ; l'énergétène de digitale Byla dont $1c^3 = 1$ gr. de plante fraîche ; l'extrait de digitale Dausse dont 0,10 ctgr. = 0,001 milligr. de digitaline cristallisée ; le digalène de Cloetta, le dialysé de Golaz, etc., etc.

S'il nous est permis de donner notre avis sur ces nouveautés, nous devons convenir qu'il y a un réel progrès dans la préparation actuelle de la digitale pulvérisée. Nous sommes au moins certains de son état de conservation, pourvu qu'on l'emploie au plus tard deux ans après la récolte, mais nous continuons à nous heurter à la diversité de teneur en principes actifs, laquelle peut varier de 50 à 120 unités suivant les plantes soit d'un même pays, soit à plus forte raison de pays différents. Les fabricants devraient pouvoir nous garantir une poudre stabilisée contenant toujours le même nombre d'unités de valeur !

Enfin, si nous nous plaçons en pratique au point de vue des résultats obtenus au moyen des diverses préparations digitaliques, nous devons à la vérité d'admettre que toutes les préparations soit de plantes fraîches ou desséchées, soit de principes actifs isolés, en ont donné de brillants, particulièrement dans l'insuffisance mitrale après la rupture de compensation, dans l'hyposystolie et dans l'asystolie. Mais même dans cette affection, et surtout

dans les autres états cardiopathiques tels que le rétrécissement mitral, les lésions des orifices aortiques ou pulmonaires, dans la cardio-sclérose, il est prudent, même nécessaire, d'avoir un produit sûr tel que la digitaline, ou bien la teinture de digitale ou même une poudre stabilisée à unité fixe, dont l'emploi judicieux et mesuré, suivi de près, apportera le plus souvent sinon la guérison au moins un soulagement marqué aux souffrances et à l'anxiété de nos malades.

Après un court échange de vues entre quelques membres de la section, la parole est donnée à M. le Dr Vervaeck sur la *portée pratique des recherches anthropologiques dans les prisons*. On sait que notre collègue dirige le Laboratoire d'anthropologie pénitentiaire, qui fut institué en 1907 à la prison de Bruxelles, par M. Renkin, ministre de la Justice et qui est, actuellement, annexé à la prison de Forest. On verra, par le mémoire que M. Vervaeck a offert à la section, le but de cette création dont l'initiative, croyons-nous, appartient à la Belgique, et dont il est permis déjà, grâce à l'impulsion que lui a imprimée son directeur, de pressentir les féconds résultats.

Le travail de M. le Dr Vervaeck paraîtra dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 juillet 1912.

M. le Dr Dardel (d'Aix-les-Bains), envoie la communication suivante sur *L'administration des antipyrétiques et des analgésiques*.

Les antipyrétiques constituent une classe de médicaments auxquels le médecin a recours sans cesse dans la pratique médicale, et dont il doit connaître à fond la posologie, les indications et surtout le mode d'administration, sous peine d'avoir des échecs là où il pourrait obtenir un succès décisif.

Notons en passant que les antipyrétiques pour la plupart, sont aussi des analgésiques, sans cependant qu'il y ait similitude absolue ; c'est-à-dire, qu'en combattant l'élément fièvre, ils combattent souvent avec succès l'élément douleur.

Ces médicaments peuvent agir sur l'organisme malade de deux façons : soit en faisant baisser la température, en déterminant un ralentissement des oxydations, et en s'adressant aux centres bul-

baires de la thermogénèse — ce sont à proprement parler des antipyrétiques indirects — soit en agissant sur la cause même de la fièvre, sur l'agent infectieux : ainsi la quinine, en dehors de ses actions chimiques sur le sang et les centres nerveux, agit directement en lésant et en détruisant l'agent du paludisme ; l'hématozoaire de Laveran ; ce sont là des antipyrétiques directs. Sans doute l'avenir enrichira cette série jusqu'ici bien pauvre. Le seul vraiment actif que nous connaissions à ce point de vue est la quinine.

Parmi les antipyrétiques, le premier rang revient en effet au *quinquina* et à la *quinine*. Bien que beaucoup de médicaments abaissent la température d'une façon plus marquée encore, ils méritent cependant de rester en première ligne, d'abord par ordre d'ancienneté, et ensuite parce qu'à l'action antithermique, la quinine ajoute des effets très divers et complexes : toniques, vaso-moteurs et antizymotiques qui élargissent de beaucoup ses indications thérapeutiques.

La quinine aujourd'hui a presque remplacé le quinquina. C'est à notre avis un tort. Le quinquina a d'autres effets que la quinine. Non seulement il peut être employé comme remède d'exception dans les pays chauds, en l'absence de la quinine, mais par les autres alcaloïdes qu'il renferme : quinidine, cinchonine, cinchonidine, et ses amers, le quinquina reste un fébrifuge et un tonique de premier ordre.

Le quinquina est une écorce fournie par des espèces de cinchona (Rubiacées) dont il existe trois variétés.

Il peut se prescrire sous forme de poudre rouge, grise ou jaune à la dose de 1 à 10 gr. chez l'adulte et de 1 à 2 gr. chez l'enfant de un à dix ans, en cachets ou en paquets ou encore sous forme d'extrait alcoolique de quinquina jaune à la dose de 1 à 4 gr. chez l'adulte et de 5 centigr. à 1 gr. chez l'enfant.

Comme nous l'avons dit plus haut, les préparations de quinquina ne se donnent plus guère lorsqu'on veut obtenir un effet simplement fébrifuge. Mais on peut obtenir des résultats excellents dans les infections fébriles à évolution prolongée, accompagnées d'anémie et de troubles gastro-intestinaux ou encore dans certaines cachexies et en particulier dans le paludisme chronique.

C'est surtout dans ce cas que l'administration prolongée de quinquina donne des résultats vraiment bons, et on ne saurait trop protester contre la tendance exclusive des médecins à vouloir substituer d'une façon absolue le principe actif isolé chimiquement, en espèce la quinine, à la plante mère dont les effets sont plus complexcs, mais aussi plus actifs.

C'est ce qui se passe en pathologie cardiaque où on a trop de tendance à substituer d'une façon systématique la digitaline à la feuille de digitale.

La quinine est véritablement le spécifique de la fièvre paludéenne. Son emploi fut ensuite étendu à toutes les infections d'une façon certainement abusive.

Dans la malaria, la quinine a une action préventive et curative. On sait que, pendant les expéditions coloniales, dans les explorations et dans nos pays durant les travaux de terrassement, une excellente mesure préventive à l'égard du paludisme est l'ingestion de 0 gr. 50 à 1 gr. de quinine tous les jours. Certains coloniaux arrivent ainsi à supporter des doses énormes de quinine, jusqu'à 3 à 4 gr. par jour en certains cas et, semble-t-il, sans inconvénient notable. Pour l'accès paludéen, la quinine doit être donnée par la bouche ou en injection sous-cutanée suivant le cas. L'injection sous-cutanée doit, en principe, être réservée aux cas où, l'infection étant grave, on doit frapper fort et brutalement, en particulier dans les accès pernicieux.

Il existe plusieurs sels solubles de quinine, mais ces différents sels ont des qualités différentes de richesse en quinine, de solubilité et de conservation. Il faut donc choisir entre eux.

Le bichlorhydrate est excellent, riche en quinine, très soluble et se conserve bien.

On peut prescrire	Bichlorhydrate de quinine .	5 gr.
	Eau distillée 25 p. . . .	10 —

ce qui fait 50 gr. de quinine par 1 cm.

L'eau distillée peut en dissoudre plus, mais la solution est alors douloureuse et peut déterminer des escarres.

Laveran recommande le mono-chlorhydrate avec l'antipyrine qui augmente sa solubilité, et il formule :

Monochlorhydrate de quinine . . .	3 gr.
Antipyrine	2 gr.
Eau distillée	6 gr.

Chaque centimètre cube renferme 30 centigr. de chlorhydrate. Il emploie également la solution suivante, moins douloureuse :

Chlorhydro-sulfate de quinine . . .	5 gr.
Chlorhydrate de cocaïne	10 centigr.
Eau distillée	11 gr.

Chaque centimètre cube renferme 33 centigr. de sel. Le formiate basique de quinine a l'avantage d'être très soluble et indolore. On peut employer des solutions à 10 pour 100 dans l'eau distillée.

Il faut faire ces injections avec beaucoup d'asepsie dans les légions riches en tissu cellulaire ou dans les muscles. On évitera la douleur en chauffant légèrement la solution, et en l'injectant lentement.

Ces injections peuvent laisser des nodosités douloureuses dès que le titre de la solution dépasse 20 cg. par cmc. Dans les accès aigus, on répétera donc l'injection en plusieurs points du corps plutôt que de faire une seule injection massive avec une solution concentrée. Dans les formes graves pernicieuses, on injectera d'emblée 1 cmc. de sel, et on répétera l'injection de façon à atteindre 2 à 4 gr. en 24 heures.

Dans la fièvre intermittente où l'indication est moins pressante que dans les accès pernicieux, on utilise la voie stomacale et on prescrira le sulfate ou le chlorhydrate de quinine en cachets, avec une infusion chaude de façon à éviter l'irritation de la muqueuse gastrique.

Donnée immédiatement avant ou pendant l'accès, la quinine ne peut l'enrayer. On devra donc la faire prendre 6 à 10 heures avant l'accès prévu. Par exemple, 1 gr. de quinine puis 75 centig. et 50 centig. pendant 3 à 4 jours pour chaque dose.

Dans les infections graves, variole, érysipèle, l'administration de la quinine n'amène guère de résultats nets. Il nous a paru cependant qu'elle agissait bien sur la grippe et les angines grippales à doses légères et répétées, telles que, sous la forme suivante :

Sulfate de quinine.	0 gr. 15
Antipyrine ou pyramidon	0 gr. 20

Deux à trois cachets en 24 heures.

L'association avec l'antipyrine ou le pyramidon est alors bien supportée et donne au malade un bien-être appréciable dans les formes asthéniques et nerveuses des infections grippales.

Dans la fièvre typhoïde, Robin donne 0 gr. 25 cent. matin et soir pendant les 10 premiers jours. Dans la pneumonie on l'a donnée à des doses énormes. En réalité, sauf dans la grippe, la quinine semble *peu* agir sur ces diverses infections. En tous cas, donnons de faibles doses : les doses fortes sont certainement nocives, elles ralentissent l'activité leucocytaire, diminuent les phénomènes d'oxydation, et accumulent des déchets toxiques. Enfin c'est avec de hautes doses qu'on observe les accidents d'intolérance : vertiges, surdité, amblyopie, érythèmes, troubles gastro-intestinaux.

Chez l'enfant, la quinine est donnée à doses faibles de 0,02 à 0,06 par jour au-dessous d'un an, de 0,10 à 0,20 de un à deux ans. L'enfant est très sensible à son action. Une manière commode de l'administrer est le suppositoire au beurre de cacao par exemple :

Bromhydrate de quinine.	0 gr. 10
Beurre de cacao	3 gr.

pour un suppositoire.

La quinine donne de bons résultats dans les grippes infantiles, les gastro-entérites fébriles et les angines.

On peut aussi la donner sous forme de lavement, qui serait irritant si on n'employait une décoction adoucissante comme véhicule : par exemple des racines de guimauve, avec quelques gouttes de laudanum, mais seulement à partir de quatre ans.

L'enquinine (ethylcarbonate de quinine) est bien accepté à cause de son absence de goût. Il est, de plus, antispasmodique, qualité appréciable chez l'enfant. L'enquinine se donne à la dose de 0 gr. 25 à 0,50 dans une potion gommeuse chez l'enfant et de un à 2 gr. chez l'adulte.

L'antipyrine, un des antipyrétiques les plus usités après la quinine, a eu une vogue prodigieuse, à cause de son action anti-

névralgique concomitante. Mais elle a le défaut de restreindre la sécrétion rénale et, à hautes doses, elle a provoqué des accidents graves allant à l'anurie ; d'être excitante et convulsivante à doses massives surtout chez l'enfant ; enfin de déterminer chez les malades sensibles à son action, des sueurs, avec hypothermie, engourdissement des doigts, des érythèmes, des ulcérations très graves.

En principe, il faut toujours demander avant d'administrer l'antipyrine, s'il n'y a pas eu d'accidents antérieurs avec ce médicament.

Ceci dit, l'antipyrine est un remède excellent, d'abord contre la grippe, surtout dans sa forme douloureuse avec céphalée, lumbago et névralgies périphériques. Nous l'avons vue fort bien agir en l'associant avec la quinine. Dans la fièvre typhoïde et les septicémies, on l'a d'abord employée avec de grandes espérances, à cause de la baisse de température qu'on obtient à la dose de 0 gr. 50 à 1 gr. Sans doute cette action peut-être utile lorsque la réaction fébrile est trop intense, et dépasse 40°, mais donnée d'une façon systématique, l'antipyrine déprimerait le malade, le rendrait plus abattu, et diminuerait par trop les sécrétions rénales. Elle serait plus nuisible qu'utile.

Elle est plus indiquée chez les rhumatisants avec fièvre qui ne peuvent supporter le salicylate ni l'aspirine.

Dans la fièvre des tuberculeux, l'antipyrine, d'abord très vantée, n'est vraiment utile que dans deux cas : lorsque les accès de fièvre sont accompagnés de céphalée avec névralgies, ou lorsqu'ils surviennent à l'heure des repas, gênant l'alimentation. Une faible dose d'antipyrine peut alors retarder l'accès de deux à trois heures.

L'antipyrine doit être donnée par fractions de 0 gr. 25 à 0,50 jusqu'à un et trois grammes par jour. Chez l'enfant on ne dépassera pas 0 gr. 20 à un an, 0 gr. 50 à deux ans, 1 gr. vers cinq ans (Marfan).

Par voie gastro-intestinale, on peut la donner en cachets, mais, que ce soit en potion, en cachets ou en pilules, il faut toujours administrer en même temps une certaine quantité de liquide qui empêchera l'action irritante sur la muqueuse gastrique.

M. Pouchet conseille cette formule :

Antipyrine	4 gr.
Bicarbonate de potasse	2 gr.
Sirop de mûres	15 gr.
Eau distillée	45 gr.

On donnera 1 à 2 cuillerées à café de cette solution n° 1, puis on donnera de suite une ou deux cuillerées à café de la solution n° 2 :

Acide citrique.	2 gr.
Sirop de limon	15 gr.
Eau distillée	50 gr.

Avec cette formule qui n'est autre que celle de la potion de Rivière, le goût est masqué et l'estomac reste tolérant.

On peut aussi l'associer à l'opium pour permettre la tolérance gastrique, ou encore au bicarbonate de soude.

Antipyrine	0,50 gr.
Bicarbonate de soude.	1 gr.

L'*acide salicylique* et plus encore le *salicylate de soude* est le remède héroïque du rhumatisme articulaire aigu, et c'est grâce à lui que nos salles d'hôpitaux sont débarrassées de ces malades à figures de damnés dont parlent les anciens auteurs. Encore faut-il savoir l'administrer.

Dans les cas aigus il faut d'emblée donner 6 à 7 gr. de salicylate, et on réussira presque toujours à déterminer un soulagement presque parfait et rapide des douleurs. Puis, le premier effet obtenu, on abaissera la dose à 3 et 4 gr. que l'on continuera quinze jours environ, de façon à éviter les rechutes. A ces fortes doses, les nausées et les vomissements sont fréquents, si on ne prend garde de diluer le médicament dans une très grande quantité de liquide et de l'associer au bicarbonate de soude.

Sal. de soude	6 gr.
Bicarbonate de soude	8 gr.
Rhum	40 gr.
Sirop de quinquina	90 gr.

à prendre par cuillerées à bouche dans de l'eau de Vichy.

Lorsque le malade se plaindra de vertiges, céphalée, bourdonnements d'oreilles, il faudra remplacer le médicament par l'aspirine, à la dose de 3 à 4 gr. par cachets de 0,50 ou par cuillerées à café granulés. Le dédoublement de l'aspirine n'est que lent et progressif dans l'intestin. Son élimination est donc prolongée. Il faudra donc plus encore que pour la salicylate surveiller son élimination par la recherche de la réaction violette en perchlorure de fer dans les urines.

Dans certains cas d'ailleurs, les deux médicaments peuvent être mal tolérés, ou même le salicylate est mieux toléré que l'aspirine. Il faut donc tâtonner, essayer le médicament avec prudence au début car les malades sont très variables à ce point de vue. Dans les pseudo-rhumatismes, leur action est encore très favorable, mais beaucoup moins que dans le rhumatisme articulaire aigu, et l'aspirine semble alors mieux agir que le salicylate.

Il est trois catégories de malades chez qui on ne saurait être trop prudent dans leur administration :

1° Les femmes enceintes, chez lesquelles ils peuvent provoquer des avortements; 2° les vieillards artério-scléreux, à cause de leur action irritante sur le rein; 3° les cardiopathes, à cause de leur action toxique sur le myocarde, si l'élimination rénale est insuffisante.

La *salipyrine* (salicylate de soude et d'antipyrine) se donne à des doses moindres (1 gr. à 3 gr.) dans la grippe et les rhumatismes, mais n'est pas supérieure à l'aspirine.

Le *pyramidon*, dérivé amide de l'antipyrine et beaucoup plus actif, est un excellent fébrifuge dans la grippe et surtout dans la tuberculose. Dans la fièvre des tuberculeux, il a une action plus prolongée que l'antipyrine, mais donne des sueurs parfois profuses. Aussi le remplace-t-on avec avantage par le camphorate neutre ou acide de pyramidon, beaucoup mieux toléré à la dose de 0,75 cent. à 1 gr. par doses fractionnées de 0 gr. 15 à 0,30 en cachets ou en potion :

Camphorate de pyramidon . . .	1 gr. 50
Sirop de limon	15 gr.
Eau distillée	60 gr.

à prendre par cuillerées à soupe déliées dans une tasse de liquide.

L'*acétanilide, l'exalgine* et la *phénacétine* sont des médicaments qui peuvent être dangereux, surtout les deux premiers à cause des intolérances individuelles fréquentes et des accès de cyanose suivant parfois leur emploi.

Leur action sur les maladies fébriles est d'ailleurs discutable. Il faut écarter de même la kairine et la thaline, deux dérivés de la quinoléine qui, très employées au début, ont provoqué des accidents graves de collapsus et sont abandonnées.

D'ailleurs, la thérapeutique est assez riche, nous l'avons vu, en antipyrétiques, pour ne pas trop les regretter, et les ressources restent assez nombreuses avec la quinine, l'antipyrine, le pyramidon et les dérivés salicylés pour répondre à toutes les indications désirables.

M. le Dr Struelens, président, félicite et remercie les auteurs de ces diverses communications.

Il est procédé au renouvellement du bureau. Ont été élus :

Président : M. le Dr D'Halluin.
Vice-Présidents : MM. les Drs Morelle, Et. Henrard.
Secrétaire : M. le Dr Warlomont.

Sixième Section

—

Lundi 15 avril 1912. — La section s'est réunie à 4 heures de l'après-midi.

M. de Béthune étant empêché d'assister à la séance, il est donné lecture de sa communication sur la *Carte aéronautique internationale.* Cette communication paraîtra dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 juillet 1912.

M. Maurice Demanet entretient ensuite les membres de la section des *Méthodes modernes d'éclairage électrique par lampes à arc.* Cette communication donne lieu à un échange de vues, et la section propose son impression dans la Revue des Questions scientifiques. On la trouvera dans la livraison du 20 juillet 1912.

Le R. P. Gillet traite ensuite de l'*Utilisation industrielle des rayons ultra-violets*. L'auteur résumera son exposé qui paraîtra dans la Revue des Questions scientifiques (20 juillet).

La section choisit la question de concours suivante :

« On demande une contribution à l'étude de l'utilisation industrielle du pouvoir photochimique des radiations ultra-violettes. »

Il est procédé au renouvellement du bureau pour l'année 1912-1913. Sont élus :

Président : M. Harment.
Vice-Présidents : M. de Béthune.
M. Carlier.
Secrétaire : M. Vander Mensbrugghe, R.

ASSEMBLÉES GÉNÉRALES

I

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU LUNDI 15 AVRIL 1912

La séance s'ouvre à deux heures et demie, sous la présidence de M. le Chanoine Grégoire. La parole est donnée à M. Mansion, secrétaire général, qui donne lecture du rapport suivant sur les travaux de la Société en 1911-1912.

I. PUBLICATIONS

La Société a fait paraître, du 1er avril 1911 au 1er avril 1912, les trois derniers fascicules du tome XXXV des Annales, correspondant à l'année sociale 1910-1911, et un fascicule du tome XXXV de l'année 1911-1912 ; ensuite quatre livraisons de la Revue des Questions scientifiques (t. LXIX, 2e livraison ; t. LXX ; t. LXXI, 1re livraison), avril, juillet, octobre 1911, janvier 1912. En résumé, notre association a achevé les tomes 103, 104, 105 de ses publications, et a commencé l'impression des tomes 106 et 107.

1° Annales. Le tome XXXV de nos Annales est un peu plus volumineux que le précédent. Il contient 690 pages réparties comme il suit entre les diverses sections :

Sciences mathématiques	260	pages
Sciences physiques	100	»
Sciences naturelles	180	»
Sciences médicales	40	»
Sciences économiques	5	»
Sciences techniques.	5	»
Documents	100	»
	690	»

Comme les autres années, la plupart des mémoires présentés dans les cinquième et sixième sections ont été publiés dans la Revue des Questions scientifiques. Parmi les travaux qui ont paru dans les Annales, nous croyons devoir signaler spécialement l'étude de M. le comte de Sparre, notre éminent confrère de l'Université catholique de Lyon, *sur le mouvement des projectiles oblongs autour de leur centre de gravité,* puis les recherches de MM. Goedseels et de la Vallée Poussin sur la méthode de l'*approximation minima* dans la théorie des erreurs.

Nous ne pouvons pas non plus passer sous silence le résumé d'une *discussion sur l'influence des sciences naturelles dans la vie publique,* dont la conclusion a été votée à l'unanimité bien que les divers orateurs fussent loin de s'entendre sur les moyens à mettre en pratique pour la réaliser : « Il y a utilité à pratiquer l'enseignement des sciences naturelles, pour arriver à développer l'esprit d'observation des élèves ».

On trouve aussi dans les Annales le compte rendu d'une autre discussion médicale par un côté, philosophique de l'autre, sur la subtile question soulevée par une conférence de R. P. Boule, S. J. : *Peut-il y avoir des maladies psychiques, sans lésion organique concomitante ?*

2° Revue des Questions scientifiques. Notre Revue est restée digne, ce nous semble, de sa réputation, Elle contient, comme les autres années, d'excellents articles de haute vulgarisation, par

exemple, ceux où sont analysées les recherches de M. Branly et de notre regretté confrère, G. Vandermensbrugghe, l'article de M. le Professeur Grégoire sur Mendel, puis maints travaux sur ce domaine mixte que le R. P. Carbonnelle appelait les confins de la science et de la philosophie.

Voici, au reste, la liste complète des grands articles de la Revue, où chaque lecteur aura trouvé sans doute, suivant ses goûts ou ses préférences, des travaux plus intéressants à ses yeux que ceux que je viens de signaler.

1. *R. P. Lefèbre, S. J.* A propos d'une histoire des mathématiques.

2. *P. Duhem.* La précession des équinoxes selon les astronomes grecs et arabes.

3. *R. P. Bosmans, S. J.* Ferdinand Verbiest, directeur de l'observatoire de Pékin.

4. *M. O.* Sur l'état actuel de la théorie des marées, d'après Poincaré.

5. *R. P. Thirion, S. J.* La physique solaire depuis trois siècles.

6. ***. L'œuvre de M. Branly.

7. *R. P. Thirion, S. J.* Gustave Vandermensbrugghe.

8. *G. Vandermensbrugge.* Sur les quatre propriétés providentielles de l'eau.

9. *P. Bruylants.* La valence chimique.

10. ***. La spectrochimie.

11. *X. Stainier.* Une tourbière de plantes marines en Sardaigne.

12. *V. Grégoire.* Les recherches de Mendel et des Mendélistes sur l'hérédité.

13. *A. Proost.* Sur la fertilisation des rochers, des garigues et des marais en Italie et en Provence.

14. *A. Proost.* Aéroplanes et sous-marins vivants.

15. *R. P. Boule, S. J.* Le langage, ses anomalies anatomo-physiologiques.

16. *J. Maes.* Sur les coutumes familiales des peuplades du Bas-Congo.

17. *C. Lepoutre.* La Société anatomo-clinique de Lille.

18. *C. Beaujean.* Une nouvelle contribution de la caisse d'assurances aux assurances populaires.

19. *A. Julin.* Les indices des progrès économiques de la Belgique de 1880 à 1908.

20. *E. Vandersmissen.* Le budget brut, ses inconvénients et les moyens d'y parer.

21. *P. Mansion.* La quotité de vie d'une nation comme index unique de sa situation économique et morale.

22. *F. Goffart.* Le commerce belge au Katanga.

23. *Ch. Morisseaux.* L'hinterland du port de Beira.

24. *G. Blondel.* Paris port de mer.

25. *J. Nelusey.* La signification stratégique des fortifications de Flessingue.

26. *G. de Béthune.* La technique de l'orientation en aéroplane.

27. *A. Renier.* Les explosions de poussière de houille.

28. *H. Lebrun.* Les idées d'un vieux pasteur sur l'enseignement des sciences naturelles.

29. *R. de Sinéty, S. J.* La connaissance sensible des qualités secondaires.

30. *R. P. Munnynck, O. P.* La psychologie du spécialiste.

31. *R. P. Munnynck, O. P.* Les lois du dynamisme psychique. Quelques applications de la loi des contrastes.

32. *J. J. Van Biervliet.* Une esquisse de la psychologie de l'attention.

33. ***. Le R. P. De Smedt.

Dans les pages en petit texte de la Revue, ont été analysés, d'une manière plus ou moins détaillée, soixante-dix-sept ouvrages relatifs aux mathématiques, à l'astronomie, à la topographie, à la physique et à la chimie, à la zoologie et à l'ethnographie, à la sylviculture et à l'économie sociale, à la technologie et enfin à la philosophie des sciences. On y trouve aussi des Revues de recueils périodiques sur l'histoire des mathématiques, la biologie, l'ethnographie, la géographie, la médecine, l'hygiène, la botanique économique, les sciences économiques.

II. SESSIONS

Les sessions de Pâques 1911 et de janvier 1912 se sont tenues à Bruxelles, celle d'octobre à Gand.

Dans la première séance générale de Pâques, M. Proost nous a

fait connaître les merveilleux résultats obtenus en Provence et en Italie par l'application des principes de l'agriculture rationnelle aux rochers, aux garigues et aux marais, autrefois nuisibles ou stériles. Il en a conclu que partout, si on le veut, par l'introduction des méthodes scientifiques, on peut augmenter la puissance productive des campagnes et en empêcher la dépopulation.

Dans la seconde séance générale, nous avons d'abord applaudi au substantiel rapport sur la *Société bibliographique de Paris*, dû à la plume de son secrétaire général, M. le Baron Ch. de Selle de Beauchamp. Cette sœur aînée de la *Société scientifique de Bruxelles* continue à prospérer et à étendre le domaine de son action, sous la direction active et prudente de son nouveau président, M. G. de Grandmaison.

Le R. P. De Munnynck, O. P., nous a fait ensuite une conférence intitulée la *Psychologie du Spécialiste* que les membres de la Société ont écoutée avec le plus vif intérêt, car au fond, il s'agissait pour beaucoup d'entre nous d'un vrai examen de conscience. « Je suis spécialiste, je vois vite et bien dans tel ou tel domaine, à l'étude duquel je consacre toutes mes forces, comme il le faut pour en faire avancer la science. Est-ce que je ne confonds pas ce domaine spécial avec tout le réel ? Ne suis-je pas aveugle et sourd pour tout le reste ? N'oublié-je point de me tenir au courant des disciplines voisines de la mienne, fussent-elles plus importantes ? Est-ce que je me réserve un jour de repos chaque semaine, quelques semaines de vacances chaque année pour me récréer, pour reprendre contact avec la vie intégrale, avec l'art et la nature ? Suis-je abonné et lecteur d'une ou deux Revues de portée générale comme la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES ? etc., etc. » Telles étaient les pensées des auditeurs du R. P. De Munnynck pendant sa conférence, si opportune dans le milieu où elle se faisait. Il a été vivement applaudi.

Les deux conférences du troisième jour de la session de Pâques portaient sur des sujets économiques vraiment actuels pour la Belgique. MM. Morisseaux et Goffart nous ont entretenus, le premier de l'Hinterland nord du Port de Beira, l'autre du commerce belge du Katanga, tous deux avec une précision et une clarté remarquables. Les deux conférences, qui ont été publiées dans

la REVUE, intéresseront vivement tous ceux qui, en Belgique, s'occupent de notre colonie africaine.

A la session de janvier de cette année, à Bruxelles, M. Vandevyver, directeur de la station géographie mathématique de Gand, a fait un brillant exposé d'ensemble des résultats de la science météorologique à l'époque actuelle. Il a fait comprendre pourquoi elle peut prédire à un ou deux jours d'avance, avec beaucoup de vraisemblance ; pourquoi elle n'y réussit pas toujours dans l'Europe occidentale : elle n'a pas à sa disposition assez de documents sur l'état de l'atmosphère au-dessus de l'Atlantique ; les divers États de l'Europe sont, au point de vue météorologique, trop peu unis.

Pour la session d'octobre 1911, nous sommes allés à Gand. Le Collège Ste-Barbe avait bien voulu mettre des salles à la disposition de la 1re et de la 3me section qui s'y sont réunies ; la seconde a tenu sa séance à l'Institut de géographie mathématique de l'Université à l'invitation de son directeur, M. Vandevyver. Quant à l'assemblée générale, elle a eu lieu sous la présidence d'honneur de Mgr Stillemans, évêque de Gand et de M. le baron de Kerchove d'Exaerde, gouverneur de la Flandre orientale, à l'hôtel du gouvernement provincial. M. le professeur Heymans, de l'Université de Gand, y a fait une savante conférence *Sur quelques problèmes importants de la lutte actuelle contre la tuberculose*. Un résumé, malheureusement un peu court, de cette étude d'un savant que ses recherches expérimentales ont mis à même de connaître à fond la terrible maladie, paraîtra bientôt dans la REVUE, pour la plus grande utilité de tous ceux qui la liront attentivement : parents, éducateurs, personnes charitables, éleveurs, etc. La conférence de M. Heymans fut vivement applaudie. Mgr Stillemans, M. le baron Van der Brugghe, M. Peers, se firent les interprètes de tous les auditeurs pour remercier le savant conférencier, et M. le Dr Warlomont, qui avait la présidence effective de la séance, remercia aussi tous ceux qui avaient contribué au succès de la session de Gand, la troisième qui s'est tenue en cette ville.

Nous ne dirons rien en détail des travaux des sections. Pendant l'année écoulée, soixante-douze notes ou mémoires ont été présentés dans les diverses sections, et sont ou seront publiés dans les ANNALES ou la REVUE. La troisième section a tenu le 25 octobre

une séance supplémentaire consacrée à la visite du Jardin botanique de Bruxelles. La 2[e] section, la 4[e], la 6[e] ont aussi visité des institutions savantes ou des travaux techniques remarquables : la station de géographie mathématique de Gand, l'Institut de pharmacodynamique et l'Institut de physiologie de cette ville, la centrale électrique des Tramways bruxellois, les travaux de la nouvelle gare de Gand.

La Société a pu accorder à deux de ses membres un subside de 500 francs pour des recherches scientifiques dont le résultat sera publié dans ses Annales.

III. État actuel de la Société

Nous avons admis cinquante-six nouveaux membres en 1911, dont plus de trente nous ont été recrutés parmi les membres des deux Chambres belges, par notre zélé président d'honneur, M. Beernaert. Quel bel exemple à imiter ! Cherchons, comme l'éminent ministre d'État, chacun dans notre sphère, à trouver des membres ou des abonnés pour la Revue et les vides amenés par la mort ou les démissions seront vite réparés. En 1911, la mort nous a enlevé six membres ; vingt ont donné leur démission. En résumé, le nombre total de nos membres est monté de 520 à 550. Le nombre des abonnés à la Revue a légèrement augmenté.

Parmi ceux que nous avons perdus en 1911, nous devons citer le baron de Moreau d'Andoy et G. Vandermensbrugghe. M. de Moreau d'Andoy a été l'un de nos membres fondateurs, il a été, en économie sociale, l'un des plus fervents adeptes des vues de Le Play, qui, au début de notre Société, ont fait, plus d'une fois, l'objet des discussions de la cinquième section. Comme premier ministre de l'agriculture en Belgique, il a pu, avec l'aide de notre savant confrère M. Proost, réaliser beaucoup d'améliorations préconisées par celui-ci pour relever la productivité des campagnes belges, grâce au concours de la science.

G. Vandermensbrugghe (1835-1911) successivement répétiteur, professeur, recteur de l'Université de Gand, correspondant, membre, directeur de la classe des sciences de l'Académie royale de Belgique, membre aussi de beaucoup d'autres sociétés savantes, a été pendant vingt ans l'un des collaborateurs les plus fidèles de

nos ANNALES et de la REVUE. Il avait été pendant vingt-sept ans l'aide de Plateau, dont il devait compléter les travaux sur la capillarité, en étudiant, sous toutes ses formes, la tension superficielle et les effets inattendus de l'élasticité des liquides. Il y a quelques années, il avait obtenu le prix décennal de physique pour l'ensemble de ses études sur la constitution moléculaire des liquides. Professeur éminent, expérimentateur incomparable au point d'improviser au besoin des appareils de démonstration fabriqués avec les objets les plus vulgaires, il fut aussi un biographe pénétrant quand il raconta la carrière scientifique de Plateau en même temps que sa vie de famille. Ses articles sur les aventures d'une goutte d'eau, d'un grain de poussière, d'une bulle d'air sont des modèles de vulgarisation à la fois savante et familière. Le R. P. Thirion a publié dans la REVUE de janvier 1912, sur ce cher confrère, une étude où il a su peindre comme il le fallait, le savant, le professeur, l'ami, le chrétien, dont la pensée, sans effort, par un mouvement tout naturel, s'élevait sans cesse de la nature qu'il connaissait si bien, à l'esprit, à Dieu. Tous les amis de Van der Mensbrugghe fidèles à sa mémoire, et ils sont nombreux, ont été heureux de voir si dignement apprécier la belle carrière du savant physicien et en sont reconnaissants à notre cher secrétaire adjoint.

Pendant l'année écoulée de très nombreuses distinctions honorifiques ou scientifiques ont été accordées à des membres de la Société. J'en citerai un bon nombre, mais, pas plus que les autres années, je ne puis espérer d'être complet.

M. Henseval a été élu correspondant de l'Académie royale de Médecine de Belgique, M. Verschaffel, correspondant de l'Académie des Sciences de Paris. M. de Wildeman a été nommé directeur du jardin botanique de l'État.

Le prix Jean Reynaud a été décerné par ce grand corps savant à M. Émile Picard ; le prix Gegner à M. Fabre, l'éminent entomologiste de Sérignan.

MM. Cooreman et Helleputte ont été nommés ministres d'État, M. Poullet, ministre des Sciences et des Arts, M. Carton de Wiart, ministre de la Justice.

M. Vandersmissen, notre distingué président de cette année, a

été nommé officier de l'Ordre d'Orange-Nassau ; M. F. Meunier, officier de l'Aigle rouge de Prusse ; le R. P. Van den Gheyn, chevalier de la Légion d'honneur.

Citons ensuite, dans nos ordres nationaux et d'abord dans l'ordre de Léopold : chevaliers, MM. Van Brabandt, Beco, Van Aubel, Delcroix, Nyssens, A. de Hemptinne, L. Siret, Buisseret ; officiers, M. le chanoine de Dorlodot, M. Goedseels et le R. P. Thirion ; commandeur, M. Degive. Dans l'ordre de la Couronne : officiers, MM. Cuylits et Jacobs ; commandeur, M. Blas ; grand officier, M. Morisseaux.

J'adresse les chaleureuses félicitations de la Société scientifique à tous, mais vous me permettrez de dire spécialement à l'un des nouveaux décorés, au R. P. Thirion, combien sa promotion au grade d'officier de l'ordre de Léopold a réjoui la Société scientifique tout entière. N'en est-il pas la cheville ouvrière, le membre le plus zélé, le collaborateur le plus dévoué de la Revue ?

La *Société nationale d'agriculture* de France a voté à l'unanimité, dans les derniers jours de décembre, un diplôme de médaille d'or à M. de Kirwan, pour l'ensemble de ses publications forestières, dont beaucoup, comme vous le savez, ont paru dans la Revue des Questions scientifiques et dans nos Annales. Nous félicitons aussi de tout cœur M. de Kirwan, au nom de la Société, pour une distinction si bien méritée. Puissions-nous rencontrer souvent une fidélité aussi persévérante que la sienne : il travaille avec nous depuis l'origine, depuis trente-six ans, sous la bannière de l'union de la Science et de la Foi.

M. le Secrétaire Général propose de nommer commissaires pour l'examen des comptes du Trésorier, M. Ch.-J. de la Vallée Poussin et le R. P. Thirion. Cette proposition est adoptée.

La parole est ensuite donnée au R. P. Willaert, S. J., pour une conférence avec projections sur *L'Éclipse de Soleil du 17 avril.*

Le but du conférencier est de préparer ses auditeurs à l'observation de cette éclipse, de leur faire connaître les recherches que les diverses stations belges se proposent de poursuivre et les moyens dont elles disposent.

II

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MARDI 16 AVRIL 1912

La séance s'ouvre à deux heures et demie, sous la présidence de M. Van der Smissen, Vice-président de la Société.

La parole est donnée à M. Mansion, secrétaire général, pour la lecture du rapport suivant sur la *Société bibliographique de Paris*, en 1911, adressé par M. le B^on Charles de Selle de Beauchamp, son secrétaire général :

« A une époque, où les adversaires de l'idée chrétienne prétendent au monopole des manifestations intellectuelles et des fondations scientifiques, la Société bibliographique désire constituer un foyer rayonnant de science et de foi.

» Nous avons donc été particulièrement honorés et heureux de recevoir, en 1911, les adhésions de Leurs Grandeurs Mgr Gauthey, archevêque de Besançon, Mgr Delamaire, coadjuteur de Cambrai, Mgr Campistron, évêque d'Annecy, Mgr de Carsalade, évêque de Perpignan, Mgr Gieure, évêque de Bayonne, Mgr Grellier, évêque de Laval, Mgr Marbeau, évêque de Meaux.

» La mort a frappé cruellement dans nos rangs ; parmi nos sociétaires les plus dévoués, que Dieu a rappelés de ce monde, nous devons citer M. Barthélemy Terrat, doyen de la Faculté libre de Droit de Paris, un ami des débuts, le premier président de notre conférence d'études historiques, le V^te de Bonneval, le C^te de la Bourdonnaye, le B^on Angot des Rotours, le M^is de Brémond d'Ars, le R. P. de Smedt, Dom Joseph Bourigaud, M. Maxime Legendre, député de l'Eure, Léon Lefébure, Mgr Touzet, le Général B^on de Charette, M. Delaville le Roulx.

» Au service des sociétés comme des œuvres, les soldats et les chefs doivent se remplacer ; 149 membres nouveaux ont été inscrits sur nos registres, nous comptons beaucoup sur leur activité et leur zèle.

» Les relations les plus fréquentes sont entretenues avec les sociétaires, par une correspondance très active, et par le *Bulletin* mensuel, qui a pris depuis un an, de plus amples proportions. Outre les questions intéressant l'administration de la société, il a

rendu compte des réunions importantes du Comité Catholique de Défense religieuse, des œuvres de St-François de Sales, des Cercles Catholiques d'ouvriers, des Publicistes chrétiens, des Amis de l'Institut Catholique, des Propriétaires chrétiens, du 34e Congrès des Jurisconsultes catholiques, du Congrès de la Société d'Économie sociale, du Comité d'Initiative rurale. Des listes pour livres de prix, pour volumes d'étrennes, pour choix d'almanachs, ont été publiées, ainsi qu'un projet de catalogue pour bibliothèques de jeunes filles. Des articles spéciaux ont été consacrés à la *Catholic Truth Society*, au Bureau d'Informations religieuses et sociales, au Millénaire de la Normandie ; 179 travaux de nos sociétaires, sur les sujets les plus variés de la littérature et des sciences, ont été signalés ou analysés.

» Par l'intermédiaire encore du Bulletin, il a été répondu à 22 questions bibliographiques, étudiées par une Commission nouvellement créée, au mois de mai 1911, sur le modèle de la Commission de lectures populaires, pour recevoir la nombreuse correspondance par laquelle on demande des renseignements à la Société.

» Le Bulletin se termine toujours par la « Bibliothèque populaire » où sont réunies les analyses des livres recommandés aux travailleurs de la ville ou des champs : 225 résumés ont été imprimés dans cette rubrique. Le travail des commissions qui préparent ces rapports, avec le catalogue des livres de choix, dont le 24e fascicule a paru, et la formation des séries de bibliothèques renouvelables, donnent à celles-ci les garanties de contrôle, qui font la raison d'être de cette œuvre si importante et si appréciée. 433 bibliothèques de la Société bibliographique ont été déposées dans les communes de France, dans le cours de l'année 1911.

» Un catalogue a, en outre, été ébauché pour faciliter les recherches des membres des cercles d'études. 31 ouvrages d'histoire, de dogme, d'économie politique et sociale, y sont inscrits ; déjà plusieurs cercles ont placé, sur les rayons de leur salle de conférences, les livres qu'ils ont choisis avec nos listes, et que nous leur avons prêtés.

» Je ne quitterai pas le chapitre des publications populaires, sans signaler que notre *Almanach du Bon Français*, a été tiré à 2000 exemplaires de plus qu'en 1910, et de nombreuses demandes,

parvenues tardivement, dans les premiers jours de la nouvelle année, n'ont pu être satisfaites.

» Tous ces efforts tentés pour répandre les saines doctrines dans les classes laborieuses, et lutter contre l'influence pernicieuse des mauvaises lectures, but essentiel de la Société bibliographique, ont été à maintes reprises, exposés dans des rapports, présentés par les membres de notre Conseil, aux Congrès diocésains, aux assemblées générales des conférences de St-Vincent de Paul, du Comité de Défense religieuse, à la réunion annuelle de l'Union des Œuvres ouvrières.

» Foyer de science et de foi, la Société bibliographique continue toujours à l'être par la rédaction du *Polybiblion* qui entre dans la 44e année de son existence. Elle a voulu l'être, encore cette année, matériellement, si je puis dire en participant à la souscription ouverte à l'Institut Catholique de Paris, afin de donner à notre confrère, M. Branly, un laboratoire digne de ses travaux scientifiques, et moralement, en mettant à l'étude des brochures de propagande, devant répondre aux besoins pressants des lecteurs, à l'heure actuelle.

» La Commission de publication a arrêté un projet, ratifié par le conseil, et qui est déjà en voie de pleine réalisation. Les plus compétents de nos amis nous ont, avec empressement, apporté le concours précieux de leur plume ; leurs noms qui font autorité amèneront certainement le succès de cette collection, car ce sont ceux d'auteurs spécialistes dans la matière, traitée pour la défense et la vulgarisation des idées les plus élevées, les plus nécessaires au temps présent.

» Deux brochures ont paru. M. René Bazin, de l'Académie Française a pris, comme sujet, « les Hommes de demain » ; en une forme charmante, pittoresque et éloquente, il adresse les conseils les plus autorisés à la jeune génération, en même temps qu'aux parents soucieux de la formation virile de leurs enfants.

» Le travail de M. Georges Goyau, portant le numéro 1 de la collection, nous est particulièrement agréable à indiquer à la Société scientifique de Bruxelles ; il a pour titre : « Les Catholiques au Pouvoir. L'Œuvre sociale du Gouvernement belge, 1884-1912. » Nos amis de Belgique trouveront, dans ces pages d'un écrivain compétent et documenté, nous sommes heureux de le dire, un

juste hommage rendu à leur vaillance, si pleine d'intelligence. » *(Applaudissements)*.

M. le secrétaire général fait ensuite connaître les conclusions des commissaires chargés d'examiner les comptes du trésorier relatifs à l'année 1911. Ces comptes sont approuvés par l'assemblée. En voici le détail :

RECETTES ET DÉPENSES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE PENDANT L'ANNÉE 1911

—

Revue des Questions scientifiques

RECETTES		DÉPENSES	
Produit des abonnements fr.	9572,88	Impression, illustration et expédition fr.	6201,39
Vente d'anciennes livraisons	433,25	Collaboration	4612,50
Vente des volumes : *Les Ports et leur fonction économique*	64,85	Administration et propagande	595,38
Subside de la Société . . .	1338,29		
	11409,27		11409,27

Annales

RECETTES		DÉPENSES	
Produit des cotisations . .	6794,00	Impression, illustration et expédition.	3274,12
Vente d'anciens volumes .	105,00	Indemnités aux secrétaires .	2460,00
Vente des brochures publiées par la Société . .	4,35	Frais de session, location des locaux.	704,39
		Excédent passé à la Société.	464,84
	6903,35		6903,35

Société

RECETTES		DÉPENSES	
Produits de coupons . . .	3708,11	Subsides pour recherches scientifiques	1000,00
Intérêts du compte courant.	1390,91	Subside à la *Revue* . . .	1338,29
Excédent du compte des *Annales*	464,84	Excédent.	3225,57
	5563,86		5563,86

M. le secrétaire général fait connaitre le résultat des élections pour le Conseil général.

La composition pour l'année 1912-1913 est la suivante :

Présidents d'honneur : M. Éd. Branly.
M. A. Beernaert.
Président : M. G. Blondel.
Vice-Présidents : M. le chanoine Grégoire (1913).
M. Ch. Beaujean (1916).
Secrétaire : M. P. Mansion (1915).
Trésorier : M. Éd. Goedseels (1916).
Membres : MM. le Mis de la Boëssière-Thiennes (1914).
L. Cousin (1913).
Éd. De Wildeman (1915).
Fr. Dewalque (1914).
le Dr X. Francotte (1916).
Ch. Lagasse-de Locht (1913).
le Cte Ad. de Limbourg-Stirum (1916).
E. Pasquier (1913).
A. Proost (1914).
le R. P. J. Thirion (1915).
Ch.-J. de la Vallée Poussin (1914).
le R. P. Van den Gheyn (1914).
Éd. Van der Smissen (1915).
le Dr A. Van Gehuchten (1916).
le Dr R. Warlomont (1915).
Conseiller honoraire : M. L. De Lantsheere.

Bureaux des Sections :

1re Section

Président : M. le Vte d'Adhémar.
Vice-Présidents : M. Pasquier.
M. le R. P. Willaert, S. J.
Secrétaire : M. Dutordoir.

2e Section

Président : M. le chanoine De Muynck.
Vice-Présidents : M. Er. Gerard.
M. le R. P. Schaffers, S. J.
Secrétaire : M. le R. P. Lucas, S. J.

3e Section

Président : M. l'abbé Claerhout.
Vice-Présidents : M. le Chne de Dorlodot.
M. J. Leclercq.
Secrétaire : M. F. Van Ortroy.

4e Section

Président : M. le Dr d'Halluin.
Vice-Présidents : M. le Dr Mœller.
M. le E. Henrard.
Secrétaire : M. le Dr R. Warlomont.

5e Section

Président : M. E. Dubois.
Vice-Présidents : M. Beernaert.
M. Morisseaux.
Secrétaire : M. Éd. Van der Smissen.

6e Section

Président : M. Harmant.
Vice-Présidents : M. le Bon G. de Béthune.
M. Carlier.
Secrétaire : M. R. van der Mensbrugghe.

M. le secrétaire général donne lecture des questions de concours proposées par les sections.

La parole est donnée à M. le Dr H. Lebrun pour une conférence sur *Quelques faits de Transformisme expérimental*. Cette conférence a paru *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 juillet 1912.

Le président félicite les orateurs et déclare close la session de Pâques 1912.

LISTES DES OUVRAGES

OFFERTS A LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

du 1er mai 1911 au 1er mai 1912

I. Livres et brochures

H. Andoyer. Cours d'Astronomie, seconde partie : Astronomie pratique. Un vol. in-8° de 304 pages. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

—— Nouvelles tables trigonométriques fondamentales. Un vol. in-8° de XXXII-604 pages. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

P. Archambault. Guyau. Un vol. in-18 de 62 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

H. Arctowski. La dynamique des anomalies climatiques (Extrait de PRACE MATEMATYCZNO-FIZYCZNYCH, t. XXI). Une broch. in-8° de 18 pages. — Varsovie, Rubieszewski et Wrotnowski, 1910.

S. Arrhenius. Les atmosphères des planètes. Un vol. in-8° de 11 pages. — Paris, Hermann et fils' 1911.

Henri Berr. La synthèse en histoire. Essai critique et théorique *(Bibliothèque de Philosophie contemporaine).* Un vol. in-8° de XVI-272 pages. — Paris, Alcan, 1911.

H. Birven. Calcul et construction des Alternateurs mono- et polyphasé, traduit de l'allemand par P. Dufour. Un vol. in-8° de 175 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

L. Bloch. Principes de la Technique de l'Éclairage, traduit par G. Roy *(Bibliothèque de l'Élève-ingénieur).* Un vol. in-8° de 183 pages. — Paris, Gauthier-Villars, Grenoble, Rey, 1911.

A. Castelein, S. J. Le surnaturel dans les apparitions et dans les guérisons de Lourdes. Un vol. petit in-8° de 227 pages. — Bruxelles, Goemaere, 1911.

O. D. Chwolson. Traité de physique (2e éd.), t. I, vol. 1. Un vol. in-8° de 515 pages. - Paris, Hermann et fils, 1912.

—— Traité de physique, tome III, fasc. 8 (trad. par E. Davaux). Un vol. in-8° de VI-260 pages avec 93 figures. — Paris, Hermann et fils, 1911

A. Collard. Catalogue alphabétique des livres, brochures et cartes de la Bibliothèque de l'Observatoire royal de Belgique à Uccle. Fascicule II. Un vol. in-8° de 192 pages (pp. 193 à 384). — Bruxelles, Hayez, 1911.

Julien Costantin. Atlas des Orchidées cultivées, fascicule I. — Les Orchidées cultivées, description complète des espèces, fascicule I. — Paris, E. Orlhac.

J. B. J. Delambre. Grandeur et Figure de la Terre. Ouvrage augmenté de notes et de cartes et publié par les soins de **G. Bigourdan.** Un vol. in-8° de VIII-402 pages, avec 31 figures et cartes. — Paris, Gauthier-Villars, 1912.

E. De Wildeman. Le Congo et ses produits végétaux, Conférence faite à la Société belge des Ingénieurs et des Industriels. Une brochure in-8° de 38 pages. — Bruxelles, Lesigne, 1911.

— Notes sur la Géo-botanique du sud du Congo Belge (Extrait des *Comptes rendus de l'Association française pour l'avancement des Sciences*, Congrès de Toulouse, 1910). Une broch. in-8° de 11 pages. — Paris, Hôtel des Sociétés Savantes.

J. Didier. Berkeley. Un vol. in-18 de 70 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

—— Condillac. Un vol. in-18 de 64 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

A. Eymieu. Le naturalisme devant la Science. Un vol. in-8° de XI-365 pages. — Paris, Perrin et Cie, 1911.

J. Fényi, S. J. Protuberanzen beobachtet in den Jahren 1891, 1892 *(Publicationen des Haynalds Observatorium,* Heft X). Un vol. gr. in-4° de 145 pages et 9 planches hors texte. — Kalocsa, Jurcsó, 1911.

A. Flamant. Mécanique générale, 2e édition (Collection : *Encyclopédie des Travaux Publics).* Un vol. in-8° de XII-620 pages. — Paris et Liége, Ch. Béranger, s. d.

G. Fonsegrive. Léon Ollé-Laprune. Un vol. in 18 de 63 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

L. François et P. Laurent. Meunerie et féculerie. Un vol. in 18 de 153 pages de la (Collection : *Encyclopédie scientifique des aide-mémoire, section de l'Ingénieur).* — Paris, Gauthier-Villars et Masson.

A. Fraser. Fifth report of the bureau of Archives for the province of Ontario. Un vol. in-8° de 505 pages. — Cameron 1909.

M. P. Gaubert. Recherches récentes sur le facies des cristaux, in-8° de 33 pages. — Paris, Hermann et fils 1912.

Gerrit Baker. Théorie de la couche capillaire plane des corps purs. Un vol. in 18 de 95 pages (n° 32 de la collection *Scientia).* — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

A. C. Haddon. The Wanderings of the peoples. Un vol. in-18 de VII-124 pp. et 5 cartes. — Cambridge University Press, 1911.

J. G. Hagen, S. J. La rotation de la Terre, ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles, rédigé en français par P. de Vregille, S. J. Un vol. in-4° de V-189 pages et 6 planches hors texte. — **J. Stein, S. J.** Appendice : Les preuves de M. Kamerlingh Onnes. Un vol. in-4° de 72 pages et 4 planches hors texte. — Rome, Tipografia poliglotta Vaticana, 1911.

Ch. Henrionnet (Commandant). Petit Traité d'Astronomie pratique, à l'usage de l'astronome amateur, avec une préface de C. Flammarion. Un vol. in-8° de 52 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

Frédéric Houssay. Forme, puissance et stabilité des poissons *(Collection de Morphologie dynamique, IV).* Un vol. in-8° de 372 pages. — Paris, A. Hermann et fils, 1912.

José Isaac del Corral. Nuevos metodos para resolver ecuaciones numericas. Un vol. in-8° de 303 pages. — Madrid, Adr. Romo, 1912.

Albert Laborde. Méthodes de mesure employées en radioactivité. Un vol. in 8° de 170 pages avec 17 figures *(Encyclopédie scientifique des aide-mémoire. Section de l'Ingénieur)*. Paris, Masson, 1911.

A. de Lapparent. Volcans et Tremblements de Terre. Un vol. in-8° de 377 pages. — Paris, Bloud, 1912.

S. Laureys. Nouvelle théorie physique. Une brochure in-8° de 12 pages. — (Extrait du JOURNAL DE RADIOLOGIE). Bruxelles, Severeyns.

Ernest Lebon. Savants du jour, Gabriel Lippmann. Un vol. gr. in-8° de VIII-70 pages, avec portrait. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

M. Lecat. Abrégé de la théorie des déterminants à *n* dimensions, avec de nombreux exercices. Un vol. in-4° de XVI-156 pages. - Gand, Ad. Hoste, 1911.

J. Lemaire. La Valeur de l'Induction scientifique et les bases de la Cosmologie (Extrait des ANNALES DE L'INSTITUT SUPÉRIEUR DE PHILOSOPHIE). Une brochure gr. in-8° de 72 pages. Louvain, 1912.

Paul Lemoine. La Géologie du Bassin de Paris. Un vol, grand in-8° de II-408 pages, 136 figures et 9 planches color. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

Ch. Lescœur. Les Coffres-forts et le Fisc. Un vol. petit in-8° de 425 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

A. Lévy-Lambert. Chemins de fer funiculaires. Transports aériens, 2e édition revue et augmentée. (Extrait de l'*Encyclopédie des Travaux publics*, fondée par M.-C. Lechalas). Un vol. in-8° de IV-526 pages, avec 213 figures. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

Éloi Lussan. Essai de démonstration générale du théorème de Fermat. Une broch. in-8° de 11 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

A. Maire. L'œuvre scientifique de Blaise Pascal. Un vol. in-8° de 184 pages. — Paris, Hermann et fils, 1912.

J. Martin. Malebranche. Un vol. in-18 de 61 pages. — Paris, Bloud et Cie, 1911.

Jean Massart. Pour la protection de la Nature en Belgique. Un vol. gr. in-8° de 308 pages. — Bruxelles, Lamertin, 1912.

F. de Montessus de Ballore (Comte) director del Servicio Sismolojico de Chile. Historia sismica de los Andes Meridionales. Primera parte. Un vol. in-8° de 345 pages. — Santiago de Chile, Imprenta Cervantes, 1911.

F. Montessus de Ballore. La Sismologie moderne, petit in-8° de 284 pages. — Paris, Colin, 1911.

Th. Moreux. Les reportages extraordinaires de Julius Snow. Le Miroir sombre. Un vol. in-8° de 333 pages. — Paris, Lethielleux, 1911.

R. Mourgue. De la méthode dans les théories néo-vitalistes contemporaines (Extrait du MONTPELLIER MÉDICAL, janvier 1912). Une brochure in 8° de 9 pages. — Montpellier, imprimerie générale du Midi, 1912.

Drs L. et P. Murat. L'idée de Dieu dans les Sciences contemporaines. Le Firmament, l'Atome, le Monde végétal, 3e édition. Un vol. in-8° de X-468 pages. — Paris, Téqui, 1910.

—— L'idée de Dieu dans les Sciences contemporaines. Les merveilles du corps humain. Un vol. in-8° de CXXXVIII-752 pages. — Paris, Téqui, 1912.

W. Nernst. Traité de Chimie générale, traduction française, par A. Corvisy. 2e partie. Un vol. in-8° de 422 pages — Paris, A. Hermann et fils, 1912.

P. Palladino. Les composés chimiques dans l'espace. Une brochure in-8° de 44 pages. — (Extrait de la RIVISTA DI FISICA, MATEMATICA E SCIENZE NATURALI). — Pavie, 1911.

Oliveira Pinto. Première contribution à l'étude de la radioactivité des eaux minérales du Portugal (Extrait des COMPTES RENDUS DU IIe CONGRÈS INTERNATIONAL DE RADIOLOGIE ET D'ÉLECTRICITÉ). Une brochure in-8° de 8 pages. — Bruxelles, Severeyns, 1911.

H. Poincaré. Les hypothèses cosmogoniques. Leçons professées à la Sorbonne, rédigées par H. Vergne. Un vol. in-8 de XXV-294 pages. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

J. Post et B. Neumann. Traité d'analyse chimique appliquée aux essais industriels, in-8° de 468 pages. — Paris, Hermann et fils, 1912.

Georges Proust. Recherche pratique et exploitation des Mines d'or. Un vol. in-16 de IV-112 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

Walther Rits. Gesammelte Werke. Œuvres publiées par la Société Suisse de Physique. Un vol. in-8° de XXII-541 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1911.

Schilling et Meldau. Der mathematische Unterricht an den deutschen Navigations-Schulen, grand in-8°, 82 pages. — Leipzig und Berlin, Teubner, 1911.

Ernesto Senna. Conselheiro Ferreira Vianna. Une broch. petit in-8° de 108 pages. — Rio de Janeiro, Rodriguez et Cie, 1902.

Geofrey Smith. Primitive animales. Un vol. in-14 de X-156 pages. — Cambridge University Press, 1911.

J. Stein, S. J. Calixte III et la comète de Halley. Un vol. in-4° de 41 pages. — Rome, Tipografia poliglotta Vaticana, 1909,

V. Thomas et **D. Gauthier**. Notions fondamentales d'Analyse qualitative. Un vol. in-8° de VIII-326 pages. — Paris, Gauthier-Villars, 1912.

J. B. Tivett. The official year book of new South Wales, 1909-1910. Un vol. in-8° de VII-634 pages. — Sydney, W. A. Gullick, 1911.

G. Urbain. Introduction à l'étude de la Spectro-chimie. Cours professé à la Faculté des Sciences de Paris. Un vol. in-8° de III-248 pages et 9 planches hors texte. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

L. N. Vandevyver. Annuaire Météorologique de la Station de Géographie mathématique de l'Université de Gand, 5e année, mars 1911-février 1912. Un vol. in-18 de 87 pages. — Roulers, De Meester, 1912.

Fred. Vlès. Propriétés optiques des muscles. Un vol. in-8° de XVIII-372 pp. et 13 planches hors texte. — Paris, A. Hermann et fils, 1911.

H. Zeiller. Sur une flore triasique découverte à Madagascar par M. Perrier de la Bâthie (Extrait des COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, t. 153, p. 230). Une brochure in-4° de 6 pages. — Paris, Gauthier-Villars.

Académie royale de Belgique. Classe des Sciences. Prix Charles Lemaire, Xe période : 1909-1911. Rapport. Une brochure in-8° de 11 pages. — Bruxelles, Hayez, 1911.

Commissão Geographica e Geologica do Estado de S. Paulo. Exploração do Rio Juqueryquerê. Un album in folio de IV-19 pages avec nombreuses cartes et planches hors texte. — S. Paulo, Rotschild et Cº, 1911.

Eight International Congress of applied chemistry. Plusieurs brochures. — Washington.

Results of the Swedish Zoological Expedition to Egypt and the White Nile. 1901, under the direction of **L. A. Jägerskjöld**. Part IX. Un vol. in-8º de 166-IV-16 pages avec de nombreuses planches hors texte. — Upsala, Library of the University.

Royaume de Belgique. Ministère de l'Industrie et du Travail. Monographies industrielles. Groupe XV. *Industries connexes de la typographie.* Tome I. Un vol. in-8º de 210 pages. — Bruxelles, Office de Publicité et Société Belge de Librairie, 1911.

Royaume de Belgique. Ministère de l'Industrie et du Travail. Office du Travail. — *Le minimum de salaire et les Administrations publiques en Belgique.* Un vol. in-8º de 207 pages. — Bruxelles, Office de Publicité et Société Belge de Librairie, 1911.

Royaume de Belgique. Ministère de l'Industrie et du Travail. Office du Travail. *Statistique des Grèves et Lock-out en Belgique*, 1906-1910. Un vol. in-8º de LXIII-345 pages. — Bruxelles, Société Belge de Librairie et Office de Publicité, 1911.

Stonyhurst College Observatory. *Results of Meteorological and Magnetical observations,* 1911. — Liverpool, Philip, 1912.

II. Périodiques

Académie des Sciences (Paris) : Comptes rendus hebdomadaires des séances.
Académie royale de médecine de Belgique (Bruxelles) :
  Bulletin, 4e série, t. XXV et XXVI.
  Mémoires couronnés et autres mémoires, t. XX.
  Procès verbaux des séances.
Annales de la Faculté de Toulouse, 3e série, t. II.
Annales de la Société d'Agriculture, Sciences et Industries de Lyon.
Annales de la Société géologique de Belgique (Liége).
Annales de Philosophie chrétienne (Paris).
Annuaire pour l'an 1912, publié par le Bureau des Longitudes (Paris).
L'Anthropologie (Paris), t. XXII et XXIII.
Association des Ingénieurs sortis de l'École de Liége :
  Annuaire, 5e série, t. XXIV et XXV.
  Bulletin, t. XXIV.
Bulletin agricole du Congo.
L'Astronomie. Bulletin de la Société Astronomique de France (Paris).
Bulletin de la Société Bibliographique (Paris).

Bulletin de la Société Centrale Forestière de Belgique (Bruxelles).
Bulletin de la Société Mathématique de France (Paris).
Bulletin de la Société royale belge de Géographie (Bruxelles).
Bulletin de la Société royale de Botanique de Belgique (Bruxelles).
Bulletin des Travaux de la Société de Pharmacie de Bordeaux.
Le Cosmos (Paris).
L'enseignement mathématique (Genève).
Les Études (Paris).
Institut international d'Agriculture (Rome) :
Bulletin bibliographique hebdomadaire.
Bulletin de Statistique agricole.
Bulletin du Bureau des renseignements agricoles et des maladies des plantes. Communications à la Presse.
Journal de Physique (Paris).
Journal des Sciences médicales de Lille.
Laboratoire de Zoologie et de Physiologie maritimes de Concarneau (Finistère, France). Travaux scientifiques, t. II.
Ministère de la Justice de Belgiques (Bruxelles) :
Statistique judiciaire de la Belgique. Treizième année.
La Nouvelle France (Québec, Canada).
Observatoire de Zi-Ka-Wei (Chine) :
Annuaire pour 1912.
Bulletin sismologique.
Observatoire royal de Belgique (Bruxelles) :
Annuaire astronomique pour 1912.
Annuaire météorologique pour 1912.
Annales astronomiques.
Annales météorologiques.
Bulletin météorologique.
Physique du Globe.
Observatoire S. Louis, Jersey : Bulletin des observations météorologiques, XVIII^e^ année.
Le Polybiblion. Partie littéraire et Partie technique (Paris).
La Réforme sociale (Paris).
Revue de Lille (Arras, France).
Revue de l'Ingénieur et Index Technique (Bruxelles).
Revue de Métaphysique et de Morale (Paris).
Revue de Philosophie (Paris).
Revue Générale (Bruxelles).
Revue Montalembert (Paris).
Revue Néo-Scolastique (Louvain).
Revue Philosophique (Paris).
Revue pratique d'Apologétique (Paris).
Revue semestrielle des publications mathématiques (Amsterdam).
Société belge de géologie et de paléontologie (Bruxelles) :
Mémoires.
Procès-verbaux des séances.

Bulletin des séances de la Société des sciences de Nancy.
Société française de Physique (Paris).
Bulletin de la Société Médicale de S. Luc, S. Côme et S. Damien (Paris).
Union des Ingénieurs sortis des Écoles spéciales de Louvain (Bruxelles).
L'Université Catholique (Lyon).
Ministerie van Landbouw, Nijverheid en Handel (La Haye) : Handelsberichten.
Koninklijke Akademie van Wetenschappen (Amsterdam) :
Proceedings of the section of sciences.
Verhandelingen.
Nieuw Archief voor Wiskunde (Amsterdam).
Wiskundige Opgaven met de Oplossingen (Amsterdam).
Atti della Reale Accademia dei Lincei (Rome), t. XX et XXI.
Civiltà Cattolica (Rome).
Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei (Rome) : Atti. Memorie.
Rivista di Filosofia Neo-scolastica (Florence).
Rivista di Fisica, Matematica e Scienze naturali (Pavie).
Rivista internazionale di Scienze sociali e disciplini ausiliarie (Rome).
La Scuola Cattolica (Milan).
Boletin de la Sociedad Aragonesa de Ciencias naturales (Barcelone).
Boletin mensual de la Estacion Sismologica de Cartuja (Granada, Espagne).
Boletin mensual del Observatorio astronomico de Cartuja (Granada, Espagne).
Boletin mensual del Observatorio meteorologico de Cartuja (Granada, Espagne).
Las Ciencias medicas (Barcelone).
Razon y Fe (Madrid).
Annaes scientificos da Academia Polytechnica de Porto (Portugal).
Broteria (Salamanca, Espagne).
Anales del Museo nacional di Montevideo.
Boletin del Servicio Sismologico de Chile.
Instituto Geologico de Mexico :
Bulletin.
Parergones.
Sociedad cientifica « Antonio Alzate » (Mexico) : Memorias y Revista.
The Month (Londres).
Royal Society of Edimburg :
Proceedings.
Transactions.
Antivarsik Tidskrift för Sverige (Stockholm), 19e Delen.
Université d'Upsala (Stockholm) : Bref och skrifvelser af och till Carl von Linné.
Första Afdelingen.
America (New-York).
The American Catholic Quarterly Review (Philadelphia).
American Journal of Mathematics (Baltimore).
American Mathematical Society (New-York) :
Bulletin. Annual Register (1912). Annual Report (1910). Memoirs.
The Catholic World (Washington).

Michigan Academy of Science, 12th report.
Missouri Botanical Garden (St-Louis. Mo.), Report 1911.
Ohio State University Bulletin, vol. XIII, XIV.
Smithsonian Institution (Washington) : Report 1910.
Technical World Magazine (Chicago).
United States Department of Agriculture (Washington) :
Library of Congress, Card Section, Bulletin.
United States Geological Survey (Washington) :
Annual report (1911).
Bulletin.
Professional Papers.
Water-Supply Papers.
United States Naval Observatory (Navy Department) : Synopsis of the Report of the Superintendent for the fiscal year ending june 30, 1911 (Washington).
University of California Publications (Sacramento) :
Astronomy : Lick Observatory Bulletin.
Publications of the Lick Observatory, vol. IX.
Physiology : vol. IV.
Zoology : vol. VII-VIII.
University of Nebraska (Lincoln) :
Bulletin of the Agricultural experimental Station.
Press Bulletin.
34th. Annual Report of the Agricultural experimental Station.
University of Virginia Publications Scientific series, vol. I, n° 5.
Humanistic series, vol. I, n° 1.
Yale University (New Haven) :
Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences.
Bibliotheca mathematica (Leipzig).
Deutsche Seewarte (Kaiserliche Marinen) Berlin :
Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie.
Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften (Munich) :
Math. Phys. Klasse Sitzungsberichte.
Abhandlungen.
Arhiva (Soc. scientif. et litt. de Jasi, Roumanie).
Artâ Romanâ (Jasi, Roumanie).
Journal de la Société physico-chimique russe (en russe) (Saint-Pétersbourg).

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

SUR LES VARIATIONS DE LA LATITUDE ET LES DÉVIATIONS DE LA VERTICALE

PAR

ERNEST PASQUIER,
Professeur à l'Université de Louvain

INTRODUCTION

Considérations générales sur l'Astronomie.— En voyant l'astronome prédire les éclipses, les occultations, les passages de Mercure et de Vénus, les phénomènes des marées océaniques, etc., on est porté à croire que l'astronomie, ou la science des astres, est une science que les Newton et les Laplace ont rendue parfaite au point de vue mathématique. Mais on est vite convaincu du contraire, quand on se rappelle les efforts de leurs successeurs, les Bessel, les Le Verrier, les Tisserand, les Callandreau, les Gylden, les Newcomb, pour ne citer que quelques-uns de ceux qui ne sont plus et quand on songe aux incertitudes qui existent encore dans les constantes (instrumentales ou non) et dans les corrections que l'on doit apporter aux données mêmes des observations pour les rendre comparables aux résultats du calcul : corrections instrumentales de toutes sortes, corrections de réfraction, corrections de précession, de nutation, d'aberration (systématique,

annuelle, diurne), corrections de parallaxe annuelle, de mouvement propre, etc.

Pour plusieurs, un observatoire est avant tout un établissement qui possède d'excellentes lunettes et de puissants télescopes; aussi l'astronomie est-elle souvent appelée la science de l'univers *visible*. Pour parler de la sorte, il faut oublier les services immenses que le calcul, la spectroscopie et la photographie ont rendus et rendent encore pour la connaissance des mouvements des astres et de leurs transformations physiques et chimiques et pour la découverte d'un grand nombre. Qui, en effet, ne connaît les étoiles spectroscopiques, la découverte, par le calcul, de Neptune et de certaines étoiles doubles, la découverte, par la photographie, de nombreuses comètes et petites planètes et de toute une pléïade d'étoiles? Qui ne connaît aussi cette organisation puissante de la *Carte photographique du Ciel*, qui a pour objet de transmettre à nos successeurs, aussi fidèlement que possible, l'état actuel de l'univers sidéral?

Quand on se représente, pour autant que la chose est possible, les distances immenses, les masses et les volumes considérables des planètes, des comètes et des étoiles connues, ainsi que leur nombre toujours croissant, on se dit que l'astronomie est la science de l'infiniment grand. Pour parler de la sorte, on doit perdre de vue que ces distances, ces masses et ces volumes sont eux-mêmes obtenus par l'intermédiaire de quantités extrêmement petites, connues sous le nom de parallaxes; il faut oublier encore que par le fait même qu'une science est déjà relativement avancée quant à la connaissance et des lois générales qui la régissent et des nombres servant de mesure aux quantités qui y interviennent, les difficultés qui restent à surmonter n'en sont que plus ardues, puisque, pour continuer à progresser, on doit pousser plus loin les calculs numériques, perfectionner encore des méthodes analytiques déjà très fécondes et relativement parfaites et améliorer des instruments de mesure déjà très précis, si pas en inventer de nouveaux, plus précis encore.

A ce point de vue, il serait bien permis de dire que les progrès qui restent à réaliser en astronomie sont plutôt d'ordre infiniment petit quant à la grandeur des quantités à déterminer, mais nullement quant à leur importance : car l'étude de ces infiniment petits permettra de mieux préciser la part d'influence qui doit être

attribuée à chaque cause et par conséquent d'acquérir une connaissance plus intime des objets qui sont soumis à l'examen.

On voit bien que dans ces conditions, l'astronome doit avoir l'œil ouvert sur toutes les sciences voisines [1]; il ne peut, par exemple, se désintéresser des progrès de la géodésie, qui a pour objet l'étude de la forme même de notre planète, ni même de ceux de la géologie, qui lui fait connaître l'état interne de notre globe, du moins dans les couches suffisamment voisines de la surface.

Mais à leur tour, ces sciences sœurs ont aussi quelque chose à gagner au contact de l'astronomie. Celle-ci parviendra peut-être à aider le géologue, non seulement dans la connaissance de l'état passé ou de l'état futur de la Terre, mais encore, dans une certaine mesure, dans la connaissance des couches les plus profondes, celles qui sont inaccessibles à l'observation directe. En tous cas, l'astronomie peut aider le géodésien en lui procurant le moyen de contrôler, par d'autres procédés, certains résultats et en lui faisant connaître certaines particularités qu'il aurait ignorées sans elle.

Les deux problèmes que nous avons en vue et qui sont connexes comptent précisément parmi ceux qui intéressent le géologue et le géodésien en même temps que l'astronome. Ils comptent aussi, comme nous le verrons, parmi les plus délicats que la science ait osé aborder ; actuellement la solution en est partiellement connue, mais il reste encore beaucoup à faire. Avant de les aborder, montrons encore la place qu'ils occupent en astronomie ou mieux en mécanique céleste.

Classification des problèmes de la mécanique céleste en trois catégories. — On sait que la mécanique céleste est cette partie de l'astronomie qui cherche à rendre compte, en se fondant sur la loi de la gravitation universelle, des mouvements des astres ou de certains mouvements observés à leur surface.

Règle générale, les problèmes dont cette science s'occupe peuvent se diviser en trois catégories :

---

(1) Voici même ce qu'on lit dans un article de Plummer *Sur la théorie de l'aberration et le principe de relativité*, inséré dans les MONTHLY NOTICES, t. LXX, p. 252 : « Il est à prévoir que la dynamique des électrons va s'introduire en astronomie, si la gravitation se propage avec une vitesse finie, du même ordre, par exemple, que la vitesse de la lumière. »

1° On considère le corps céleste étudié comme étant réduit à un point et l'on étudie le mouvement de ce point sous l'action des forces principales qui agissent sur lui ;

2° On considère le corps comme un solide indéformable et l'on étudie, dans cette hypothèse, son mouvement de rotation autour de son centre de gravité ;

3° Soit pour obtenir une solution plus approchée des problèmes de la première et de la deuxième catégorie, soit pour expliquer certains mouvements à la surface de la Terre, on a égard aux déformations que subit notre globe sous l'influence des forces qui agissent sur elle.

Pour nous limiter, bornons-nous à indiquer quelques ouvrages récents, traitant certains des problèmes dont il vient d'être question.

Des problèmes rentrant dans la première catégorie se trouvent résolus dans le t. I du *Traité de mécanique céleste* (1) de Tisserand, dans les t. I et II du *Lehrbuch zur Bahnbestimmung* (2) d'Oppolzer, dans les t. I et II (3) *des Leçons de mécanique céleste* de Poincaré, dans les t. I et II de la *Mechanik des Himmels* (4) de Charlier, dans les 4 parties de la *Theorie der kleinen Planeten*(5) de Brendel, etc.

La précession et la nutation de l'axe terrestre (aussi bien la nutation eulérienne que la nutation bradlérienne), telles qu'elles sont d'ordinaire traitées actuellement, rentrent dans les problèmes de la deuxième catégorie. On en trouve la solution dans le t. II (6) de Tisserand et dans le t. I d'Oppolzer, 2e édition allemande, dont nous avons publié la traduction française. Qu'il nous soit permis de remarquer ici que dans un article intitulé « Sur les formules de

---

(1) Paris, Gauthier-Villars, 1889.

(2) T. I, 1e édition, 1870 ; 2e édition, 1882 ; t. II, 1e édition, 1880. Leipzig, Engelmann. La traduction française du t. I, 2e édition, revue et corrigée, a paru en 1886 chez Gauthier-Villars.

(3) Paris, Gauthier-Villars, 1905 et 1907.

(4) T. I, 1902 ; t. II, 1907, Leipzig, Veit et C°.

(5) Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematische-physikalische klasse. Neue Folge. Bd. I, n° 2 ; Bd. VI, n° 4 ; Bd. VI, n° 5 und Bd. VIII, n° 1, Berlin, Weidmannsche Buchhandlung, 1898, 1909, 1910, 1911.

(6) Paris, Gauthier-Villars, 1891.

nutation basées sur les décisions de la conférence de 1896 » et paru dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE, t. XV, 1898, pp. 241-246, le célèbre astronome américain, S. Newcomb, s'exprime comme suit :

« De toutes les théories de la nutation qui ont été proposées, la plus complète et la plus rigoureuse est celle d'Oppolzer ; on en fera usage dans ce travail .»

Baillaud, le directeur actuel de l'observatoire de Paris, dans son *Cours d'astronomie* (1), se base aussi sur les théories de la précession et de la nutation exposées par Oppolzer dans le Traité susvisé, auquel il renvoie souvent d'ailleurs.

Dans sa *Theorie der Drehung der Erde* (2), de Ball, tout en considérant, comme la plupart des auteurs, la Terre comme un solide rigide dont l'ellipsoïde d'inertie par rapport à son centre de gravité est de révolution autour de l'axe perpendiculaire à l'équateur, a eu pour objet d'arriver, en faisant un choix spécial d'axes de référence, à des formules de précession et de nutation relativement simples, mais assez rigoureuses pour être applicables à la pratique.

Klein et Sommerfeld, dans leur ouvrage *Ueber die Theorie des Kreisels* (3), lequel ne s'adresse pas aux astronomes, donnent de la précession et de la nutation une théorie plus élémentaire, qui a été reproduite en français par Stapfer dans son mémoire *Sur le mouvement de rotation de la Terre d'après MM. Klein et Sommerfeld* (4).

Une bibliographie très étendue, relative à des travaux de la troisième catégorie, se trouve dans Janne, *Sur la variation des latitudes* (5) ; et dans Lallemand, *Mouvements et déformations de la croûte terrestre* et *Les Marées de l'écorce et l'élasticité du Globe*

---

(1) Paris, Gauthier-Villars, 2 vol., 1893-1896.

(2) DENKSCHRIFTE DER MATHEMATISCH- NATURWISSENSCHAFTEN KLASSE DER KAISERL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, t. LXXXI, Wien, 1908.

(3) 4 fasc., Leipzig, Teubner, 1897, 1898, 1903 et 1910. Cf. fasc. III, chap. VIII, sect. A.

(4) Paris, Gauthier-Villars, 1909. Ce mémoire, court, clair et plein d'idées, qui n'est pas dans le commerce, mais dont des tirés à part ont été distribués, sera inséré dans le t. XIV des ANNALES DE L'OBSERVATOIRE DE BORDEAUX. Il s'occupe surtout des variations de latitude.

(5) Extrait des MÉMOIRES DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE LIÉGE. Hayez, Bruxelles, 1909, t. VIII.

terrestre (Annuaire du bureau des longitudes pour 1909 et pour 1910), et dans Lallemand, *L'élasticité du globe terrestre et les marées de l'écorce* (Bulletin astronomique, oct. 1911, pp. 369-388). Citons encore, spécialement à propos des marées, Poincaré, *Leçons de mécanique céleste,* t. III, 1910 ; Darwin, art. *Tide*, inséré dans l'Encyclopœdia Britannica, 9e, 10e et 11e éditions (1), et aussi *The tides,* par Darwin, 3e édition, Londres, J. Murray, 1911.

On peut encore consulter à ce sujet l'Encyklopœdie der mathematischen Wissenschaften, vol. VI, B, fascicules 1 et 2 (2), les mémoires de Hecker (3), Orloff (4), Schweydar (5), l'ouvrage de Love, *Some Problems of Geodynamics* (Cambridge, at the University Press, 1911), ainsi que bien d'autres travaux, dont un grand nombre seront signalés dans le cours de notre article.

Objet de ce travail. — Notre but est d'étudier les variations de la latitude en général et les déviations de la verticale qui sont dues à l'attraction de la Lune et du Soleil.

Il y a près d'un siècle, semble-t-il, que certains astronomes se sont posé pour la première fois les deux questions que nous avons en vue. Depuis lors et bien qu'elles n'aient pas fait l'objet constant des efforts des pionniers de la science, elles n'ont pas cessé d'être à l'ordre du jour. Aujourd'hui, plus que jamais, elles

---

(1) La première édition, comprenant trois volumes, a paru de 1768 à 1771 ; la neuvième avec vingt-cinq vol., de 1875 à 1889 ; la dixième reproduisant la neuvième avec onze vol. supplémentaires, de 1902 à 1903, enfin la onzième avec vingt-neuf vol., de 1910 à 1911.

(2) Ces fascicules publiés chez Teubner en 1908 et 1910, ont respectivement pour auteurs et pour titres : Sir G. H. Darwin in Cambridge und S. S. Hough in Capstadt, *Bewegung der Hydrosphäre*; F. R. Helmert in Potsdam. *Die Schwerkraft und die Massenverteilung der Erde.*

(3) *Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond.* Berlin, 1907 et 1911 (Veröffentlichung des königl. Preuszischen Geodätischen Institutes. Neue Folge, nos 32 et 49).

(4) *Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers unter dem Attraktions einfluss des Mondes am Zöllnerschen Horizontalpendeln.* Astr. Nachr., n° 4446, t. CLXXXVI (Octobre 1910). Voir aussi le Bulletin de l'Académie des sciences de St-Pétersbourg, 1910, p. 775.

(5) *Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheits-Koefficienten der Erde,* dans Gerland's Beiträge zur Geophysik, t. IX, 1909; *Ueber die Deformation des Erdkörpers,* dans Dr A. Petermann's geographische Mitteilungen. Août 1911.

attirent l'attention. Les matériaux qui concernent les variations des latitudes sont de loin les plus nombreux et sont souvent épars. Au fur et à mesure de leur publication, l'analyse des travaux y relatifs (ouvrages et articles divers, résultats d'observation ou mémoires théoriques) a bien été faite dans les revues spéciales et pour notre part, nous aurons soin de puiser, entre autres, dans les excellents comptes rendus de Radau parus dans le Bulletin astronomique et dont la *Mécanique céleste* de Tisserand, t. II, contient une synthèse jusqu'en 1891, synthèse qui a été en partie complétée par Janne.

Pendant ces derniers temps, deux savants éminents, Klein et Sommerfeld se sont même donné la peine, au grand avantage du progrès scientifique, d'exposer dans ses traits essentiels et en un langage clair et précis, la question de la variation des latitudes et ils ont été suivis dans cette voie par notre jeune et savant ami Janne, répétiteur à l'université de Liége et par Stapfer, de l'observatoire de Bordeaux. Janne a, en outre, considérablement étendu son étude, particulièrement au point de vue analytique.

Dans ce travail, nous aurons surtout en vue de faire connaître les résultats des observations. Nous renvoyons aux mémoires et aux ouvrages spéciaux pour le côté analytique des questions que nous traitons et aussi pour tout ce qui concerne la description des instruments, leur mode d'emploi, les corrections instrumentales, les renseignements fournis aux observateurs par le bureau central du service international, etc.

CHAPITRE I

DES VARIATIONS DE LA LATITUDE

§ 1. *Première période. Peut-on constater par l'observation une variation de latitude?*

Grâce surtout aux travaux d'Hipparque et de Bradley, on connaît depuis longtemps le phénomène de la précession des équinoxes et celui de la nutation de l'axe de l'équateur par rapport à l'axe de l'écliptique ; on sait d'ailleurs les expliquer par l'attraction du Soleil et de la Lune sur le renflement équatorial de la Terre.

On connaît aussi, depuis Euler, ce qu'on est convenu d'appeler la *nutation eulérienne*. On sait donc què si la Terre est regardée comme un solide absolument rigide, ayant pour ellipsoïde d'inertie, par rapport à son centre de gravité, un ellipsoïde de révolution autour de son petit axe; si, de plus, l'axe du couple résultant des forces extérieures est égal à zéro, les axes d'impulsion et de rotation instantanée restent, avec le petit axe de l'ellipsoïde d'inertie, dans le même plan et l'angle de ces deux derniers axes reste constant. En d'autres termes, depuis Euler, on connaît le phénomène de précession en vertu duquel, dans les hypothèses faites, l'axe instantané de rotation de la Terre ne ferait que tourner d'un mouvement uniforme en décrivant un cône circulaire droit autour du petit axe de l'ellipsoïde terrestre.

On sait encore depuis longtemps, grâce aux observations, que l'angle dont il vient d'être question, entre l'axe instantané de rotation et le petit axe de l'ellipsoïde terrestre, s'il existe, ne peut être que très petit, moindre qu'une seconde d'arc, et la théorie de la précession luni-solaire montre que le temps nécessaire pour un tour complet est d'environ 305 jours sidéraux.

Mais, par définition, la latitude d'un lieu sur la Terre est l'angle de la verticale de ce lieu avec l'axe instantané de rotation. Si l'axe instantané se déplace par rapport à la Terre, il en résulte évidemment une variation dans la latitude de tous les points situés à la surface de notre globe. Et tout en acceptant que les hypothèses faites à l'occasion de la nutation eulérienne ne soient pas réalisées en pratique, on pouvait se demander si les observations ne permettraient pas de déceler une variation dans la latitude de tel ou de tel observatoire.

Dès le commencement du XIX^e siècle [1], Carlo Brioschi en 1820, Bessel et Pond vers la même époque, puis Airy, se basant exclusivement sur des données d'observations, avaient soupçonné la variabilité des latitudes.

En 1844, Peters [2] détermina par les observations l'angle du

---

[1] D'après Radau, dans Tisserand, *Mécanique céleste*, II, p. 490.

[2] Cf. *Resultate aus den Beobachtungen des Polarsterns*, dans les BULLETINS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE ST-PÉTERSBOURG, 1844 et dans les ASTRON. NACHR., n° 512, ainsi que *Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes*, dans les MÉMOIRES DE L'OBSERVATOIRE DE ST-PÉTERSBOURG, t. I, 1853.

petit axe d'inertie avec l'axe instantané de rotation et obtint pour cet angle 0''079. Nyren [1] arrive à un chiffre moyen très voisin de celui de Peters et la discussion de dix années (1868-1877) d'observations de l'étoile polaire à Greenwich conduit Downing [2] à la même valeur à peu près.

En France, Villarceau fait dresser par Gaillot, chef du Bureau des calculs de l'observatoire de Paris, un relevé de 1077 observations de latitude faites au cercle de Gambey de 1856 à 1861 et il constate, dès 1867 [3], une différence de près d'une demi-seconde entre les latitudes observées ; ultérieurement, en 1878 [4], Gaillot publie lui-même le détail des données numériques.

En Belgique, Folie insère en 1881, dans les BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, etc., 2e série, un article intitulé *Sur la cause probable des variations de la latitude et du magnétisme terrestre* ; en 1882, il envoie à l'Académie des Sciences de Paris un mémoire [5] intitulé « Théorie du mouvement diurne de l'axe du monde » et en 1883, il présente à l'Académie de Belgique un autre mémoire [6] ayant pour titre : « Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde ». Ces travaux sont suivis de toute une série d'autres s'occupant de la nutation diurne et de la variation des latitudes [7]. L'exactitude des calculs, de certaines conclusions théoriques et de l'interprétation des résultats d'observation, a été vivement contestée de divers côtés [8], spécialement vers 1890.

---

(1) Cf. *Bestimmung der Nutationsconstante*, dans les BULL. DE L'ACAD. DES SCIENCES DE ST-PÉTERSBOURG, 1871 et *Die Polhöhe von Pulkowa*, mêmes BULLETINS, 1873.

(2) *The possible ten month period of variation in latitude*, dans les MONTHLY NOTICES, 1880.

(3) COMPTES RENDUS, 23 décembre 1867.

(4) COMPTES RENDUS, 4 novembre 1878.

(5) On en trouve un extrait dans les COMPTES RENDUS, 24 juillet 1882.

(6) Cf. MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DE BELGIQUE, t. XLV, 1884.

(7) Lecointe a publié, en tête de l'ANNUAIRE ASTRONOMIQUE POUR 1908, un aperçu biographique sur Folie, ainsi qu'une liste de ses travaux.

(8) On peut consulter à ce sujet les objections de Radau et de Tisserand dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1890, celles de Krueger, Lehmann-Filhès, Kobold, Herz, dans les ASTR. NACHR. et les répliques de Liagre et de Ch. Lagrange,

De même que Brioschi en 1820, Fergola en 1871 émet des doutes sur la constance de la latitude de l'observatoire de Naples et en 1883, il fait parvenir à l'Association géodésique internationale réunie à Rome, une proposition que nous transcrivons *in extenso*, ainsi que la discussion dont elle a été l'objet, et cela malgré leur longueur, parce que, comme nous le verrons, les points essentiels de cette discussion ont conservé jusqu'aujourd'hui tout leur intérêt.

Voici d'abord comment était conçue la proposition de Fergola (¹) :

« Les pôles de l'axe de rotation de la Terre peuvent-ils être regardés toujours comme sensiblement fixes à la surface de notre planète, ou bien sont-ils assu-

---

dans les BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, LETTRES, ET BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

Cela ne veut pas dire, bien entendu, que théoriquement, même dans le sens Folie, il n'y ait aucune nutation diurne (ou semi-diurne) de l'axe instantané de rotation. [Cf. Tisserand, *Mécanique céleste*, II, pp. 494-499], mais ces nutations sont si petites qu'elles ne paraissent pas décelables par les observations. Les observations actuelles permettent bien de constater des variations continues de la latitude, mais, comme nous le verrons, ces variations sont généralement attribuées à l'élasticité de la Terre, à des déplacements de matière à la surface ou à l'intérieur de notre globe, aux déviations journalières de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil, et jusqu'à présent du moins, l'état de la science n'a pas permis d'y retrouver une part qui reviendrait aux causes que Folie avait plus particulièrement en vue : une faible différence entre les moments principaux d'inertie de la Terre dans le plan équatorial, la constitution interne de notre globe, telle qu'il se la représentait, etc.

Si ses travaux n'ont pas reçu du monde scientifique l'accueil qu'il en attendait, il faut cependant reconnaître que Folie a fait preuve d'une grande énergie et même, dans une certaine mesure, d'une réelle compétence. C'est avec raison qu'il estimait que certaines théories, par exemple, celles de la précession et de la nutation, devront être remaniées et qu'il y a lieu d'apporter une correction à certaines constantes de l'astronomie, par exemple, à la constante de Struve, généralement adoptée, relative à l'aberration. A l'observatoire royal de Belgique, dont il était le directeur depuis 1885, il avait fait installer une lunette zénithale en vue des variations de latitude, qu'il regardait comme pouvant aussi être déterminées par les variations du méridien astronomique relativement au méridien géographique. Cette lunette n'a pas été utilisée, Folie ayant été amené, peu de temps après, à demander sa retraite pour motifs de santé.

(¹) *Procès-verbaux des séances de la VIIᵉ Conférence générale de l'Association géodésique internationale tenues à Rome du 15 au 24 octobre 1883*, p. 157.

jettis, pour causes géologiques diverses, à de très petits mouvements, appréciables toutefois à nos instruments les plus précis, avec les méthodes d'observation très exactes de l'Astronomie moderne ?

» Une solution définitive de cette question, dans les limites de précision que comportent à présent les déterminations de latitude, pourrait être évidemment obtenue en exécutant de ces déterminations dans plusieurs lieux convenablement choisis pour le but dont il s'agit, pourvu que les observations soient faites avec des instruments et des méthodes uniformes, à des époques suffisamment éloignées.

» Quels que soient les résultats de ces études, ils auront en tout cas leur importance pour le progrès de la science, soit que l'on soit amené à conclure, selon l'opinion du plus grand nombre des savants, que les pôles de l'axe de rotation doivent être regardés comme sensiblement fixes à la surface de la Terre, soit que l'on démontre quelques très-faibles mouvements de ces points, déjà soupçonnés par quelques astronomes, en vue des résultats obtenus dans plusieurs observatoires sur les valeurs des latitudes.

» Si l'on pouvait discuter dans la Conférence générale de l'Association géodésique un programme d'observations à faire dans le but énoncé, certainement les astronomes des observatoires les mieux placés pour cette recherche seront, par cela même, engagés à l'étude du problème que je viens de rappeler. »

M. le Président, disent les *Procès-verbaux* susvisés (1), nomme une commission chargée de s'occuper de cette question et de faire rapport à la Conférence. Avec l'assentiment de la Conférence, M. le Président désigne, pour faire partie de cette Commission, Messieurs *v. Bakhuyzen*, *Christie*, *Cutts*, *Schiaparelli* et *Villarceau* qui se déclarent prêts à accepter le mandat.

Voici maintenant le rapport remarquable fait, à ce propos, par Schiaparelli (2), ainsi que la discussion et la résolution qui en ont suivi la lecture.

« ***RAPPORT*** *sur le projet d'opérations proposé par M. le professeur Fergola dans la séance du 16 octobre 1883 pour l'étude des mouvements de l'axe de rotation de la Terre dans son intérieur, et des variations des latitudes qui en dépendent.*

MESSIEURS,

Notre honorable collègue M. le Professeur Fergola, propose à la conférence de rechercher si les pôles de l'axe de rotation de la Terre peuvent être regardés comme sensiblement fixes à la surface de notre planète, ou bien, si, par l'action de causes diverses (principalement géologiques) ils sont sujets à des

---

(1) Voir la note précédente, même page des *Procès-verbaux* etc.
(2) Pp. 206-213 des *Procès-verbaux* mentionnés aux deux notes précédentes.

mouvements appréciables à nos instruments les plus précis et en employant les procédés les plus exacts de l'Astronomie moderne.

» C'est un grand problème qui intéresse la Géodésie aussi bien que l'Astronomie et la Géologie, et qui paraît très digne de notre considération : mais c'est en même temps un sujet qui présente des incertitudes et de graves difficultés de nature théorique et pratique. Ces incertitudes et ces difficultés, il nous a fallu les discuter, du moins en partie, et autant que les circonstances pouvaient le permettre dans le peu de temps que nous avons eu à notre disposition. Dans ce but M. le Professeur v. Bakhuyzen, que nous avions choisi comme notre Président, a appelé M. Fergola dans le sein de la Commission, pour en recevoir d'autres éclaircissements. Votre Commission vous propose maintenant l'adoption du projet en question; mais elle pense qu'il est de son devoir de justifier en même temps cette résolution par un court exposé des raisons qui ont été examinées pour et contre. Car on pourra peut-être abréger la discussion de la Conférence, en écartant dès le commencement certaines objections qui se présentent naturellement dans un sujet aussi intéressant que difficile.

» Et d'abord, pour ce qui regarde la question de principe, M. Fergola propose d'examiner la stabilité de l'axe de rotation en recherchant, par des observations aussi exactes que possible, si les latitudes terrestres sont réellement aussi invariables qu'on l'a supposé jusqu'à présent. Or la latitude d'un lieu peut changer aussi bien par l'effet d'une variation de la verticale, que par l'effet d'un changement de direction dans l'axe de rotation dans l'intérieur de la Terre. Si nous supposons que dans le voisinage de la station considérée ait lieu un déplacement de masses considérables produit par des causes géologiques : ce déplacement pourra produire une petite variation dans la verticale, en changeant la direction de la gravité : en même temps il pourra changer un peu la direction de l'axe du moment maximum d'inertie du globe terrestre, et par conséquent la direction aussi de l'axe de rotation. Ainsi la variation observée dans la latitude sera l'effet composé d'un déplacement de la verticale et d'un déplacement de l'axe de rotation. On s'est demandé de quelle manière il sera possible de séparer ces deux effets l'un de l'autre.

» A ceci on a répondu, que la variation de la verticale ne peut être sensible que dans la proximité de la région où se produit le phénomène géologique : cette variation sera par conséquent un fait local, qui pourra altérer les latitudes sur un espace relativement petit. Au contraire le changement de direction de l'axe est un fait de nature générale, qui changera la latitude dans toutes les régions de la Terre, suivant une loi simple et régulière, qu'il est facile de déterminer. Si donc on a considéré la latitude, non d'un seul endroit, mais d'un nombre assez considérable de points convenablement espacés entre eux, ainsi que M. Fergola le propose, il est à espérer qu'on réussira à dégager le fait général, relatif au déplacement de l'axe, de la foule des faits particuliers relatifs aux différentes verticales des lieux d'observation, de la même manière à peu près qu'on a réussi à dégager, parmi les mouvements spéciaux des étoiles fixes, le mouvement général apparent dû à la progression du système solaire : avec la différence que dans notre cas cela se fera probablement avec beaucoup plus

de facilité et d'exactitude. Ajoutons à cela, que la constatation bien certaine d'une variation séculaire sensible dans une seule latitude serait déjà un premier pas très important pour l'avancement de l'étude qu'on se propose, même lorsqu'on ne pourrait pas arriver à une solution complète de la question elle-même.

» Un autre point préliminaire très important était d'examiner, si les présomptions que nous peut fournir l'état présent de la théorie sur un déplacement mesurable de l'axe sont assez fortes pour encourager des tentatives faites dans le but de le constater par l'observation. Personne ne doute, en effet, que l'axe de rotation ne soit sujet à de petits balancements produits par des mouvements petits et grands de matière à la surface de la Terre, et peut-être aussi dans son intérieur : la vraie question est de savoir si ces mouvements peuvent jamais devenir assez grands et continuer assez longtemps dans la même direction pour devenir en quelque manière sensibles à nos instruments. A cet égard il faut remarquer, que, d'après les observations très délicates faites à Poulkova et ailleurs, à de différentes époques, on a trouvé que l'axe effectif ou instantané de rotation suit (du moins à notre époque) de très près l'axe principal du moment maximum d'inertie ; que le cercle, que le pôle de rotation effective devrait décrire autour du pôle d'inertie dans une période de 305 jours, suivant la théorie de la rotation des corps libres, est d'un rayon extrêmement petit, de trois ou quatre mètres au plus, et peut-être encore beaucoup moindre. La question du déplacement de l'axe de rotation dès lors est réduite à celle du déplacement de l'axe principal d'inertie, qui en diffère d'une quantité inappréciable.

» Maintenant la recherche théorique du degré de mobilité, auquel l'axe principal d'inertie peut être sujet en conséquence des mouvements géologiques, a été faite plusieurs fois, et encore dernièrement d'une manière la plus complète par le Prof. Georges Darwin : les résultats numériques auxquels on est arrivé ne paraissent pas bien propres, au premier abord, à nous engager dans la voie proposée par M. Fergola. En effet on a trouvé que pour obtenir seulement des variations d'une seconde par siècle dans la direction de l'axe d'inertie, il faut supposer à la surface terrestre des mouvements de matière tout-à-fait hors de proportion avec ceux qu'on observe réellement. C'est en s'appuyant sur cette base, que les astronomes ont toujours refusé d'admettre, dans la position des pôles sur la terre, des variations tant soit peu considérables, et qu'ils ont toujours opposé une complète incrédulité aux hypothèses imaginées par quelques géologues pour expliquer certains résultats de leurs observations. Et il faut bien convenir, qu'en se plaçant à ce point de vue, la proposition de M. Fergola pourrait paraître dirigée vers la solution d'une question dont la réponse serait facile à prévoir.

» Mais qu'il me soit permis de remarquer ici, qu'une telle manière d'envisager la question n'est pas complète. Tous ces raisonnements ont pour base la supposition, que la Terre est un corps absolument rigide, et qu'elle n'a aucun pouvoir d'ajuster plus ou moins complètement sa figure à la position de l'axe de chaque moment. Si l'on suppose la Terre fluide ou du moins douée d'une plasticité suffisante, le problème se présente sous un aspect bien différent. Ce n'est pas ici

l'endroit de traiter la question sous cette nouvelle forme, qui du reste a été déjà examinée en partie par M. Darwin. Je dis seulement, que si la Terre était fluide dans son intérieur, il suffirait de supposer des actions géologiques tout-à-fait ordinaires pour expliquer des mouvements du pôle de plusieurs secondes par siècle, si l'observation les avait constatés

» Ainsi, de ce côté il faut regarder comme possibles des mouvements de l'axe de rotation, assez sensibles pour être reconnus à l'aide de nos moyens actuels. Il ne faut pas se dissimuler, que dans les derniers temps il y a une tendance à considérer la Terre comme un corps doué d'une grande rigidité : mais je ne pense pas que ce sujet soit déjà assez éclairci pour faire disparaître toutes les incertitudes et pour rendre inutiles des recherches capables d'éclairer cet autre côté de la question. J'oserai même dire, qu'en définitive c'est d'un examen rigoureux et complet de la question du déplacement des pôles, par la théorie et par l'observation à la fois, qu'on pourra acquérir des notions certaines sur l'état de cohésion de la matière à l'intérieur de la Terre, et jeter enfin la sonde mathématique dans ces profondeurs mystérieuses, qui ont paru jusqu'à présent à peu près inaccessibles à l'esprit humain.

» Pour ne pas abuser trop de votre temps, Messieurs, je passerai sous silence d'autres côtés du problème proposé, qui ne sont pas moins séduisants : par exemple sur la relation qui doit exister entre les mouvements de l'axe de rotation et les variations du niveau de la mer. Je passe à la partie pratique de la question, en demandant en premier lieu : avons-nous des indices bien suffisants d'un changement des latitudes, pour entreprendre des recherches si étendues et si laborieuses ? Et s'il faut s'occuper de la constance des latitudes, pourquoi ne pas s'en tenir aux déterminations qu'on en fait continuellement dans les grands Observatoires, où ces déterminations sont l'objet d'une préoccupation continuelle et des travaux les plus soignés ?

» Messieurs, l'Astronomie a fait dans le dernier siècle des progrès si rapides dans la partie instrumentale et pratique, qu'il n'existe dans aucun observatoire un instrument, avec lequel on ait déterminé exactement la latitude pendant un intervalle un peu long, de 50 ans par exemple. Et même lorsque l'instrument est resté le même pendant un intervalle moindre, les circonstances ont changé souvent ; on a refait le bâtiment, élargi les trappes, changé les cercles ou fait des trous dans le cube central, déplacé les thermomètres, etc. Ajoutez les changements dans les méthodes d'observation, dans les constantes de réduction, les erreurs variables, constatées ou négligées, dans les instruments météorologiques ou dans les tables qui servent au calcul de la réfraction. Enfin les observateurs, ces instruments vivants, changent aussi par la force inévitable des choses. Il est évident, d'après cela, que les mesures modernes ne peuvent être comparées aux anciennes, qu'à l'aide d'une étude toujours plus ou moins incertaine et souvent impossible des nombreuses causes d'erreur, qui ont toujours rendu si difficile la détermination des latitudes absolues. Aussi faut-il bien avouer, que la diminution indiquée par les latitudes récentes de plusieurs Observatoires, en comparaison avec des latitudes analogues déterminées au commencement de ce siècle, ne donnent pas d'indices bien con-

cluants. M. l'Astronome Royal d'Angleterre nous a fait remarquer, que la diminution de la latitude de Greenwich, accusée par la comparaison des observations actuelles avec celles de Bradley suivant le calcul de Bessel, n'est point confirmée par la discussion des observations des derniers 40 ans, publiée dans le Tome XLV des Mémoires de l'Astronomical Society. La seule série qui témoigne avec quelque poids en faveur d'une variation sensible des latitudes, est celle des latitudes observées à Poulkova pendant à peu près 25 ans, au grand cercle vertical d'Ertel : série dont l'homogénéité ne paraît rien laisser à désirer, à l'exception de l'identité des observateurs, qui manque ici comme partout ailleurs. En réduisant par une méthode uniforme toute cette série, M. Nyrèn a trouvé des discordances, qu'il ne saurait autrement expliquer, que par une diminution progressive et uniforme de la latitude, d'environ une seconde par siècle. Le résultat, qui est digne d'une grande attention, pourrait être vrai, sans être en contradiction avec la constance de la latitude de Greenwich qui résulte des recherches de l'Astronome Royal. Car il est évident que les effets d'un mouvement du pôle ne sont pas les mêmes sous tous les méridiens terrestres ; et la différence de longitude entre Greenwich et Poulkova est d'environ 2 heures.

» Le projet de M. Fergola a pour objet principal d'éliminer toutes ces nombreuses incertitudes et difficultés qui s'attachent aux latitudes absolues, en appliquant ici le même principe qui a été si utile dans les observations du pendule et dans une foule d'autres recherches; c'est-à-dire, en réduisant la question à des déterminations relatives, et à la mesure facile et exacte de petites différences. Dans ce but, M. Fergola choisit plusieurs couples d'observatoires placés, à peu de minutes près, sous le même parallèle, mais très éloignés en longitude, par exemple Rome et Chicago, dont la différence en longitude est de 6 h. 40 m., tandis qu'en latitude ils diffèrent seulement d'environ 4 minutes d'arc. Si maintenant nous supposons deux observateurs avec des instruments identiques, occupés à déterminer les deux latitudes par l'observation simultanée (à quelques heures ou à quelques jours près) des mêmes étoiles, la différence de ces latitudes sera évidemment indépendante des déclinaisons des étoiles observées. Et si les deux instruments sont deux instruments de passage bien solides et bien symétriques, contrôlés en azimut par des mires, employés dans le premier vertical à la manière de *W. Struve*, on pourra éviter, non seulement les erreurs de réfraction et l'effet de leurs anomalies, en observant pendant une année entière ; mais aussi les erreurs des divisions des cercles, des vis micrométriques, et des flexions de la lunette, et enfin aussi ceux de la flexion de l'axe, et les irrégularités des tourillons, pourvu que leur construction permette non seulement de retourner avec facilité et sûreté la lunette, mais aussi d'alterner la position des coussinets eux-mêmes. En observant un nombre suffisant d'étoiles près du zénith, on pourra déterminer la petite différence des deux latitudes avec beaucoup de précision, et cette précision pourra encore être augmentée considérablement en supprimant les erreurs personnelles par l'échange des observateurs et des instruments, exactement comme on le fait pour les différences de longitude. Il y a plus : si les mouvements propres des

étoiles employées sont assez exactement connus, on pourra même employer un seul observateur pour les deux stations, en le faisant observer successivement dans l'une et dans l'autre, pourvu que l'intervalle n'excède pas une année. Avec une bonne organisation du système d'observation, il est certain que la différence des latitudes pourra être obtenue avec une précision tout-à-fait comparable à celle qu'on peut obtenir dans la détermination de la constante de l'aberration par des observations de la même espèce, c'est à dire à quelques centièmes de seconde près. C'est une précision peut-être dix fois plus grande que celle d'une latitude absolue. En répétant ces observations une seconde fois on pourra constater, au bout de 30 ou 40 ans, des variations qui exigeraient plusieurs siècles pour être reconnues à l'aide des méthodes ordinaires ([1]). Lorsque ces variations de la différence des latitudes seront bien constatées pour plusieurs couples d'observatoires, il n'y aura pas la moindre difficulté à en déduire la solution du problème proposé sur l'invariabilité des latitudes.

» Tel est, en général, le principe des opérations proposées par M. Fergola : les détails ultérieurs pourront être étudiés par les personnes qui seront chargées de mettre ce projet en exécution. Il ne serait peut-être pas nécessaire de faire ces observations exclusivement dans les observatoires permanents : on pourrait choisir d'autres couples de stations placées à peu près sur le même parallèle, ou exactement sur le même parallèle si l'on veut, à des intervalles en longitude de trois à douze heures. Cependant la considération exposée par M. Fergola à ce sujet mérite d'être remarquée : c'est à dire, que les observatoires étant des institutions durables, on aurait plus de chance en les choisissant, de voir répéter les observations par nos successeurs au bout de longs intervalles de temps. C'est pourquoi nous croyons devoir borner à présent le plan des opérations aux cinq couples proposés par M. Fergola.

Observatoires	*Différ. de latitude*	*Différ. de longitude*
Cap de Bonne Espérance-Sydney . . .	4′22″	8 h. 51 m.
Santjago-Windsor (Australie)	9′47″	9 h. 14 m.
Rome-Chicago	3′53″	6 h. 40 m.
Naples-New-York (Columbia Coll.) . . .	6′22″	5 h. 53 m.
Lisbonne-Washington	11′ 7″	4 h. 31 m.

» Rien n'empêche cependant d'augmenter cette liste, et même de l'élargir en admettant des différences de latitude un peu plus grandes. On pourra, si l'on veut, employer aussi des stations temporaires, en fixant leur emplacement par des repères indestructibles. C'est surtout dans les États-Unis d'Amérique, dans la Russie d'Europe et d'Asie, et dans le Japon qu'on pourrait espérer trouver d'autres correspondances semblables aux précédentes, et même de les créer, si

([1]) Cela suppose naturellement, que les conditions moyennes de la localité, autant qu'elles influencent les anomalies des réfractions, restent les mêmes pendant tout l'intervalle.

elles n'existaient pas. Pour ce qui concerne les États-Unis, M. le Général Cutts nous a fait espérer le concours puissant du Coast-and Geodetic-Survey.

» Comme conséquence de toutes les considérations qui viennent d'être exposées, nous avons l'honneur de vous recommander les résolutions suivantes :

I. Que le Bureau Central envoie à tous les observatoires et à toutes les institutions qui s'occupent de travaux géodético-astronomiques une copie de la proposition de M. Fergola et du présent Rapport;

II. Que pour les observatoires nommés dans le plan proposé par M. Fergola et pour le Coast-and Geodetic-Survey des États-Unis, cet envoi soit accompagné par une lettre spéciale contenant une invitation à coopérer à l'exécution de ce plan.

Villarceau,
v. Bakhuyzen,
Cutts,
Schiaparelli *(rapporteur)*.

La discussion étant ouverte, M. v. Bakhuyzen explique que M. Christie, ayant dû partir hier soir, n'a pas pu signer le rapport de la Commission, mais qu'il en approuve les conclusions.

» M. Respighi est d'avis que la commission a eu tort de recommander exclusivement la méthode des passages au premier vertical pour la détermination des latitudes ; en effet on n'obtient pas ainsi une véritable méthode différentielle, mais on doit toujours comparer les deux latitudes absolues du couple d'observatoires. Pour obtenir ces latitudes, il estime que sa méthode d'observer des étoiles voisines du zénith au Nord et au Sud, à la fois directement et par réflexion dans un bain de mercure, est préférable ; par cette méthode on s'affranchit de toutes les erreurs qui compromettent les résultats des observations ordinaires des distances zénithales, telles qu'on les pratique ordinairement dans les observatoires ; car on échappe ainsi aux erreurs de division des cercles, à l'incertitude du nadir, des déclinaisons et de la réfraction. Aussi les résultats qu'il a obtenus, pour la latitude de son observatoire, par différents couples d'étoiles zénithales observées directement et par réflexion, ne diffèrent que de quelques centièmes de seconde, tandis que, avec la méthode ordinaire, il existe une incertitude de plus d'une seconde. La méthode du 1er vertical, tant prônée par les astronomes Russes et Allemands, n'est pas appréciée au même point par les Anglais.

» M. Schiaparelli croit que cette question de la valeur relative des deux méthodes ne peut pas se résoudre ici par des arguments, mais seulement par la comparaison des résultats bien établis, obtenus par elles. Or W. Struve a déterminé la constante de l'aberration, par la méthode du 1er vertical, avec une très haute précision qui ne saurait être mise en doute. Les observations méridiennes par contre, même de premier ordre, comme celles de Greenwich, montrent toujours des différences de 1″ et plus, entre les résultats des différentes années.

» M. Faye envisage que les deux méthodes mentionnées sont bonnes ; celle

des passages au 1^{er} vertical pourrait même être perfectionnée, en éliminant l'équation personnelle par l'emploi de la photographie.

» Quant au fond de la question, M. Faye croit l'idée de M. Fergola heureuse, bien qu'il doute qu'on trouve ainsi des variations du pôle appréciables ; si l'on remonte aux observations des solstices par les anciens, p. ex. à celles d'Eratosthène à Syène et à Alexandrie, qui étaient exactes à quelques minutes près, et qu'on les compare aux modernes, on arrive à une variation au dessous de $^1/_7{}''$ par an. D'un autre côté M. Faye croit pouvoir même invoquer la constance des zones de végétation autour du pôle comme argument pour son invariabilité. Mais tout en étant convaincu de celle-ci, il approuve les recherches proposées par M. Fergola et recommandées par la Commission.

» M. Respighi ne voudrait nullement exclure la méthode du 1er vertical ; mais il croit qu'on devrait laisser les observatoires auxquels on s'adressera pour l'exécution de ces recherches, libres d'employer les moyens qui leur semblent les plus propres pour arriver aux meilleures latitudes absolues. Il aimerait en même temps qu'on leur recommandât de rechercher si, dans leurs anciennes observations, il ne s'en trouve pas qui puissent être utilisées.

» M. Ferrero estime que ce serait rejeter les propositions de la Commission qui reposent essentiellement sur l'identité des moyens employés dans les observatoires de chaque couple, si l'on voulait combiner les résultats de différentes méthodes et de différents instruments.

» M. Loewy approuve le principe des propositions de la Commission, mais il croit qu'on pourrait donner satisfaction aussi à celle de M. Respighi. M. Loewy envisage la méthode des observations méridiennes comme la meilleure pour la détermination des latitudes, pourvu qu'on sache se préserver de certaines sources d'erreur, parmi lesquelles il croit qu'une des principales est la détermination du pôle par les passages supérieurs et inférieurs des circompolaires, ce qui expose à l'influence de la différence de réfraction de jour et de nuit. Avec la méthode que M. Loewy a publiée, qui dispense de l'observation des deux passages au méridien et n'emploie que des observations nocturnes, on y échappe.

» M. Schiaparelli explique que la méthode du 1er vertical n'a été citée par la Commission que comme exemple ; il admettrait volontiers toutes les méthodes qui sont susceptibles d'une précision suffisante, pourvu qu'on les applique, dans les deux observatoires combinés, de la même manière et qu'on échange les instruments et si possible les observateurs, pour maintenir l'identité des circonstances dans les deux stations.

» Après quelques observations échangées encore entre MM. Respighi, Loewy, v. Bakhuyzen et Schiaparelli sur les mérites et les difficultés des différentes méthodes, MM. Hirsch et Ferrero estiment qu'avec la concession faite par M. Schiaparelli, il n'y a plus lieu de continuer la lutte entre le méridien et le 1er vertical. Suivant leur proposition, la Conférence adopte d'abord, par 24 voix, la proposition de M. Respighi, de pouvoir employer aussi les méthodes méridiennes, à la condition que les résultats dans les deux observatoires conjugués, soient rendus comparables par l'échange des instruments. Ensuite les propositions de la Commission sont adoptées à l'unanimité par 28 voix. »

Les pages qui viennent d'être reproduites montrent à toute évidence que les astronomes de l'époque savaient très bien que les hypothèses conduisant au cycle eulérien peuvent ne pas être réalisées. Ils savaient, par exemple, que la Terre ne peut pas être, en fait, assimilée à un corps absolument rigide et que des déplacements de masse, soit à la surface de notre globe, soit à son intérieur, qu'ils soient dus à des causes météorologiques, géologiques ou autres, entraînent le déplacement des axes d'inertie et, par suite, celui de l'axe instantané de rotation.

On le voit, les astronomes d'aujourd'hui ne pourraient mieux dire. Ils savent seulement en plus que, du fait de la non-rigidité parfaite de la Terre, autrement dit, de son élasticité, le cycle théorique de 305 jours environ est remplacé par le cycle chandlérien de 430 jours environ, que des déplacements annuels de masse donnent naissance à un déplacement annuel de l'axe instantané, environ six fois plus grand que le déplacement correspondant du petit axe d'inertie, et cela, en vertu du principe de *multiplication* découvert par Radau en 1890; les astronomes actuels savent encore que les observations permettent aussi de constater, dans le déplacement de l'axe instantané à l'intérieur de notre globe, une partie apériodique, qu'on attribue naturellement à des causes elles-mêmes apériodiques.

De la discussion de 1883 rapportée ci-dessus, il résulte encore qu'à cette époque, les membres de l'Association géodésique internationale étaient d'accord sur les points suivants en vue de la recherche des variations de latitude :

1. Il y a lieu de faire des observations en des endroits situés à peu près sur le même parallèle;

2. Il convient que les observations se fassent sur les deux hémisphères;

3. On peut arriver à un bon résultat en faisant des observations d'étoiles lors de leurs passages au méridien; pour cet objet, on peut observer une même étoile (circompolaire ou zénithale) lors de ses deux passages au méridien, mais, pour éviter la différence de réfraction du jour et de la nuit, peut-être vaut-il mieux observer, dans le méridien, plusieurs étoiles à peu près en même temps.

4. La méthode de W. Struve pour la détermination de la lati-

tude par des observations d'étoiles dans le premier vertical est recommandable également.

Certes, les vœux de l'Association géodésique internationale n'ont pas été mis immédiatement à exécution; il est cependant bien remarquable qu'ils soient maintenant, comme nous le verrons, tous réalisés. Dans le service international des latitudes, on observe, en effet, en six stations réparties sur un même parallèle nord et en deux stations sur un même parallèle sud; on observe dans le méridien, non pas une même circompolaire à ses passages de jour et de nuit, mais des couples d'étoiles passant à peu près en même temps dans le méridien et à peu près à égale distance du zénith, conformément à la méthode d'Horrebow-Talcott. Enfin à Poulkovo [1], qui paraît bien être l'observatoire dont la participation libre à la détermination des variations de latitude est la plus efficace, on fait usage, pour les observations, de trois procédés : on emploie, non seulement la méthode Horrebow-Talcott comme au service international, mais encore la méthode d'observations méridiennes d'une même étoile, δ Cassiopée, voisine du zénith, et aussi la méthode de Struve, d'après laquelle les observations se font dans le premier vertical.

Ce sont ces circonstances bien remarquables qui nous font attacher un prix particulier aux pages précédentes, tirées des *Procès-verbaux de la septième Conférence de l'Association géodésique internationale* tenue à Rome en 1883 et qui nous ont engagé à les reproduire.

§ 2. *Les recherches se multiplient, les variations de la latitude paraissent mieux établies par l'observation.*

Malgré les résultats acquis, malgré l'intervention des hommes les plus compétents, beaucoup d'astronomes étaient sceptiques quant à la possibilité même de trouver de la question de la variations des latitudes, une solution quelque peu satisfaisante, les quantités à déterminer étant elles-mêmes de l'ordre des erreurs d'observation.

---

(1) Nous écrivons indifféremment, comme on peut le voir, « Pulkowa, Poulkovo, Poulkowa, Pulkova ».

Ce furent, semble-t-il, les travaux de Nobile ([1]) en 1885 et 1888 et ceux de Küstner ([2]) en 1888, qui forcèrent définitivement l'attention.

Nobile discutait les observations faites à Greenwich, Milan, Oxford, Poulkova et Washington et Küstner publiait les résultats de ses propres observations faites à Berlin du 2 avril 1884 au 28 mai 1886. Ce dernier avait eu en vue de déterminer le coefficient de l'aberration annuelle.

Les observations avaient été faites au cercle méridien, par la méthode de Horrebow-Talcott ([3]). Elles portaient Küstner à diminuer de 0″13 le coefficient classique 20″445 de W. Struve et d'autre part, une détermination récente de Nyrén, qui offrait beaucoup de garanties, montrait que ce coefficient doit plutôt être augmenté de 0″05. L'astronome berlinois pensa que l'anomalie pouvait s'expliquer par une variation de la latitude de son observatoire ; il lui sembla démontré que la latitude de Berlin avait été au printemps de 1884 de 0″20 plus forte qu'au printemps suivant.

Au Congrès de l'Association géodésique internationale tenu à Paris en septembre 1889, Albrecht rend compte des résultats obtenus pendant les huit premiers mois de l'année par quatre observatoires, Berlin, Potsdam, Prague et Strasbourg, qui ont entrepris de déterminer simultanément les variations de latitude par la méthode Horrebow-Talcott ; c'est la seule, d'après le rapport d'Albrecht, dans laquelle il n'y ait à craindre aucune erreur systématique diurne. Il donne des détails sur la manière dont les observations ont été conduites : on a formé 9 groupes comprenant chacun 8 ou 9 couples d'étoiles. On observait dans chaque soirée 2 groupes au moins, en commençant une demi-heure après

---

([1]) *Ricerche numeriche sulla latitudine del R. Osservatorio di Capodimonte*. Parte I, Napoli, 1885. — Parte II, Napoli, 1888. — Le même auteur publiait en 1890, la Parte III, des mêmes *Ricerche*.

([2]) *Neue Methode zur Bestimmung der Aberrations-Constante, nebst Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Polhöhe*. Berlin, 1888.

([3]) D'après une lettre de Pechüle à d'Abbadie (cf. BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1884, t. I, p. 328), la méthode dont il s'agit, généralement connue sous le nom de Talcott, est réellement due à Horrebow. Ce dernier, né le 14 mai (ancien style) 1679 en Danemark (à Lösgstör en Jylland) est mort à Copenhague, le 15 avril 1764. Il exposa la méthode dont il s'agit dans son livre *Atrium Astronomiæ*, qui fut publié la première fois en 1732 et en signala les avantages. Comme cette méthode a été employée avec succès par Talcott dans le *Coast Survey*, on lui en a attribué l'invention.

le coucher du Soleil et terminant à 2 heures du matin, pour ne pas imposer aux observateurs une gêne et une fatigue excessives. Les deux étoiles de chaque couple étaient à peu près d'égale grandeur ; la différence de leurs ascensions droites était comprise entre 3 m. et 15 m., celle de leurs distances zénithales méridiennes entre $\pm 12'$, et ces distances n'excédaient jamais 27°. On avait choisi les étoiles de façon à rendre à peu près nulle, dans chaque groupe, la moyenne arithmétique des différences des distances zénithales des deux composantes, et cela en vue d'éliminer la petite erreur provenant d'une connaissance imparfaite du tour de la vis micrométrique. Albrecht donne ensuite les instructions rédigées pour les observateurs, et le tableau des valeurs provisoires obtenues pour la latitude à Berlin et à Potsdam, pendant les six premiers mois de 1889. L'ensemble est très satisfaisant : ainsi, à Berlin, l'erreur de la latitude fournie par une soirée d'observation ne dépasse 0",20 que dans 3 séries sur 48, et l'erreur moyenne d'une soirée où l'on a observé 16 paires d'étoiles est seulement $\pm 0'',09$.

L'année suivante, la question est reprise au Congrès de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale qui s'est tenue à Fribourg en Brisgau, en septembre 1890. Il y est donné communication de deux notes imprimées, l'une d'Albrecht : ***Resultate der Beobachtungsreihen betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhen***, l'autre de Marcuse, ***Resultate der fortgesetzten Berliner Beobachtungsreihen betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhen.***

Tisserand, dans un article remarquable [1], en a donné un résumé assez complet, que nous transcrivons ici, parce qu'il fait bien connaître l'état de la question à cette époque et qu'il permet de se rendre compte, dans une certaine mesure, du procédé employé.

« Les observations ont été faites, à Berlin par M. Marcuse, à Potsdam par M. Schnauder, à Prague par MM. Weinek et Gruss, enfin à Strasbourg par M. Kobold; elles embrassent dans chaque station un nombre de couples d'étoiles variant de 1400 à 1700, et comprennent toute l'année 1889 et les trois premiers mois de 1890. La discussion a montré que la précision de la série de

---

[1] *La question de la variabilité des latitudes devant l'Association géodésique internationale*, dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1890, pp. 341-352.

Strasbourg laissait beaucoup à désirer (on a attribué ce fait à un mauvais fonctionnement du niveau) et qu'elle devait être complètement écartée. On a déterminé pour les trois autres stations les erreurs de fermeture pour chaque groupe d'étoiles, quand on l'a réobservé au bout d'une année. Ici quelques indications sont nécessaires : si l'on pouvait observer toute l'année, le jour aussi bien que la nuit, le même couple d'étoiles, on aurait immédiatement les variations de la latitude, indépendamment des erreurs des déclinaisons absolues des deux étoiles, pourvu que l'on connaisse exactement les variations de ces déclinaisons pendant tout l'intervalle des observations ; ces variations proviennent, comme on sait, du mouvement de l'axe terrestre (précession et nutation), de l'aberration, de la parallaxe annuelle et du mouvement propre. Il est impossible d'opérer ainsi, et cela pour deux raisons : en premier lieu, la faiblesse des lunettes employées ne permettrait pas d'observer les deux étoiles pendant le jour; mais surtout, on ne pourrait réunir qu'un nombre trop restreint d'observations. C'est pour éviter ces inconvénients qu'on a décidé de former un certain nombre de groupes (9), comprenant chacun 8 ou 9 couples d'étoiles. On comprend déjà que, en faisant des moyennes, on puisse remplacer les couples de chaque groupe par un seul couple idéal. Il faut montrer maintenant comment on peut trouver les différences des déclinaisons moyennes de chacun de ces couples, de manière à pouvoir ramener les choses à ce qu'elles auraient été si l'on n'avait observé constamment qu'un seul et même couple. On y est arrivé en observant pendant la même nuit, et pendant un certain temps, d'abord les groupes (I) et (II), puis (II) et (III),... et enfin (IX) et (I). On a pu trouver les différences des groupes pris deux à deux, par des observation faites dans la même soirée, donc indépendamment des variations de la latitude. En faisant la somme des différences, on revient au point de départ, et l'on obtient une somme qui devrait être nulle; elle ne l'est pas en réalité, et sa valeur constitue l'erreur de fermeture. M. Albrecht a obtenu ainsi les erreurs suivantes :

	Berlin	*Potsdam*	*Prague*
	″	″	″
(I)-(I)	— 0,43	— 0,16	
(II)-(II)	— 0,41	— 0,28	— 0,12
(III)-(III)	— 0,24	— 0,33	— 0,25
(IV)-(IV)	— 0,16	— 0,36	— 0,27
(V)-(V)			— 0,42

soit en moyenne, pour les trois stations, — 0″31, — 0″28 et — 0″27. Ces différences sont sensiblement plus fortes qu'on ne devait l'attendre de la précision des observations ; la presque égalité des trois moyennes indique, en dehors des erreurs accidentelles, l'existence d'une cause d'erreur commune aux trois stations. M. Küstner en voit une de cette nature dans l'inexactitude de la constante employée pour l'aberration ; en effet, si l'on augmentait cette constante de 0″07, on ferait disparaître presque entièrement les erreurs moyennes de fermeture, et cette augmentation vient à l'appui des recherches de M. Nyrén. Quoi qu'il en soit, la compensation des erreurs de fermeture a donné les corrections suivantes, qui permettent de passer de chaque groupe au suivant :

	Berlin	Potsdam	Prague
	"	"	"
(II)-(I)	+ 0,03	— 0,07	
(III)-(II).	+ 0,13	0,00	— 0,08
(IV)-(III)	+ 0,08	0,00	— 0,02
(V)-(IV)	+ 0,05	+ 0,06	— 0,05
(VI)-(V).	+ 0,03	+ 0,04	+ 0,03
(VII)-(VI)	+ 0,04	+ 0,03	+ 0,02
(VIII)-(VII)	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,03
(IX)-(VIII).	+ 0,03	+ 0,04	+ 0,03
(I)-(IX)	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,02
(II)-(I)	+ 0,01	+ 0,05	+ 0,08
(III)-(II)	— 0,04	+ 0,05	+ 0,06
(IV)-(III)	0,00	+ 0,03	+ 0,04
(V)-(IV)			+ 0,10

» Ces corrections n'atteignent 0″1 que deux fois. Les résultats des observations ont été représentés graphiquement par trois courbes, dans lesquelles on a fait figurer seulement les moyennes de plusieurs jours consécutifs, en vue d'atténuer l'influence des erreurs accidentelles. Les courbes sont à très peu près parallèles pour les trois stations; elles accusent en particulier toutes les trois une diminution de la latitude, d'environ 0″5, du mois d'août 1889 à celui de février 1890. Afin de montrer que les réductions de groupe à groupe ne sont pour rien dans cette diminution, M. Albrecht a construit des diagrammes donnant, de septembre 1889 à février 1890, les latitudes des trois observatoires, conclues simplement des observations du groupe I; ces diagrammes sont concordants et montrent bien la diminution de 0″,5, sur laquelle, dit M. Albrecht, il ne peut rester aucun doute. Il ajoute que, bien que les séries précédentes d'observations ne démontrent la variabilité des latitudes que pour une région limitée de l'Europe centrale, cependant la marche parallèle des courbes milite en faveur d'une cause générale dont l'influence doit se faire sentir à des distances beaucoup plus grandes.

» Dans la seconde Note, M. Marcuse rend compte des observations qu'il a continuées à Berlin du 15 avril au 30 août 1890; elles confirment nettement la phase d'augmentation de la latitude, déjà indiquée par les observations de février et mars. Le calcul des erreurs de fermeture paraît avoir été complété et modifié quelque peu; en voici le Tableau, en y joignant l'influence de la correction ΔA du coefficient A = 20″445 de Struve :

	"		"
(I)-(I)	— 0,20	+ 3,7ΔA	— 0,02
(II)-(II)	— 0,36	+ 3,7ΔA	— 0,19
(III)-(III)	— 0,34	+ 3,8ΔA	— 0,16
(IV)-(IV)	— 0,24	+ 3,9ΔA	— 0,05
(V)-(V)	— 0,23	+ 3,8ΔA	— 0,05
(VI)-(VI)	— 0,15	+ 3,8ΔA	+ 0,03
(VII)-(VII).	— 0,14	+ 3,7ΔA	+ 0,04
(VIII)-(VIII)	— 0,10	+ 3,7ΔA	+ 0,08
(IX)-(IX)	— 0,05	+ 3,7ΔA	+ 0,12

« Si l'on adopte avec M. Nyrén $\Delta A = + 0''047$, on trouve que les erreurs de fermeture se réduisent aux nombres contenus dans la dernière colonne du Tableau précédent ; trois de ces nombres sont supérieurs à 0''1 ; il reste en outre une allure systématique qui pourrait faire supposer qu'on n'a pas tenu compte de toutes les causes d'erreur ; peut-être aussi ces résidus ont ils encore besoin de petites corrections provenant de ce que les mouvements propres employés ne sont pas connus assez exactement. L'augmentation de la latitude est de 0'',4 dans l'intervalle considéré. En somme, l'ensemble des observations de Berlin indique une période voisine de l'année, bien que l'allure de la courbe ne soit pas tout à fait la même aux époques correspondantes des premiers mois de 1889 et 1890.

» Tisserand ajoute : « M. Küstner est revenu en détail (Astr. Nachr., n° 2993) sur ses observations de 1884-1885, et il donne les résultats suivants pour la latitude de son instrument :

1884, 32	52°30'16''73	$- 0{,}82\Delta A$
1884, 70	16''96	$+ 0{,}83\Delta A$
1885, 31	16''52	$- 0.85\Delta A$

» La différence des valeurs, aux printemps de 1884 et 1885, $- 0''21 - 0{,}03\Delta A$, est sensiblement indépendante de ΔA ; on voit en même temps la forte diminution, $- 0''44 - 1{,}68\Delta A$, survenue de l'automne de 1884 au printemps suivant. Pour ce dernier intervalle, il est curieux que les observations faites par M. Nyrén au cercle vertical de Poulkova donnent la diminution — 0''33 peu différente de la précédente ».

A la fin de son article, Tisserand s'exprime comme suit :

« Les résultats communiqués au Congrès de Fribourg ont fait faire un pas important à une question dont l'étude s'impose désormais aux astronomes. Dans chaque observatoire muni d'instruments convenables, l'observation des passages supérieurs de quelques belles étoiles culminant près du zénith, faite dans toutes les saisons, devrait mettre en évidence des variations de 0''5. Si cette constatation, appuyée par des méthodes diverses, se généralisait, les conclusions déjà formulées en recevraient une force nouvelle. Il serait curieux de voir comment varient l'amplitude et la phase du phénomène, quand on passe de l'hémisphère boréal à l'hémisphère austral, ou l'on considère deux stations situées, comme le demandait M. Fergola, par la même latitude et des longitudes très différentes.

» Il sera aussi bien intéressant de consulter la publication complète des observations et des réductions pour Berlin, Potsdam et Prague, de se rendre compte de la question très délicate du rattachement des groupes les uns aux autres, et de comparer les résidus groupés suivant la grandeur des distances zénithales.

» En admettant, ce qui semble dès maintenant très probable, que les variations sont réelles, il resterait à en trouver la cause.... »

Dès 1891, des observations sont faites à Honolulu, à l'antiméridien de Berlin.

« Dans une première note de 1894 [1], Marcuse compare les résultats qui se déduisent des deux séries d'observations simultanées, instituées dans cette station, par lui-même pour le compte de l'Association géodésique internationale et par Preston pour celui du Coast Survey des États-Unis, dans des conditions légèrement différentes. Les deux courbes sont concordantes, sinon dans les détails, du moins dans les moyennes mensuelles; deux fois seulement (janvier et mars 1892), ces moyennes présentent des écarts sensibles, qui sont respectivement de 0''08 et de 0''17. Ces anomalies s'expliqueraient, d'après Marcuse, par l'installation un peu défectueuse de l'instrument américain, plus exposé que l'autre à l'influence des perturbations atmosphériques. On a constaté, d'autre part, un certain nombre d'oscillations rapides, communes aux deux courbes d'Honolulu, mais qui ne se retrouvent que rarement (trois fois en tout) dans la courbe correspondante de l'antiméridien (station de Berlin). Il est probable que ces fluctuations étaient dues, le plus souvent, à des irrégularités de la réfraction. La station d'Honolulu avait été choisie sur la côte, au pied d'une chaîne de montagnes de 600 mètres d'élévation, qui la dominait du côté du Nord. Ces sortes d'anomalies accidentelles se compensent dans les moyennes, mais elles diminuent la précision intrinsèque des séries. Elles expliquent, dit Radau, auquel nous empruntons cette analyse [2], les mécomptes auxquels on s'expose en faisant usage de séries trop courtes ou discontinues. »

» Dans une seconde note [3] intitulée : *Die Bewegung des Nordpols der Erdaxe abgeleitet aus ... Polhöhenmessungen*, Marcuse donne les résultats de la discussion des observations de latitude, faites dans une série de stations, de 1891 à 1894; résultats qui ont été communiqués par Helmert au Congrès géodésique d'Inspruck. Ils sont figurés par deux courbes qui représentent les mouvements du pôle terrestre. L'une, qui comprend 15 mois (juin 1891-septembre 1892), est fondée sur les observations de sept stations : Poulkovo, Prague, Berlin, Strasbourg, Rockville, San Francisco, Honolulu; l'autre, qui comprend 21 mois (octobre 1892-juillet 1894), n'est fondée que sur les matériaux fournis par trois stations : Kasan, Strasbourg et Bethleem (Pensylvanie).

» Sur ces courbes sont marquées les positions du pôle pour le commencement de chaque mois. Elles montrent qu'il se déplace en marchant de l'ouest à l'est, sur une sorte de spirale elliptique lévogyre (en sens contraire de celui des aiguilles d'une montre), avec une vitesse variable. De 1891 à 1894, l'amplitude a toujours diminué, les spirales se sont rétrécies : en même temps, le grand axe de l'ellipse a tourné d'environ 90°, en passant du méridien de 70° E à celui de 160° E.

» Marcuse est d'avis qu'il suffirait d'organiser un service international dans quatre stations, distribuées d'une manière symétrique sur un même parallèle, pour établir avec certitude les déplacements du pôle et en déduire, pour un point quelconque de la Terre, les variations de la latitude dont la connaissance

---

(1) *Vergleichung der beiden... in Honolulu 1891-1892, ausgeführten Beobachtungsreihen*. In-4°, 5 p., avec 1 planche. Berlin, 1894.

(2) Bulletin astronomique, 1895, pp. 457 et 458.

(3) Berlin, 1894, in-4°, 6 p., avec 1 planche.

intéresse les astronomes. Un service permanent de ce genre permettrait de simplifier beaucoup le procédé d'observation et de s'affranchir des erreurs systématiques. »

Un rapport d'Albrecht de 1896 (1) a paru dans les Comptes rendus de la Conférence de l'Association géodésique internationale qui s'est tenue à Berlin en octobre 1895 ; il contient la discussion de nombreuses séries d'observations effectuées pendant les années 1890-1895, dans les stations suivantes : Kazan, Poulkovo, Vienne, Prague, Naples, Berlin, Potsdam, Bamberg, Kiel, Carlsruhe, Strasbourg, New-York, Bethléhem, Rockville, San Francisco, Honolulu.

A partir de cette époque, Albrecht fait, au nom du bureau central de l'Association géodésique internationale, un rapport annuel sur la question des variations de latitude.

Ceux qui s'intéressent à tous ces rapports successifs pourront les consulter directement ou se borner aux analyses qui en ont été régulièrement données par Radau dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE. Il en est de même de toute une série d'autres travaux relatifs à la même question et qui, dus à des observateurs ou non, apparaissent de tous côtés.

Pour nous, pour ne pas allonger indéfiniment cette étude, nous croyons préférable de nous en tenir dorénavant aux résultats essentiels.

§ 3. *Polhodie, période chandlérienne, période annuelle, terme z de Kimura.*

Polhodie. — Dans la question qui nous occupe et les observations ayant été jusqu'ici à peu près exclusivement faites dans l'hémisphère nord, on appelle *polhodie* la courbe décrite à la surface de la terre par le point d'intersection de cette surface, du côté septentrional, avec l'axe instantané de rotation.

Voici, dans ses grandes lignes, comment Albrecht obtenait d'abord cette courbe (2).

---

(1) *Bericht ueber den Stand der Erforschung der Breitenvariations.* Berlin, 1896, in-4°, 26 p. et 2 planches.

(2) Nous indiquerons au paragraphe suivant le changement survenu dans les observations lors de l'établissement, en automne 1899, du service international des latitudes. Comme on le verra, le moyen d'obtenir la polhodie a cependant été maintenu.

Les observations se font par groupes et les groupes se composent d'abord de 8 ou 9 couples d'étoiles ; on observe en même temps pendant plusieurs soirées deux groupes d'étoiles passant à peu près en même temps dans le voisinage du zénith. Cela étant, on détermine pour chaque série et en chaque lieu, une valeur moyenne de la latitude ; on compare à cette valeur moyenne, les moyennes mensuelles des valeurs de latitude observées en chaque station et l'on obtient les $\Delta\varphi$ correspondants à cette station, pour le mois considéré. Ces valeurs sont ensuite réunies par des tracés graphiques, sur lesquels on relève les valeurs des $\Delta\varphi$, pour chaque dixième d'année. Une fois ces valeurs connues en plusieurs stations et pour une première série, on cherche par la méthode des moindres carrés, un pôle moyen, ou idéal, correspondant à cette série. On opère de même pour toutes les séries, puis on cherche, pour l'ensemble, un nouveau pôle moyen ou idéal, que l'on prend comme origine des coordonnées d'un système d'axes situé dans le plan tangent à la surface de la Terre au pôle moyen. Le méridien de Greenwich est pris par Albrecht comme axe des x, le sens positif étant dirigé du N. au S. et l'axe positif des y est dirigé vers l'O.

Désignant par λ la longitude du lieu d'observation comptée positivement à l'O. de Greenwich et par $\Delta\varphi$ la variation de latitude à une époque déterminée, cette variation étant elle-même comptée à partir du pôle moyen, Albrecht adopta en 1896 et les premières années suivantes, comme formule déterminant les coordonnées x et y du pôle de rotation à l'époque considérée, la relation [1]

$$\Delta\varphi = x \cos\lambda + y \sin\lambda, \qquad (1)$$

formule qui avait déjà été employée par Kostiusky dans son mémoire de 1893 *Sur les variations de la latitude de Poulkova.*

Albrecht appliquait cette formule pour chaque station et par la méthode des moindres carrés, il avait définitivement les coordonnées x, y pour l'époque considérée. La courbe qui réunit les points (x, y) pour diverses époques est la *polhodie* cherchée. Cette

(1) Il peut être utile de noter que l'astronome américain Chandler adopte comme axes $+x$, $+y$, ce qu'Albrecht appelle $+y$, $-x$, de sorte que pour Chandler, la formule de variation de latitude est $\Delta\varphi = x \sin\lambda - y \cos\lambda$.

courbe, parfois très capricieuse, a, dans une certaine mesure, la forme d'une spirale lévogyre ; mais tantôt les spires s'élargissent, dans ce paragraphe même, à tantôt elles se resserrent.

A partir de 1904, au lieu de la formule (1), Albrecht adopta, comme relation conduisant aux valeurs de (x, y) pour une époque donnée, la formule (2) dont il sera question un peu plus loin, à l'occasion du terme z de Kimura.

Nous donnerons au paragraphe suivant la reproduction de la polhodie, pour l'intervalle de temps 1899.0 à 1910.0, telle qu'Albrecht l'a publiée tout récemment dans les Astronomische Nachrichten, n° 4504, du 15 juin 1911. Nous verrons qu'elle a atteint en 1910 son maximum maximorum d'amplitude, 0″32, depuis 1899 et probablement même depuis 1890, époque la plus reculée dont on puisse répondre un peu sérieusement.

Périodes de Chandler [1]. Les premières années où l'on avait constaté les variations de latitude, on avait cru reconnaître que ces variations étaient sensiblement annuelles ; mais en étudiant de près les données d'un grand nombre d'observatoires relatives à des intervalles variés, l'astronome Chandler, au moyen des procédés de l'analyse harmonique, est parvenu à distinguer dans la polhodie deux périodes : l'une de 427 (ou 431) jours environ, et l'autre de 12 mois.

Kimura [2] estime que la période trouvée par Chandler comme étant de 427 (ou 431) jours est variable et que les variations sont peut-être comprises entre 427 et 442 jours ; d'après lui, cette période, à laquelle on donne plus particulièrement le nom de « chandlérienne », serait plutôt de 14 1/2 mois que de 14 mois.

---

(1) Cf. Astronomical Journal, n°s 248, 249, t. XI, 1891 ; n° 406, 1897 ; n° 446, 1898 ; n°s 489, 490, 494, 495, 513, 515, 517, 524, etc.

Notons ici que E. F. Vande Sande Backhuyzen, qui s'est beaucoup occupé de la question de la variation des latitudes, entre autres, en 1898, 1899, 1900, adopte pour la détermination des coordonnées (x, y) du pôle à un instant donné, d'autres formules, sur lesquelles nous ne croyons pas devoir insister. — Brillouin est aussi arrivé à des résultats intéressants en discutant les courbes d'Albrecht. Cf. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 17 sept. 1906 et Stapfer, mémoire cité, pp. 57 et 58.

(2) *Harmonic Analysis of the variation of latitudes during years 1890-1905* et *New study of the polar motion for the interval 1890-1908*, dans les Astron. Nachr., n° 4344, 1909.

Les amplitudes correspondantes aux deux périodes trouvées par Chandler, sont d'ailleurs elles-mêmes très variables suivant les époques ; elles semblent être souvent à peu près égales.

Généralement on attribue, depuis Newcomb [1], la période chandlérienne à l'élasticité de la Terre. Quant à la période annuelle, on l'attribue généralement à des déplacements de masse à la surface ou à l'intérieur de la Terre : pour les uns — et sir Thomson [2] (lord Kelvin) est le premier qui ait exprimé cet avis — ce sont les glaciers, les courants marins qui produisent ces effets, tandis que d'autres estiment plutôt, avec Spitaler [3], que les déplacements annuels d'air atmosphérique d'un hémisphère à l'autre, suffisent pour expliquer le déplacement correspondant du pôle à la surface de la Terre. Poincaré pense que les deux causes, dont il vient d'être question, agissent simultanément et qu'on devrait avoir égard à l'une et à l'autre.

En tout cas, quelle que soit la cause qui produise un déplacement annuel du petit axe de l'ellipsoïde d'inertie, on doit avoir égard au principe de « la multiplication » découvert par Radau, si l'on veut calculer l'effet de la même cause sur le déplacement de l'axe instantané.

Terme z de Kimura. — Un peu plus tard, en 1904, reprenant même des observations qui avaient servi de base à Chandler pour le conduire aux deux périodes qui portent son nom, Kimura a constaté [4] que les observations sont mieux représentées si l'on ajoute, dans le second membre de la formule (1), un terme z indé-

---

(1) Monthly notices, mars 1892.

(2) *Report of Meeting of the British Ass. for the adv. of Sc.* Londres, 1876, p. 11.

(3) *Die Ursache der Breitenschwankungen* (Denkschriften der k. Akad. der Wiss., Wien, t. LXIV, 1897.

Die periodische Luftmassenverschiebungen und ihr Einfluss auf die Lagenänderungen der Erdaxe [Petermann's Mitteilungen (Ergänzungsband 29) n° 137, 1901],

Verschiebungen des Schwerpunktes der Erde (Sitzungsberichte der k. Akad. der Wiss. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse. Wien, Jahrgang 1905, Abteilung II A. pp. 695-710).

(4) *On the existence of a new annual term* (Astron. Nachr., n° 3783) et d'autres articles parus dans les n^{os} 3932, 3981, 4040, 4041, etc., de la même Revue.

pendant de la longitude. Dans ces conditions, au lieu de (1), on écrit :

$$\Delta\varphi = x \cos\lambda + y \sin\lambda + z \tag{2}$$

Il est bien entendu que toutes les quantités $\Delta\varphi$, x, y, z qui entrent dans (2), sont extrêmement petites. Au § 4, nous en donnerons les valeurs d'après Albrecht, pour la période de 1910 et 1911, de dixième en dixième année et nous verrons qu'il ne croit pas que le mouvement du pôle puisse se déduire d'une formule mathématique simple.

Certains observateurs, tels que Boccardi [1] et Hirayama [2], ont cru constater que le terme z croît avec la distance zénithale moyenne de l'étoile observée. Nous verrons au paragraphe suivant que le même terme paraît conserver la même valeur, avec le même signe, dans les deux hémisphères.

Plusieurs pensent qu'il résulte d'une variation à période annuelle [3] et il en est qui croient que l'existence de ce terme pourrait être due à des déplacements du centre de gravité de notre globe [4]. En somme, son origine reste très obscure.

§ 4. *Le service international des latitudes.*

Organisation du service dans l'hémisphère nord. — En 1892, la Commission permanente de l'Association géodésique internationale avait voté un crédit de 4000 frs en faveur des travaux de latitude.

En septembre 1894, au Congrès d'Insbrück, l'Association géodésique internationale elle-même émit un vote de principe en

---

(1) COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, 5 février 1900 ; BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1900, p. 132.

(2) Hirayama, *On the results of the International Latitude observations, 1900-1904*, dans les ASTRON. NACHR. n° 4281.

(3) Bonsdorff, *Ueber das z Glied der Polbewegung*. MITTEILUNGEN DER NIKOLAI-HAUPTSTERNWARTE ZU PULKOWO, t. III. n° 33.

Poincaré, *Note sur la XVI*e *Conférence de l'Association géodésique internationale*, dans l'ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR 1911, p. 7.

(4) H. G. van de Sande Bakhuyzen. *Einige Bemerkungen über die Aenderung der Polhöhe* (ASTR. NACHR. 3937, mars 1904). Cf. p. 47 ci-dessous.

faveur du service international, mais ce ne fut qu'en octobre 1898 que la douzième Conférence de cette Association, qui s'est réunie à Stuttgart, décida d'organiser tout un système d'observations continues, en six stations distribuées sur le même parallèle, celui de 39°8′ et dont le choix définitif serait arrêté plus tard. Les observateurs désignés seraient munis d'instruments identiques ou du moins semblables.

Organisé par le Bureau central de l'Association, le nouveau service commença à fonctionner en automne 1899. Les stations choisies sont les suivantes :

Mizusawa (Japon)	$\lambda = -141°8'$
Tschardjui [1] (Asie centrale) . .	$-\ 63°29'$
Carloforte (Italie)	$-\ 8°19'$
Gaithersburg (Amérique orientale)	$+\ 77°12'$
Cincinnati (Amérique centrale) . .	$+\ 84°25'$
Ukiah (Amérique occidentale) . .	$+123°13'$.

Dès l'origine, les frais du nouveau service ont été évalués à 75000 frs par an, en moyenne, mais les dépenses pour l'Association devaient être moindres, attendu que deux des six stations n'étaient pas à sa charge, celle de Tschardjui étant entretenue par le gouvernement Russe et celle de Cincinnati dépendant de l'observatoire de cette ville. Les quatre stations qui étaient aux frais de l'Association, ont reçu des lunettes zénithales nouvelles de 108^{mm} d'ouverture et 130 cm de distance focale, munies d'un oculaire à prisme et de deux niveaux et construites par Wanschaff de Berlin, tandis que les deux autres stations étaient munies d'anciens instruments construits aussi par Wanschaff. Dès 1899, Albrecht publiait une description détaillée de la nouvelle lunette, connue sous le nom de Zenittelescop, ainsi que des instructions pour les observateurs. Cohn publiait aussi un catalogue des déclinaisons et des mouvements propres des 192 étoiles (96 couples) qui devaient servir à la détermination de la latitude par la méthode Horrebow-Talcott. Les étoiles choisies formaient douze groupes ; chacun de ces groupes comprenait six couples d'étoiles

---

(1) Par suite de circonstances locales, cette station a dû être déplacée de quelques kilomètres.

culminant à moins de 24° du zénith et deux couples qu'on observait à 60° du zénith afin de constater les variations ou les anomalies de la réfraction : les étoiles des 12 premiers groupes sont appelées les *étoiles de latitude* et celles des deux derniers, *couples de réfraction*. Grâce aux mesures prises, on était sûr de l'uniformité dans les conditions d'installation des instruments et dans les procédés d'observation.

« Dans le cours d'une année, on devait donc observer, d'une manière continue, 72 couples de latitude ([1]). Chaque groupe de six couples prenant deux heures de temps sidéral, pouvait être observé environ deux mois (de 50 à 80 jours) ; un mois avec le groupe précédent et un mois avec le groupe suivant. Ainsi, par exemple, le groupe II était d'abord observé avec le groupe I (I_2, II_1), puis avec le groupe III (II_2, III_1), et les groupes se succèdaient dans l'ordre suivant :

Novembre	I_2	II_1			
Décembre		II_2	III_1		
Janvier			III_2	IV_1	

. . . .

» Pour atténuer l'influence des erreurs de déclinaisons, les 6 couples d'un groupe sont, avons-nous dit, ramenés, par des corrections appropriées, à un seul couple idéal ou moyen. Il reste ensuite à rattacher entre eux, par un procédé analogue, les 12 couples moyens qui remplacent les 12 groupes. On y arrive, ajoute Radau ([2]), à qui nous empruntons ces lignes comme beaucoup d'autres, en formant les différences I_2-II_1, II_2-III_1,... qui sont attribuées aux erreurs des déclinaisons, en supposant, bien entendu, que la latitude ne varie pas dans l'intervalle qui sépare les deux groupes d'une même soirée. La somme de ces différences, continuée jusqu'au retour du groupe de départ, devrait donc s'annuler. En réalité, elle ne s'annule pas; il y a toujours un résidu de quelques dixièmes de seconde, qui constitue ce qu'on appelle l'*erreur de fermeture*. Ce résidu, qui varie d'une station

---

([1]) En 1906, les 24 couples de réfraction et 6 couples de latitude ont été remplacés par 30 nouveaux couples de latitude.

([2]) Bulletin astronomique, 1908, pp. 192 et 193.

à l'autre, varie aussi avec le temps, et suivant le groupe pris comme point de départ (voir *Resultate*, t. II, p. 136). En attendant qu'on en connaisse l'origine, on s'en débarrasse en corrigeant la constante de l'aberration ou plus simplement, en le répartissant sur les différences individuelles. Ces différences serviront alors à déterminer la réduction des 12 groupes à un groupe moyen, qui signifie un système moyen de déclinaisons. Ce n'est qu'après ces diverses réductions qu'on peut songer à démêler les variations proprement dites de la latitude, qu'on cherchera à représenter par la formule

$$\Delta\varphi = x \cos\lambda + y \sin\lambda + z.$$

» Les coordonnées x, y permettent de tracer la spirale que décrit le pôle et dont l'amplitude décroît lentement depuis 1904, mais plus lentement qu'on ne s'y attendait. En effet, vers 1907;0, elle n'était pas revenue à la dimension qu'elle avait vers 1900,0, ce qui prouve que les deux périodes de 14 et de 12 mois ne suffisent pas à représenter le mouvement du pôle; on serait plus près de la vérité en portant la première de ces périodes, avec Kimura, de 14 mois à 14 mois et demi. »

Organisation du service dans l'hémisphère sud. — Depuis 1906, spécialement en vue de l'étude du terme z, l'Association géodésique internationale a installé deux nouvelles stations, établies cette fois dans l'hémisphère sud, sur le parallèle 31°55'. Ces stations sont Bayswater (en Australie) et Oncativo (en République argentine).

Le programme des observations, pour ces stations, est le même que celui qui a été suivi pendant les six premières années par les stations de l'hémisphère nord.

D'après le rapport d'Albrecht (1), les observations ont montré depuis 1906 que les valeurs de z sous le parallèle sud s'accordent très bien avec les valeurs de z sous le parallèle nord, de sorte que la formule

---

(1) ***Provisorische Resultate des Internationalen Breitendienstes auf dem Sudparallel in der Zeit von 1906,4-1908,4.*** **Astronomische Nachrichten, n° 4287.**

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z$$

s'applique avec la même précision dans les deux hémisphères.

Toutefois on lit dans le rapport spécial d'Albrecht sur l'exercice de 1910 ([1]) :

« Des observations sous le parallèle de 31°55′ au sud de l'équateur, nous n'avons reçu que celle de la station argentine Oncativo. Jusqu'aux premiers jours du mois de mars, elles ont été faites par M. l'ingénieur J. Aguilar qui y avait observé aussi en 1909, et depuis cette époque, d'abord par M. Furgue et puis par M. Gomez; mais le changement des observateurs a été accompagné d'une diminution si forte du nombre des observations, qu'il est douteux que l'on puisse compter à l'avenir sur une coopération efficace de cette station. »

Intervention pécuniaire de l'Association géodésique internationale. — Afin de donner une idée de l'importance des sacrifices pécuniaires consentis par l'Association géodésique en vue d'élucider la question des variations des latitudes, nous avons réuni dans le tableau ci-dessous les sommes qu'elle a effectivement affectées à ce service jusqu'à la fin de 1910. Comme on le voit, de 1887 à 1896, elle a subventionné certains observatoires ou astronomes qui coopéraient à l'étude de la question, soit librement, soit sous ses auspices.

Nous avons joint à notre tableau, afin de ne pas avoir à revenir sur ce point, une dépense de 2000 fr. environ faite en 1910 pour l'installation de la station de Pribram (Bohême) en vue de l'étude des déviations de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil. Pour compléter nos renseignements financiers, nous donnons en outre, en un second tableau, les budgets prévus pour 1911 et 1912, mais en nous limitant aux deux postes qui nous intéressent actuellement et qui absorbent d'ailleurs une grande part des revenus de l'Association.

([1]) *Comptes rendus des séances de la XVI^e^ Conférence générale de l'Association géodésique internationale*, tenue à Londres et à Cambridge du 21 au 29 septembre 1909, t. II, Berlin, Reimer, 1911.

SOMMES affectées par l'Association géodésique internationale à l'étude des variations de latitude et à celle des déviations de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil.

ANNÉES	OBJETS DES DÉPENSES		
	Service des latitudes (N. de l'Équateur)	Service des latitudes (S. de l'Équateur)	Mouvement de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil
De 1887 à 1896	46 856.27 (1)		
1897	7 006.25		
1898	18 877.75		
1899	100 416.29		
1900	61 618.41		
1901	57 299.87		
1902	59 351.70		
1903	61 809.46		
1904	54 247.74		
1905	57 244.44	41 510.40	
1906	63 074.92	29 701.00	
1907	55 423.85	21 393.44	
1908	58 875.10	21 064.75	
1909	64 603.48	5 615.50	
1910	64 500.64	12 920.00	2 013.02 (2)

(1) Cette somme, dépensée par l'Association géodésique internationale pour l'étude des variations de latitude, a été répartie comme suit :

a) Subventions pour des observations de latitude exécutées dans différents observatoires, ainsi que pour les calculs de réduction . . . . fr. 13 750.00

b) pour l'expédition à Honolulu. . . . . » 27 393.77

c) Résumé et discussion de l'ensemble des observations de latitude . . . . » 5 712.50

fr. 46 856.27

(2) Installation de la station de Pribram (Bohême). On écrit aussi « Przibram ».

Budget prévu pour 1911 et 1912

Service des latitudes (Nord) :

Service des stations	fr. 48 750
Service central	» 18 750

Dotations spéciales :

1) Appui pour un service des latitudes dans l'Afrique australe	» 15 000
2) Recherches théoriques et numériques sur le mouvement de l'axe terrestre . . .	» 11 250
3) Recherches concernant les mouvements de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil	» 7 500

Résultats obtenus. — Les détails des résultats acquis ont été publiés provisoirement par Albrecht dans les ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN et sous forme définitive, d'abord par Albrecht, puis par Albrecht et Wanach dans les *Resultate des Internationalen Breitendienstes*. Jusqu'à présent, trois volumes des *Resultate* ont paru (¹) ; ils donnent les résultats définitifs jusqu'en 1906.0, époque à laquelle le programme a été modifié pour le service nord et les stations du parallèle sud, installées.

Après la publication des t. I et II, on a trouvé bon de procéder à une réduction nouvelle de toutes les observations publiées dans ces volumes et cela, afin de donner à l'ensemble une base de réductions uniforme, qui n'avait d'abord pas pu être obtenue. C'est ce qui a été fait dans le t. III, de sorte que celui-ci doit être considéré comme un exposé définitif des observations depuis le commencement du service international des latitudes jusqu'à la fin de 1905.

Au mois de juin dernier, Albrecht publiait dans le n° 4504 des ASTRON. NACHR., un nouvel article intitulé « *Provisorische Resul-*

(¹) T. I, 1903 ; t. II, 1906 ; t. III, 1909. Berlin, Reimer. ZENTRALBUREAU DER INTERNATIONALEN ERDMESSUNG. Neue Folge der Veröffentlichungen, nᵒˢ 8, 13 et 18.

Comb.	Misusawa			Tschardjui			Carloforte			Gaithersburg			Cincinnati			Ukiah		
	Ep.	Latit.	Coupl.	Ep.	Latit.	Coupl.	Ep.	Latit.	Coupl.	Ep.	Latit.	Coupl.	Ep.	Latit.	Coupl.	Ep.	Latit.	Coupl.
I, II	09.88	3.84″	210	09.88	11.20″	240	09.90	8.96″	150	09.88	12.94″	197	09.88	19.08″	179	09.88	11.96″	126
II, III	.96	3.95	172	.97	11.14	182	.97	8.87	233	.95	12.99	65	.96	19.00	35	.97	12.06	51
III, IV	10.05	3.99	167	10.05	11.07	113	10.04	8.85	189	10.04	13.09	132	10.04	19.12	53	10.06	12.14	71
IV, V	.12	3.93	86	.11	10.97	138	.12	8.76	102	.11	13.16	101	.10	19.28	118	.09	12.24	64
V, VI	.18	3.86	196	.18	10.84	153	.18	8.66	143	.20	13.29	80	.19	19.34	148	.17	12.36	96
VI, VII	.26	3.80	152	.25	10.78	108	.25	8.69	216	.26	13.38	135	.25	19.50	83	.25	12.48	62
VII, VIII	.32	3.65	243	.31	10.68	81	.32	8.74	181	.33	13.50	110	.33	19.64	61	.33	12.53	111
VIII, IX	.40	3.48	116	.40	10.65	188	.41	8.84	195	.39	13.52	80	.40	19.61	122	.40	12.46	98
IX, X	.47	3.33	178	.48	10.69	242	.48	8.96	380	.48	13.55	129	.46	19.69	61	.49	12.32	94
X, XI	.56	3.28	132	.57	10.81	268	.57	9.16	433	.57	13.60	171	.56	19.71	187	.57	12.28	161
XI, XII	.67	3.30	183	.67	10.91	254	.67	9.25	424	.68	13.43	169	.67	19.56	110	.67	12.04	146
XII, I	.79	3.47	231	.77	11.14	218	.78	9.29	402	.79	13.24	314	.77	19.35	141	.79	11.87	178
I, II	.88	3.61	260	.87	11.19	173	.88	9.25	183	.88	13.03	110	.87	19.25	74	.89	11.85	97
II, III	.96	3.75	217	.97	11.29	74	.96	9.12	115	.96	12.94	149	.95	19.15	100	.97	11.91	82

tate des Internationalen Breitendienstes auf dem Nordparallel in der Zeit von 1910.0 bis 1911.0. »

Nous croyons utile de traduire ici une bonne partie de cet article d'autant plus intéressant, qu'il permet au lecteur de se rendre aisément compte du procédé employé au bureau central, ainsi que de l'état actuel des résultats fournis par les observations et que l'année 1910 étudiée, la polhodie a atteint sa plus grande amplitude depuis l'organisation du service international. On trouvera d'abord ci-contre, p. 38, les valeurs moyennes des latitudes obtenues à l'aide des combinaisons de groupes et qui ont servi de base à la détermination de la trajectoire du pôle.

Mais, par suite de l'adjonction des 30 nouveaux couples d'étoiles, le système moyen de déclinaison pour l'ensemble des couples a subi une variation de + 0″030. Cette circonstance a conduit le Bureau central de Potsdam à modifier d'autant les valeurs moyennes des latitudes et par conséquent à prendre maintenant pour latitudes moyennes des stations (¹) :

Misusawa	+ 39°8′ 3″65
Tschardjui (nouvelle Stat.) .	10″95
Carloforte	8″96
Gaithersburg	13″23
Cincinnati	19″34
Ukiah	12″10.

Ce changement uniforme dans les valeurs de départ est, bien entendu, sans influence sur les coordonnées x et y du pôle ; il modifie seulement les valeurs de z.

Cela étant, on obtient graphiquement et pour chaque dixième d'année les différences suivantes entre les latitudes par rapport à l'axe instantané et les latitudes moyennes :

(¹) Cf. *Resultate*, t. III, p. 232. Il y a une légère différence en ce qui concerne Tschardjui, parce que les circonstances ont obligé de déplacer un peu la station primitive de cette localité.

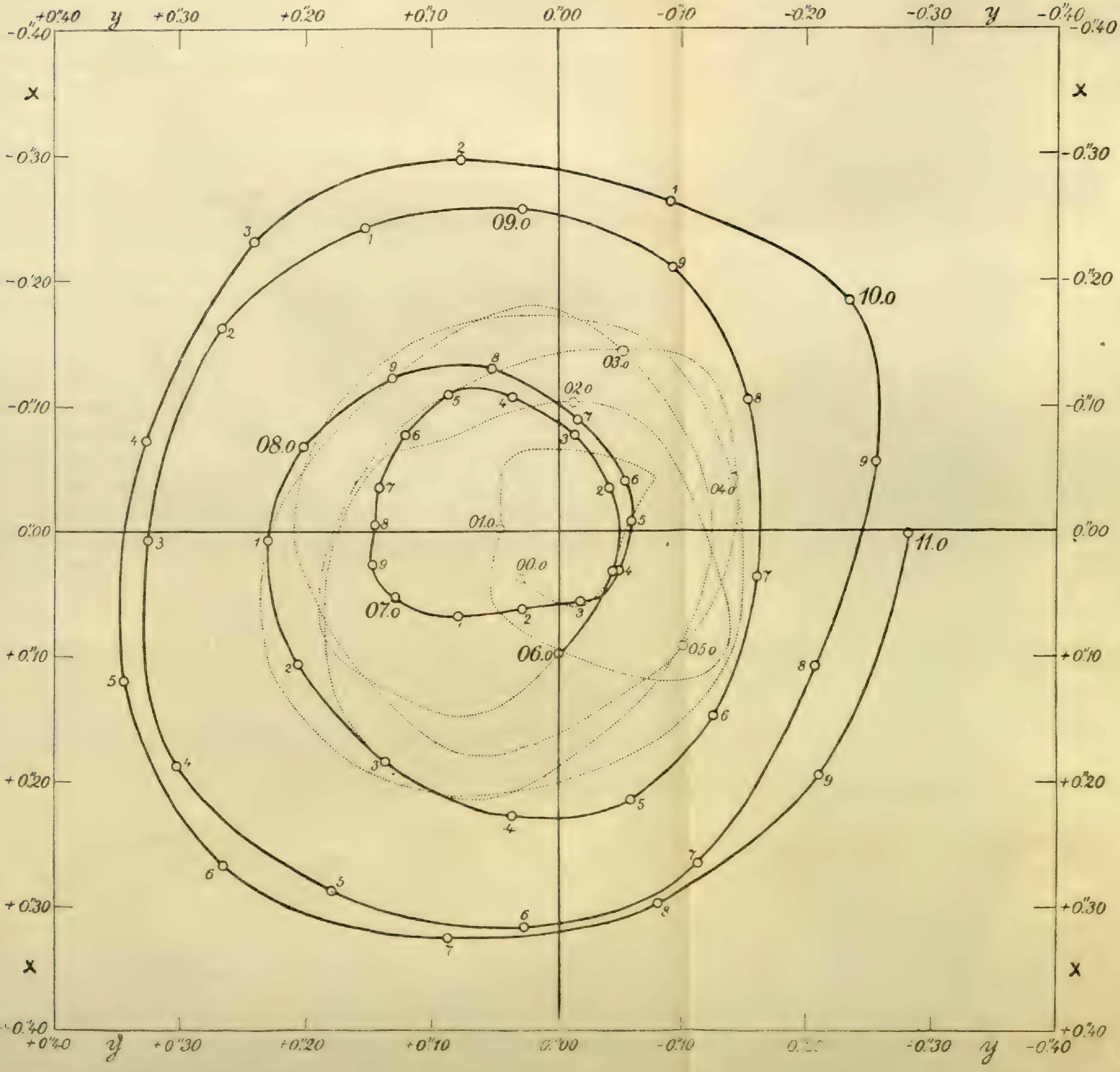
$\varphi - \varphi_0$

	Misusawa	Tschardjui	Carloforte	Gaithersburg	Cincinnati	Ukiah
1910.0	+ 0″.32	+ 0″.16	− 0″.09	− 0″.19	− 0″.29	− 0″.01
.1	+ 0.30	+ 0.03	− 0.20	− 0.08	− 0.09	+ 0.14
.2	+ 0.19	− 0.13	− 0.28	+ 0.06	+ 0.05	+ 0.31
.3	+ 0.04	− 0.24	− 0.24	+ 0.23	+ 0.23	+ 0.41
.4	− 0.17	− 0.29	− 0.13	+ 0.30	+ 0.31	+ 0.35
.5	− 0.34	− 0.23	+ 0.04	+ 0.34	+ 0.36	+ 0.23
.6	− 0.37	− 0.08	+ 0.23	+ 0.33	+ 0.32	+ 0.10
.7	− 0.31	+ 0.10	+ 0.30	+ 0.16	+ 0.15	− 0.10
.8	− 0.17	+ 0.21	+ 0.32	− 0.02	− 0.02	− 0.23
.9	− 0.01	+ 0.28	+ 0.26	− 0.22	− 0.13	− 0.25
1911.0	+ 0.17	+ 0.32	+ 0.08	− 0.31	− 0.22	− 0.14

De là, pour les inconnues, x, y et z, les valeurs que voici :

	x	y	z
1910.0	− 0″.184	− 0″.234	+ 0″.041
.1	− 0.262	− 0.090	+ 0.053
.2	− 0.296	+ 0.078	+ 0.040
.3	− 0.231	+ 0.241	+ 0.042
.4	− 0.073	+ 0.327	+ 0.005
.5	+ 0.120	+ 0.345	− 0.007
.6	+ 0.268	+ 0.266	+ 0.018
.7	+ 0.326	+ 0.088	+ 0.009
.8	+ 0.299	− 0.080	+ 0.009
.9	+ 0.195	− 0.210	+ 0.014
1911.0	(+ 0.002)	(− 0.282)	(+ 0.037)

POLHODIE DE 1900.0 A 1911.0.



Les valeurs pour l'époque 1911.0 ont été obtenues, par extrapolation, comme valeurs limites d'une série ; elles doivent donc être considérées comme moins sûres que les autres valeurs. La variation de latitude à chacune des stations est représentée d'une manière très satisfaisante par les valeurs précédentes des inconnues.

A l'article d'Albrecht, est joint un diagramme qui fournit la trajectoire du pôle à la surface de la terre, depuis l'installation du service international jusqu'au commencement de l'année actuelle. Le lecteur nous saura sans doute gré d'avoir annexé ce diagramme à notre propre travail. Il montre que l'amplitude des variations de latitude a atteint en 1910 une valeur qui n'avait pas encore été constatée jusqu'alors, de sorte que l'année 1910 doit être considérée comme une nouvelle année d'amplitude maximum. Lors de la dernière année de ce genre, en 1903, la distance moyenne du pôle instantané au pôle moyen avait atteint 0''20 ; en 1910, cette distance s'est élevée à 0''32. On en conclut, ajoute notre auteur, que, règle générale, la polhodie ne peut être représentée par une formule mathématique simple, de sorte qu'outre des causes exerçant une influence régulière, il en existe d'autres, qui ne peuvent être soumises au calcul et qui influent cependant, à un haut degré, sur l'allure de la courbe.

En se basant sur les valeurs précédentes de x, y, z, on déduit les grandeurs

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z$$

des variations de latitude, ainsi que les valeurs

$$y \cos \lambda - x \sin \lambda$$

qui entrent dans les expressions des variations en azimut et en longitude

$$a - a_0 = + (y \cos \lambda - x \sin \lambda) \sec \varphi$$
$$\lambda - \lambda_0 = - (y \cos \lambda - x \sin \lambda)\, tg\, \varphi.$$

On en trouve les valeurs dans les tableaux ci-dessous, de dizième en dizième d'année, de 1910.0 à 1911.0, et pour des longitudes variant de 30°.

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z.$$

Longitude Occidentale.

	AMÉRIQUE					EUROPE, AFRIQUE				ASIE, AUSTRALIE		
	+ 150°	+ 120°	+ 90°	+ 60°	+ 30°	0°	— 30°	— 60°	— 90°	— 120°	— 150°	— 180°
1910.0	+ 0.″08	— 0.″07	— 0.″19	— 0.″25	— 0.″24	— 0.″14	0.″00	+ 0.″15	+ 0.″28	+ 0.″34	+ 0.″32	+ 0.″23
.1	+ 0.24	+ 0.11	— 0.04	— 0.16	— 0.22	— 0.21	— 0.13	0.00	+ 0.14	+ 0.26	+ 0.33	+ 0.32
.2	+ 0.34	+ 0.26	+ 0.12	— 0.04	— 0.18	— 0.26	— 0.26	— 0.18	— 0.04	+ 0.12	+ 0.26	+ 0.34
.3	+ 0.36	+ 0.37	+ 0.28	+ 0.14	— 0.04	— 0.19	— 0.28	— 0.28	— 0.20	— 0.05	+ 0.12	+ 0.27
.4	+ 0.23	+ 0.33	+ 0.33	+ 0.25	+ 0.11	— 0.07	— 0.22	— 0.32	— 0.32	— 0.24	— 0.10	+ 0.08
.5	+ 0.06	+ 0.23	+ 0.34	+ 0.35	+ 0.27	+ 0.11	— 0.08	— 0.25	— 0.35	— 0.37	— 0.28	— 0.13
.6	— 0.08	+ 0.11	+ 0.28	+ 0.38	+ 0.38	+ 0.29	+ 0.12	— 0.08	— 0.25	— 0.35	— 0.35	— 0.25
.7	— 0.23	— 0.08	+ 0.10	+ 0.25	+ 0.34	+ 0.34	+ 0.25	+ 0.10	— 0.08	— 0.23	— 0.32	— 0.32
.8	— 0.29	— 0.21	— 0.07	+ 0.09	+ 0.23	+ 0.31	+ 0.31	+ 0.23	+ 0.09	— 0.07	— 0.21	— 0.29
.9	— 0.26	— 0.27	— 0.20	— 0.07	+ 0.08	+ 0.21	+ 0.29	+ 0.29	+ 0.22	+ 0.10	— 0.05	— 0.18
1911.0	— 0.11	— 0.21	— 0.25	— 0.21	— 0.10	+ 0.04	+ 0.18	+ 0.28	+ 0.32	+ 0.28	+ 0.18	+ 0.04

$y \cos \lambda - x \sin \lambda$. Longitude Occidentale.

	AMÉRIQUE					EUROPE, AFRIQUE				ASIE, AUSTRALIE		
	+150°	+120°	+90°	+60°	+30°	0°	−30°	−60°	−90°	−120°	−150°	−180°
1910.0	+0″.30	+0″.28	+0″.18	+0″.04	−0″.11	−0″.23	−0″.30	−0″.28	−0″.18	−0″.04	+0″.11	+0″.23
.1	+0.21	+0.27	+0.26	+0.18	+0.05	−0.09	−0.21	−0.27	−0.26	−0.18	−0.05	+0.09
.2	+0.08	+0.22	+0.30	+0.30	+0.22	+0.08	−0.08	−0.22	−0.30	−0.30	−0.22	−0.08
.3	−0.09	+0.08	+0.23	+0.32	+0.33	+0.24	+0.09	−0.08	−0.23	−0.32	−0.33	−0.24
.4	−0.25	−0.10	+0.07	+0.23	+0.32	+0.33	+0.25	+0.10	−0.07	−0.23	−0.32	−0.33
.5	−0.36	−0.28	−0.12	+0.07	+0.24	+0.35	+0.36	+0.28	+0.12	−0.07	−0.24	−0.35
.6	−0.36	−0.37	−0.27	−0.10	+0.10	+0.27	+0.36	+0.37	+0.27	+0.10	−0.10	−0.27
.7	−0.24	−0.33	−0.33	−0.24	−0.09	+0.09	+0.24	+0.33	+0.33	+0.24	+0.09	−0.09
.8	−0.08	−0.22	−0.30	−0.30	−0.22	−0.08	+0.08	+0.22	+0.30	+0.30	+0.22	+0.08
.9	+0.08	−0.06	−0.20	−0.27	−0.28	−0.21	−0.08	+0.06	+0.20	+0.27	+0.28	+0.21
1911.0	+0.24	+0.14	0.00	−0.14	−0.25	−0.28	−0.24	−0.14	0.00	+0.14	+0.25	+0.28

Remarques. — 1. « On ne doit pas s'étonner des variations d'amplitude, dit Poincaré [1]. La Terre oscille autour de sa position d'équilibre ; mais par suite des frottements, ces oscillations tendent à s'éteindre et leur amplitude va décroissant, jusqu'à ce que des causes météorologiques, ou plus probablement des mouvements sismiques dérangent de nouveau l'équilibre et donnent lieu à une nouvelle série d'oscillations plus étendues. »

2. La station de Gaithersburg est actuellement pourvue d'une lunette zénithale photographique.

L'Association géodésique internationale a pensé, en effet, qu'à côté des méthodes visuelles exclusivement en usage jusqu'en 1909 dans le service international, il pouvait être utile d'employer aussi la méthode photographique, qui permettra un contrôle des résultats obtenus par les autres.

3. Malgré toutes les précautions prises et bien que la lunette Wanschaff soit, par exemple, munie de deux niveaux pour mieux assurer la détermination du nadir, il reste — comme Helmert le reconnaît lui-même [2] — dans les huit stations du service international, de petites différences d'un caractère systématique, dont on ignore l'origine.

4. Au paragraphe suivant, nous verrons les objections qui sont faites, entre autres, au procédé de réductions employé par le service international, et nous dirons un mot de l'erreur attribuée par Hirayama à la flexion des tubes des lunettes adoptées dans ce service. Nous avons d'ailleurs déjà fait remarquer au paragraphe précédent que le même astronome a constaté, comme l'avait fait avant lui Boccardi, une variation d'amplitude du terme z de Kimura avec la distance zénithale des étoiles observées, etc. On le voit et le paragraphe 5 ne fera que confirmer cette conclusion : la question des variations des latitudes est encore loin d'être résolue.

5. Le nom de Helmert, le distingué directeur du bureau international des latitudes et de l'institut géodésique de Potsdam, n'est que rarement tombé sous notre plume dans les lignes qui

---

[1] *Note sur la XVI^e Conférence* etc., dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1911, notice A, p. 7.

[2] *Comptes rendus de la XVI^e Conférence de l'Association géodésique internationale*, t. I, p. 22, Berlin, Reimer, 1910.

précédent. C'est cependant une personnalité scientifique jouant un rôle très actif dans toutes les questions de son domaine : en particulier, en ce qui concerne les variations de latitude, on l'a vu souvent prendre l'initiative devant l'Association géodésique et il fait généralement partie des commissions techniques nommées par cette Association; il a discuté, avec autorité, de divers côtés, de nombreuses questions d'ordre scientifique et il compte incontestablement parmi les plus compétents. Il est l'auteur d'un ouvrage étendu et justement estimé *Die mathematischen Theorien der höheren Geodäsie*, en 2 vol., où bien des points qui nous intéressent pourraient être signalés; mais nous avons voulu, des questions théoriques, dont il s'est beaucoup occupé, ne faire connaître que les résultats généraux et nous n'insistons pas davantage à son sujet.

6. Abstraction faite des budgets donnés p. 37, le paragraphe actuel, suffisant pour l'idée qu'on doit se faire du passé du service international, ne permet pas de se rendre compte du programme qu'il s'est imposé pour l'avenir.

Comme bien on le pense, ce programme ne se borne pas à la continuation des observations, mais il se préoccupe aussi des causes capables d'expliquer les effets constatés. C'est ainsi qu'il porte actuellement (¹) :

1° Service international des latitudes : Continuation du calcul des observations faites sur le parallèle nord et à Oncativo.

Détermination du mouvement de l'axe de la terre dans l'intérieur du globe,

Comparaison définitive des résultats obtenus dans les deux stations du parallèle sud avec ceux des stations du parallèle nord.

Comparaison de ces résultats avec ceux qui sont fournis par la coopération libre de divers instituts.

Étude numérique et théorique des différences systématiques.

(¹) *Comptes rendus des séances de la XVIe Conférence générale de l'Association géodésique internationale réunie à Londres et à Cambridge du 21 au 29 septembre 1909*, t. II (Georg Reimer, Berlin, 1911), p. 63.

§ 5. *Coopérations libres.*

Il n'est pas douteux que la solution de la question des variations des latitudes a reçu une impulsion puissante grâce à la création du service international par l'Association géodésique. Il ne faudrait cependant pas en conclure qu'à partir de cette époque, il ne s'est plus fait, en dehors de ce service, aucun effort en faveur des recherches dont il s'agit. En réalité, et on a déjà pu en juger par le paragraphe 3, après la constitution du nouvel organisme comme avant, cette question des variations de latitude, qui en renferme tant d'autres, a continué à recevoir la collaboration active de divers États, associations, observatoires, personnalités scientifiques, etc. On sait, par exemple, que des six stations créées par le service international dans l'hémisphère nord, l'une d'elles, Tschardjui, est à la charge du gouvernement russe et qu'une autre, celle de Cincinnati, est elle-même à la charge de l'observatoire de cette ville.

Parmi les personnalités qui se sont distinguées, il faut surtout noter, dans le service international des latitudes, les noms de Helmert, Albrecht, Wanach, Kimura, Marcuse, etc. En dehors de ce service, rappelons les noms de Bessel, Struve, Peters, Nyren, lord Kelvin, Newcomb, Chandler, Tisserand, Radau, Fergola, Schiaparelli, Nobile, Küstner, Preston, Hirayama, Janne, Stapfer, etc. Ajoutons-y, un peu au hasard, ceux de Gyldén, Backlund, W. et G. Foerster, G. H. Darwin, S. S. et G. H. Hough, Thackeray, Ferrero, H. G. et E. F. van de Sande Backhuyzen, Weeder, Gaillot, Jacoby, Socoloff, Bonsdorff, Kostinsky, Schumann, Turner, Svanoff, Gonnessiat, d'Abbadie, Périgaud, L. Picart, Boquet, Mouchez, Boccardi, Spitaler, Schwahn, Grabowski, Volterra, Larmor, Hills, Doolittle, Woodward, Biske, Loewy, Pannekoek, Courvoisier, Bauschinger, de Ball, Becker, Comstock, Hagen, Rudzki, etc.

Ces personnalités sont intervenues, soit en faisant elles-mêmes des observations, soit en tirant des observations des conclusions qui sont ou qui peuvent être utiles à la science. C'est ce qu'on a déjà constaté, pour plusieurs, dans les paragraphes précédents, mais il convient d'entrer maintenant dans de nouveaux détails :

« Au commencement de 1903, dit Radau (1), M. Kimura a entrepris, à Mizusawa, avec l'aide de M. Nakano, une série d'observations plus étendue que celle que demandait le Service international. Pendant une année entière, on a observé, non plus deux, mais quatre groupes de six couples par nuit ; en été, il a fallu quelquefois se borner à trois groupes. La discussion de ces matériaux a montré qu'il n'existait aucune différence systématique entre les résultats tirés des observations de deux groupes. La même série a, subsidiairement, fourni la preuve qu'il n'y a pas de variation diurne de la latitude, du moins pas de variation appréciable. (Astr. Nachr., 4040-41).

» M. H. G. van de Sande Bakhuyzen, dans un article très intéressant (Ast. Nachr., 3937), passe en revue, dit encore Radau (2), les hypothèses qui ont été mises en avant pour expliquer l'origine du terme énigmatique, découvert par Kimura. On sait que Chandler a montré que ce terme pourrait s'expliquer en admettant une parallaxe stellaire moyenne de 0″,13 ; mais cette parallaxe a paru beaucoup trop forte pour qu'on puisse s'y arrêter. Est-il possible d'invoquer une oscillation annuelle du centre de gravité du globe terrestre suivant l'axe polaire ? En adoptant pour le terme en question (z) une amplitude de 0″,04, le déplacement périodique du centre de gravité devrait avoir une amplitude de $1^m,5$; l'écart total serait de 3 m. On pourrait songer à l'attribuer à la fonte des glaces polaires ; mais il faudrait alors supposer que la fonte enlève chaque année 3 millions de kilomètres cubes de glace, soit une couche de 1 kilomètre d'épaisseur, couvrant une calotte de 9° de rayon. La chaleur que nous envoie le Soleil serait insuffisante pour produire cet effet. Il est vrai qu'on pourrait trouver d'autres causes d'une pareille oscillation. Telle est celle qui a été indiquée par M. R. Schumann (Astr. Nachr., 3877 ; Bull., t. XXI, p. 35). On s'est aussi demandé si toutes ces variations sont réelles, ou si elles sont dues, au moins en partie, à des erreurs instrumentales ou à l'influence d'anomalies de la réfraction.

» Les observations qui ont été faites à Leyde, depuis 1899, avec

(1) Bulletin astronomique, p. 205, 1906.
(2) Bulletin astronomique, pp. 206-208, 1906.

une lunette zénithale de Wanschaff, pouvaient être interrogées avec profit pour élucider cette question. On a donc cherché à déterminer la valeur de z pour les trois années 1900, 1901 et 1902. Mais les nombres que M. Bakhuyzen a trouvés pour Leyde ne ressemblent guère à ceux que M. Albrecht donne pour l'ensemble des stations internationales ; les amplitudes, et surtout les phases sont très différentes. Mais ce désaccord, lorsqu'il s'agit de mesures aussi délicates et qui touchent presque à la limite de l'observable, n'a vraiment rien d'inattendu ; c'est le parfait accord qui nous eût laissé sceptique.

» Parmi les erreurs instrumentales qui pourraient occasionner des variations apparentes de la latitude, M. Kimura a signalé celles qui proviennent de l'influence de la température sur les micromètres (Astr. Journal, t. XXIII ; Bull., t. XXI, p. 398). Mais les observations de Leyde, examinées à ce point de vue, ne paraissent pas confirmer l'existence d'erreurs de cette origine.

» Resteraient les anomalies de la réfraction causées par une inclinaison variable des couches réfringentes d'égale densité. Cette inclinaison est certainement sujette à de faibles variations locales suivant l'état de l'atmosphère ; il y a aussi les troubles qui résultent de l'inégalité des températures à l'extérieur et à l'intérieur de la salle, comme l'ont démontré les recherches de MM. Faye (C. R., t. XXI), Bakhuyzen (Astr. Nachr., 1720), Nyrén (Astr. Nachr., 3138 ; Bull., t. X, p. 146), R. Schumann (Astr. Nachr., 3365 ; Bull., t. XIII, p. 414), et dont il est question dans le Rapport annuel de l'Institut géodésique (1893-1894, p. 7). Mais comment supposer que ces variations soient les mêmes pour les six stations, situées sous des climats si divers ? Il semble d'ailleurs que l'installation judicieuse de ces stations les mette à l'abri d'anomalies de cette nature.

» Il serait, croyons-nous, urgent d'entreprendre des observations méthodiques en vue d'une étude simultanée des réfractions astronomiques et de l'état des couches supérieures de l'atmosphère, comme l'amiral Mouchez avait projeté de le faire à l'Observatoire de Paris, en 1882, à l'aide d'un ballon captif. »

Puis, plus loin [1], au cours d'une analyse de trois travaux

---

[1] Bulletin astronomique, 1906, pp. 244 et 245.

importants sur les réfractions astronomiques et dus respectivement à Bauschinger, Grossmann et Courvoisier, Radau fait connaître la réalisation, puis l'échec du projet de l'amiral Mouchez.

« Peu de temps après, ainsi que le constate le Rapport annuel pour 1882, un ballon de 60 m³ fut construit dans les ateliers de Chalais-Meudon, sous la direction du capitaine (plus tard colonel) Renard ; il devait, à l'aide du gaz d'éclairage ordinaire, enlever à 400 mètres ou 500 mètres de hauteur, en temps calme, les baromètres, thermomètres et hygromètres enregistreurs, construits par la maison Richard. On espérait pouvoir, dans des circonstances particulières, aller jusqu'à 700 mètres ou 800 mètres en employant l'hydrogène.

. . . .

» Le Rapport pour l'année 1883 nous apprend que les expériences ont dû être abandonnées... « Cet échec provient surtout du » manque d'emplacement favorable et des mauvaises conditions » dans lesquelles nous nous trouvons, dans l'observatoire actuel, » pour la plupart des observations de Physique du Globe. »

» Depuis cette époque, ajoute Radau, l'exploration de l'atmosphère par le moyen des ballons a fait de grands progrès. Les ascensions scientifiques, les lancements de ballons-sondes, se sont multipliés, un peu partout, enrichissant la météorologie d'une foule de données précieuses ; l'emploi des cerfs-volants et l'établissement de stations d'observation au sommet d'édifices très élevés, comme la tour Eiffel, ont permis de formuler les lois de décroissance de la température avec l'altitude, et de démontrer que l'inversion est un phénomène constant et général. On connaît donc, en gros, les variations périodiques de l'état des couches supérieures ; mais il faudrait pouvoir les constater d'une manière précise au moment même où se feraient les mesures des distances zénithales pour la détermination des réfractions. Il conviendrait de combiner les observations astronomiques avec des mesures de la réfraction terrestre et des observations météorologiques, échelonnées dans la direction de la ligne de visée, et à une certaine hauteur au-dessus du sol. Il semble que cela pourrait se faire, sans trop de frais, avec des appareils enregistreurs. On arriverait ainsi à connaître, sur une assez grande étendue, la pente des surfaces d'égale densité, et leur distribution dans le sens vertical, aux heures où se font les obser-

vations. Il faudrait, bien entendu, placer aussi cinq ou six thermomètres, à des niveaux différents, dans la salle d'observation, comme l'ont fait les astronomes de Munich, de Vienne et de Heidelberg ; il est clair que la stratification des couches ne sera pas, en général, la même à l'intérieur et à l'extérieur. La situation et les conditions d'installation de chaque observatoire entraîneront, sans doute, des anomalies locales de la réfraction qu'il importe de connaître et dont il faudra tenir compte. On a été amené à s'en préoccuper, dans ces derniers temps, par l'étude, si délicate, des variations de la latitude (1). »

Les corrections de réfraction et les erreurs instrumentales ne sont pas seules sujettes à caution.

« Les courbes de M. Albrecht, dit encore Radau (2), ces spires qui se déroulent et s'élargissent peu à peu, pour se resserrer ensuite avec la même régularité, produisent toujours un effet saisissant, une impression de réalité tangible, qui forcerait la conviction si nous pouvions oublier qu'il s'agit ici de faibles fractions de seconde. Un dixième de seconde vaut 3^{m} ; les millièmes de seconde qui figurent dans ces calculs sont des coches espacées d'un pouce sur un arc de 20 000 km. N'a-t-on pas demandé aux observations plus qu'elles ne peuvent donner ?

» On commence à s'inquiéter. Les mécomptes assez fréquents, les contradictions qui se manifestent, les difficultés inexpliquées que laissent subsister les calculs de compensation, destinés à faire la toilette des chiffres récalcitrants, tout cela appelle une enquête. M. R. Schumann s'est décidé à l'entreprendre et M. Grossmann est venu le seconder...

» M. Schumann (3) a d'abord tenté d'obtenir la variation de la latitude par un procédé de calcul qui semble être à l'abri des

---

(1) A propos de la question des réfractions, on peut, entre autres, consulter avec fruit les « Tables de réfraction » de de Ball (Leipzig, Engelmann, 1906), ainsi qu'un article du même auteur dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1907, pp. 208 et suiv.

(2) BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1908, pp. 193-195.

(3) *Numerische Untersuchung über Polhöhenschwankung und Aberrationskonstante* (ASTR. ABHAND. ALS ERGÄNZUNGSHEFT, n° 11. Kiel, 1906, in-4° ; 29 pages et 2 planches). — *Weitere numerische Untersuchung über die Polhöhenschwankung* (ASTR. NACHR., n^{os} 4142-4143, 1906).

erreurs des déclinaisons. Il prend la différence des moyennes de la première et de la seconde série d'observations du même groupe ; les déclinaisons étant restées les mêmes, cette différence doit donner la quantité $\Delta\varphi$ dont la latitude a varié dans l'espace d'un mois, et, en ajoutant les différences successives de mois en mois, on doit obtenir la variation totale et finalement, pour une année entière,

$$\Sigma\Delta\varphi = -\mathrm{III}_1 + \mathrm{III}_2 - \mathrm{IV}_1 + \mathrm{IV}_2 - \cdots + \cdots + \mathrm{II}'_2.$$

Cette somme ne diffère de l'erreur de fermeture de M. Albrecht que par le premier et le dernier terme, car l'erreur de fermeture a pour expression

$$S = \mathrm{III}_2 - \mathrm{IV}_1 + \mathrm{IV}_2 - \mathrm{V}_1 + \cdots + \mathrm{II}'_2 - \mathrm{III}'_1,$$

et la différence des deux sommes

$$\Sigma\Delta\varphi - S = -\mathrm{III}_1 + \mathrm{III}'_1$$

représente seulement la quantité dont la moyenne III_1 a varié dans l'espace d'une année, comme l'a déjà fait observer M. Albrecht. Mais ce qu'il y a de remarquable dans la marche de la variation totale $\Sigma\Delta\varphi$, c'est qu'en dehors d'une fluctuation périodique, elle augmente ou diminue d'une manière continue. Pour les six années d'observations de Potsdam (1893-1899), on trouve une augmentation annuelle de 0″,17. Pour les stations du service international, on constate une diminution progressive : à Tschardjui, en cinq ans (1900,0-1905,0), elle atteint 1″,8 ; à Ukiah 1″6, et ainsi de suite. C'est la conséquence de l'accumulation des erreurs de fermeture, qui ne changent pas de signe d'une année à l'autre, et dont la somme ne diffère pas beaucoup de $\Sigma\Delta\varphi$. Pour Tschardjui, l'erreur de fermeture atteint, en moyenne, — 0″,38 ; cela fait — 1″,9 en cinq ans.

» Les erreurs de fermeture constituent, on le voit, une grosse difficulté. Nous avons déjà dit que le Bureau central avait pris le parti de les compenser. On prend d'abord, pour chaque station, les moyennes des valeurs de chaque différence de groupes ($\mathrm{I}_2 - \mathrm{II}_1$, ...), fournies par plusieurs années consécutives ; on obtient ainsi les valeurs moyennes des différences pour les six

stations, puis, en prenant encore les moyennes des valeurs locales, les valeurs moyennes des douze différences pour l'ensemble des stations. Si ces différences ne provenaient que des déclinaisons, leur somme devrait être nulle ; mais elles sont sujettes à des causes d'erreurs multiples et encore mal connues (anomalies de réfraction, erreurs instrumentales, équations personnelles, etc.), et l'erreur de fermeture moyenne n'est pas nulle. On la répartit sur les douze différences, et ces différences corrigées servent à déterminer les réductions des groupes à un système moyen (défini par la condition que la somme des douze réductions s'annule). On a ainsi le moyen de corriger les déclinaisons des étoiles employées.

» M. Grossmann [1] voudrait que la compensation de l'erreur moyenne eût lieu séparément pour chaque station et pour chaque année. On pourrait le faire à titre d'essai, mais il faudrait alors renoncer à établir un système normal de déclinaisons.

» Au reste, l'erreur de fermeture étant, comme la variation totale $\Sigma\Delta\varphi$, une somme de différences indépendantes des erreurs des déclinaisons, il est clair que les réductions des groupes ne la font pas disparaître. Elle est de la forme $A_2 - B_1 + B_2 - C_1 + \cdots - A_1$, où les lettres A, B, ... désignent les groupes, et la réduction du groupe B, par exemple, ne modifie pas la différence $B_1 - B_2$; il faudrait, pour obtenir ce résultat, appliquer des corrections différentes aux deux séries B_1 et B_2. Tout revient donc à corriger les $\Delta\varphi$. Mais comment déterminer les corrections ?

» On s'était habitué à chercher la cause des discordances constatées dans les circonstances météorologiques, qui peuvent occasionner des anomalies de réfraction (voir Bulletin, t. XXIII, p. 207). M. Schumann a entrepris de démontrer qu'elle réside plutôt dans certaines variations à courte période dont la latitude serait affectée et qui pourraient même donner naissance à des variations apparentes, de période beaucoup plus longue. Il a donc discuté, à ce point de vue, les six années d'observations de Potsdam ; les cinq années, déjà publiées, du service international ; la série de mesures effectuées par W. Struve dans le premier vertical (1840-

---

[1] *Zu dem Problem der Polhöhenschwankung* (Astr. Nachr., nos 4159, 4167, 4174, et Vierteljahrschrift, 42e année, fasc. 3, 1907).

1842), etc. Il a fallu, pour cela, remuer beaucoup de chiffres; mais les résultats sont, sinon négatifs, du moins peu probants. M. Schumann a d'abord essayé d'établir (sans grand succès) l'existence d'une période de 14 jours, en relation avec la Lune. Ensuite il a trouvé, dans la série de Struve, des indices d'une période diurne. Il est clair qu'une variation diurne de la latitude, si elle existait réellement, rendrait problématique la détermination de la période annuelle et de la période de 14 mois par les procédés usuels. MM. Kimura et Nakano s'en sont déjà préoccupés et ont cherché à établir, en observant quatre groupes au lieu de deux, par soirée, que la variation diurne n'existe pas. M. Schumann conteste leurs raisonnements et il recommande, pour trancher la question, de recourir à l'observation des passages par le premier vertical, qui offrirait beaucoup d'avantages. »

Parmi les associations qui ont coopéré librement à l'étude des variations de latitude, rappelons le *Coast and Geodetic Survey*, de Washington et parmi les observatoires, notons d'abord ceux de Leyde et de Tokio.

Nous avons déjà, pp. 47 et 48, indiqué brièvement la part importante prise par l'observatoire de Leyde à la solution de la question qui nous occupe. En ce qui concerne l'observatoire de Tokio, nous avons, au paragraphe 3, à propos du terme z de Kimuro, signalé le travail d'Hirayama inséré au n° 4281 des Ast. Nachr. et d'après lequel ce terme varie, entre autres, avec la distance zénithale des étoiles observées. Citons ici un travail plus récent (1) du même astronome de l'observatoire de Tokio et où il conclut à l'existence d'une erreur importante dans les résultats d'observations faites à l'aide du « Zenittelescop » du service international, erreur qui peut être considérée comme le résultat d'un changement graduel dans la flexion de la lunette.

Nous avons hâte de signaler un observatoire qui se distingue d'une façon tout exceptionnelle par la coopération libre qu'il apporte à l'étude des variations de latitude : c'est l'observatoire de Poulkovo.

« On sait qu'à Poulkovo, dit encore Radau (2), le mode de

(1) *On the flexure of the tubes of Zenith telescope*, dans les Astron. Nach. n° 4332, pp. 183-190, t. 181, 1909.

(2) Bulletin astronomique, 1908, pp. 195-197.

détermination de la latitude par des observations dans le premier vertical a été pratiqué pendant plus de soixante ans, de 1840 à 1902, avec quelques interruptions. En 1904, après l'installation d'une grande lunette zénithale pour l'observation de la latitude, il fut décidé de reprendre en même temps les observations dans le premier vertical. L'instrument des passages fut confié à M. S. Kostinsky, tandis que M. Bonsdorff se chargeait de la lunette zénithale. M. Bonsdorff a commencé ses observations le 27 septembre 1904 et les a continuées jusqu'au mois de mars 1907 ; il en a publié (¹) les résultats. M. Kostinsky a observé depuis le 21 janvier 1905 jusqu'au 30 septembre 1905, en se faisant quelquefois remplacer par M. Wittram. Il a fait connaître les résultats de ces mesures dans un Mémoire (²) où il discute l'ensemble des matériaux fournis par les deux instruments.

» On avait choisi pour ces observations comparatives l'étoile δ Cassiopée, qui culmine à 1'30" du zénith de Poulkovo, et qui a toujours été observée dans les deux positions des instruments (NS et SN pour l'un, WE et EW pour l'autre). Les deux lunettes étant écartées l'une de l'autre de 27ᵐ7 dans le sens du méridien, leur différence de latitude est 0"894, et la comparaison des latitudes observées donne 0"916, ce qui prouve que l'équation personnelle entre MM. Bonsdorff et Kostinsky est très petite ; mais l'équation Wittram-Kostinsky atteint 0"33. Cette constatation fait réfléchir ; elle montre combien est vaine la recherche d'irrégularités de la latitude qui ne dépassent pas quelques centièmes de seconde, du moment qu'il faut compter avec des équations personnelles qui s'élèvent à plusieurs dixièmes, et dont rien ne garantit la constance.

» M. Bonsdorff (³) a comparé les variations de latitude qui se déduisent de ses mesures à celles qui résultent des observations de 9 groupes d'étoiles, effectuées pendant la même période, à

(¹) *Beobachtungen von δ Cassiopejae mit dem grossen Zenittelescop*. MITTEILUNGEN de Poulkovo, t. II, nᵒˢ 7, 13 et 16.

(²) *Beobachtungen von δ Cassiopejae am Passageninstrument im I Vertical...*, MITTEILUNGEN, n° 17.

(³) *Beobachtungen von δ Cassiopejae mit dem grossen Zenitteleskop* (MITTEILUNGEN, t. II, nᵒˢ 7, 13 et 16). In 4°, 1907, art. cités.

Poulkovo, par les procédés du Service international des latitudes. Les écarts entre les courbes qui représentent les deux séries d'observations simultanées, mais exécutées par des méthodes très différentes, atteignent ou dépassent quelquefois 0″1, ce qui n'a, en soi, rien de bien surprenant. M. Bonsdorff a cependant essayé de les faire disparaître en introduisant une faible variation progressive de la latitude (+ 0″06), une légère correction de la constante d'aberration, qu'il avait supposée égale à 20″47, une parallaxe de δ Cassiopée, pour laquelle il a trouvé une valeur négative (— 0″05), etc. Il s'est encore demandé si le terme en z, à période annuelle, qui paraît exister dans les variations des latitudes, constatées par la méthode des groupes, se manifeste aussi dans les observations de δ Cassiopée; il semble, en effet, qu'elles confirment l'existence du terme en question. Mais, s'il est possible d'expliquer la présence d'un terme annuel, dans les variations constatées par la première méthode, en supposant qu'il résulte d'une variation approximativement diurne dont la période serait de 24 heures 4 minutes, cette explication n'est plus admissible dans le cas de δ Cassiopée, où la même cause produirait un terme dont la période serait de 6 mois.

» D'après M. Kostinsky [1] l'ensemble des observations donnerait 20″50 pour la constante de l'aberration, une parallaxe à peine sensible (0″02) et une augmentation annuelle de la latitude (ou plutôt de la différence φ — δ) d'environ 0″07; mais cette variation n'est pas confirmée par les observations des groupes.

» La comparaison des courbes fournies par les deux instruments fait encore apparaître de petits écarts qui semblent avoir une période annuelle et une période semi-annuelle, et dont l'origine est assez obscure. C'est aussi ce qu'il faut dire des écarts qui se manifestent entre ces deux courbes et celle du Service international. S'agit-il d'anomalies de la réfraction ou de perturbations locales d'origine souterraine? Existe-t-il des variations de courte période ou accidentelles? On est réduit, à cet égard, à se contenter d'hypothèses.

Voici, du reste, le Tableau comparatif des variations de la lati-

---

(1) *Beobachtungen von δ Cassiopejae am Passageninstrument im I Vertikal* 1905-1906... (Mitteilungen, n° 17). In-4°, 1907, art. cité.

tude de Poulkovo, déduites : 1° des observations de δ Cassiopée (moyenne des deux instruments); 2° de l'observation des couples d'étoiles ou des groupes; 3° des données du service international.

ÉPOQUES.	δ CASSIOPÉE.	GROUPES.	SERVICE INT.
	"	"	"
1905.0	+ 0.18	+ 0.16	+ 0.18
.1	+ 0.11	+ 0.11	+ 0.07
.2	+ 0.01	+ 0.02	— 0.04
.3	— 0.05	— 0.08	— 0.13
.4	— 0.14	— 0.16	— 0.19
.5	— 0.17	— 0.18	— 0.20
.6	— 0.06	— 0.13	— 0.12
.7	+ 0.01	0.00	— 0.05
.8	+ 0.06	+ 0.09	+ 0.04
1905.9	+ 0.09	+ 0.16	+ 0.12
1906.0	+ 0.12	+ 0.17	+ 0.12
.1	+ 0.12	+ 0.13	+ 0.05
.2	+ 0.10	— 0.06	— 0.05
.3	+ 0.06	— 0.03	— 0.13
.4	— 0.09	— 0.13	— 0.17
.5	— 0.13	— 0.16	— 0.18
.6	— 0.14	— 0.16	— 0.16
.7	— 0.10	— 0.10	— 0.11

Pour compléter nos renseignements concernant les coopérations libres et faire mieux connaître l'état actuel de la question, reproduisons, d'après le BULLETIN ASTRONOMIQUE, les dernières analyses de travaux y relatifs; nous y ajouterons ce que dit Albrecht de ces coopérations libres, dans ses deux derniers rapports spéciaux, celui de 1909 et celui de 1910.

« Un Mémoire (¹) de M. F. Biske, dit Radau (BULLETIN ASTRONO-

(¹) *Versuch einer Deutung des Jährlichen z-Gliedes* (ASTR. NACHR., n° 4182), 1907.

MIQUE, 1908, pp. 197-198), cherche à démontrer que le terme annuel en z provient des déclinaisons des étoiles employées et qu'il doit être attribué à l'insuffisance des formules de la nutation. M. Hirayama [1] s'est aperçu que les écarts entre les observations faites dans les deux positions de la lunette zénithale avaient un vague rapport avec la distance zénithale de la première étoile du couple, et par conséquent avec sa déclinaison et la vitesse du mouvement. Enfin, M. J. Schlesinger [2] a cru devoir attirer l'attention sur la correction qui résulte de l'influence du Soleil et de la Lune sur la direction de la verticale. Il faut, en effet, tenir compte désormais d'une foule de petits termes qu'on avait pris l'habitude de négliger, comme n'ayant aucune importance. »

« Dans un mémoire sur *Le mouvement irrégulier de l'axe de rotation de la terre* [3], Larmor et Hills ont surtout pour objet d'apporter une contribution à l'analyse des causes des phénomènes observés [4].

» Dans une note visé ci-dessus et publié en 1907 dans le n° 13 des MITTEILUNGEN, Bonsdorff avait cherché à démêler la signification du terme z, en discutant les résultats des diverses méthodes d'observation relatives aux variations des latitudes. Les observations de l'étoile δ Cassiopée paraissaient prouver que le terme en question ne pouvait pas s'expliquer par une variation approximativement diurne, mais qu'il résultait d'une variation à période annuelle comme on l'avait supposé dès l'origine. Dans un nouveau mémoire [5], Bonsdorff exprime l'avis que cette conclusion s'est trouvée complètement confirmée par la discussion des nouvelles séries d'observations qui embrassent déjà près de quatre années. »

---

(1) *On a systematic error of the latitude observed with a zenith telescope* (ASTR. NACHR., n° 4207), 1907.

(2) *On a small correction to latitude observations* (ASTR. NACHR., n° 4184), 1907.

(3) MONTHLY NOTICES, t. LXVII, 1906.

(4) Cf. BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1908, p. 147.

(5) *Ueber das z-Glied*, dans les MITTEILUNGEN de Poulkovo, t. III, 1910, n° 33. Cf. BULLETIN ASTRONOMIQUE, t. XXVIII, 1911, p. 48.

On se rappelle que Kimura est d'un avis analogue et il semble bien qu'il en est de même de Poincaré (¹).

« Au courant de l'année 1910, dit Albrecht (²), une nouvelle station dans l'hémisphère austral, celle de Johannesburg (Transvaal), s'occupera des observations de latitude ; à cause des conditions climatologiques fort favorables, cette station fournira probablement une grande quantité d'observations.

» Le bureau central élabore un programme d'étoiles pour cette station qui est attachée au « Government observatory » ($\varphi = -26°11'$).

» Pendant l'année 1909, seul l'observatoire de Poulkovo a coopéré aux travaux du service des latitudes, par l'observation des étoiles au télescope zénithal et à l'instrument des passages au premier vertical, ainsi que *par l'observation continue de l'étoile* δ *Cassiopée*, de la même manière que pendant les années précédentes. On peut voir les résultats de ces observations dans le vol. XVIII de la série II des *Publications de l'Observatoire Central Nicolas sous la direction* de O. Backlund.

» Prochainement nous pourrons attendre une augmentation fort importante des contributions coopératives. M. le Directeur Backlund a déclaré à la conférence générale de Londres qu'il voulait faire exécuter des observations continues d'étoiles zénithales à la succursale de l'observatoire de Poulkovo à Odessa, et le contre-amiral de Campos-Rodriguez, directeur de l'observatoire de Lisbonne, a aussi déclaré vouloir faire entrer dans le programme de l'observatoire les observations continues de l'étoile α Lyre qui passe près du zénith de Lisbonne, tant au télescope zénithal qu'à l'instrument des passages au premier vertical. Sous peu, les observatoires de Christiania et d'Upsal qui se trouvent à peu près sous le même parallèle que Poulkovo prendront probablement part aux observations continues de l'étoile δ Cassiopée.

» Pendant l'année 1910, dit encore Albrecht (³), l'observatoire

---

(¹) *Note sur la XVIᵉ Conférence de l'Association géodésique internationale*, dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1911, notice A, pp. 7-9.

(²) *Comptes rendus des séances de la XVIᵉ Conférence de l'Association géodésique internationale*, etc., 2ᵉ vol. Berlin, Reimer, 1911, p. 54.

(³) Mêmes *Comptes rendus*, même vol., pp. 342 et 343.

gouvernemental de Johannesburg (Transvaal) à une latitude de — 26°11′ a pris part aux travaux du Service des latitudes. On y a commencé les observations le 22 mars et, grâce aux conditions météorologiques, leur nombre surpasse de beaucoup celui des observations faites à chacune des stations au nord de l'équateur. Du 22 mars au 18 septembre, c'est-à-dire pendant une période un peu supérieure à 6 mois, on a observé 2380 couples d'étoiles, ce qui correspond à un nombre de 4600 couples par an.

» Le Bureau central a composé le programme des étoiles à observer à Johannesburg (8 groupes chacun de 9 couples d'étoiles) et s'est déclaré tout disposé à calculer aussi, à l'avenir, les déclinaisons apparentes. La réduction des observations, jusqu'à la fin du mois de septembre, sera probablement faite par le Bureau central, tandis que, d'après les communications du directeur de l'observatoire, « Government Astronomer » R. T. A. Innes, la réduction des observations ultérieures sera faite par l'observatoire.

» Nous pouvons signaler de nouveau la coopération de l'observatoire de Poulkovo, où l'on a continué, aussi pendant l'année 1910, les observations intéressantes au télescope zénithal et à l'instrument des passages au premier vertical, ainsi que les observations continues de l'étoile δ Cassiopée. On peut voir les résultats de ces observations dans le volume XVIII de la 2^e^ série des *Publications de l'observatoire central Nicolas* sous la direction de O. Backlund.

» Des contributions coopératives de la part des observatoires d'Odessa, de Lisbonne, de Christiania et d'Upsal, dont il a été question dans le rapport précédent, nous n'avons reçu que celles de l'observatoire de Christiania où l'on a commencé, en 1910, les observations de l'étoile δ Cassiopée. Elles pourront donner un complément fort intéressant aux observations analogues instituées à Poulkovo.

» Dans les derniers temps, nous avons reçu des nouvelles qui nous autorisent à espérer, de la part de l'observatoire de Turin, une coopération qui, par la valeur des observations, peut être certainement d'une très grande portée.

» Quand on pose la question de savoir quelle latitude géographique, en vue de la distribution de belles étoiles visibles aussi pendant le jour, est la plus favorable aux observations

continues pour la détermination de la latitude au moyen d'étoiles tout près du zénith, on trouve qu'à cet égard la latitude d'environ + 45°0′ jusqu'à + 45°5′ surpasse énormément toutes les autres latitudes. Pour cette latitude, on trouve dans le Berl. Jahrbuch les quatre étoiles suivantes :

	GRANDEUR	ASC. DR.	DÉCL.
nº 227 β Bouvier	1,9	5 h. 53	+ 44°56′
420 ψ Grande Ourse	3,0	11 h. 6	44°59′
742 δ Cygne	2,8	19 h. 42	44°55′
777 α Cygne	1,3	20 h. 38	44°58′,

qui toutes y culminent, à quelques minutes près, au zénith et sont réparties tant soit peu régulièrement en ascension droite. Une série continue d'observations de ces quatre étoiles pendant les 24 heures de la journée nous fournirait certainement des résultats d'une grande valeur pour la variation de la latitude.

» A cette latitude favorable se trouve l'observatoire de Turin ($\varphi = + 45°4'$), qui cependant, par sa position au milieu de la ville, n'offrait pas, jusqu'à présent, de bonnes conditions pour de telles observations. Puisque l'observatoire va être transféré à Pino Torinese ($\varphi = + 45°2'$, H = 630 m) à une distance de 10 kilomètres de la ville, les mauvaises conditions n'existeront plus et l'on ne peut qu'applaudir au projet du directeur de cet observatoire, M. le professeur Dr Giovanni Boccardi, d'entreprendre de telles séries d'observations systématiques. »

Nous sommes en mesure de donner, à propos de l'intervention de l'observatoire de Turin, quelques détails complémentaires, que nous devons à l'obligeance même de son directeur. Le nouvel observatoire est situé en un emplacement encore meilleur que l'observatoire de Nice et tout à fait approprié aux recherches délicates. Il ne sera terminé que dans 18 mois. Cependant quelques pavillons sont déjà construits et une section de l'observatoire aura sans doute commencé à fonctionner quand ces lignes paraîtront : c'est précisément la section qui s'occupera des observations continues de quatre étoiles à leur passage au premier vertical pour en déduire la latitude par la méthode de Struve [1]. Pour

[1] On sait que Boccardi avait antérieurement observé la latitude, avec succès, par la méthode de Horrebow-Talcott.

pouvoir suivre toute l'année les étoiles dont il s'agit, il faut une lunette de 10 cm. d'ouverture, qui est en construction chez Bamberg à Berlin. L'objectif sera en verre d'Iéna, mais l'instrument ne sera prêt que dans une année : c'est pourquoi le Bureau international de Potsdam a prêté une lunette de 80 mm., jusqu'à ce que le nouvel instrument, actuellement en construction, soit achevé. Avec la lunette prêtée, il y aura un ou deux mois pendant lesquels on ne verra pas, le jour, les étoiles les plus petites.

Ces recherches seront vraiment intéressantes, parce que, se faisant dans des conditions très favorables, elles serviront de contrôle précieux aux autres observations et permettront peut-être d'élucider certains points encore obscurs.

§ 6. *Remarques.*

1. Par le fait que l'axe instantané de rotation se déplace à l'intérieur de la terre, le méridien d'un lieu (qui est le plan de la verticale en ce lieu et d'une parallèle en ce point à l'axe de rotation), change lui-même à chaque instant. Il en résulte que les mires méridiennes ont des azimuts variables avec le temps.

Dans la traduction, donnée au § 4, du dernier article d'Albrecht, on a pu lire la formule qui lie, pour une longitude donnée, la variation $a - a_0$ d'azimut aux quantités x et y, coordonnées du pôle à un instant considéré. Cette formule, d'après le procédé suivi par le Service international, donne $a - a_0$ en fonction des coordonnées x et y supposées connues.

En principe, on pourrait aussi se servir de la même formule ou de toute autre qui serait établie par l'observation, pour déduire x et y, c'est-à-dire la position du pôle, correspondant à des variations d'azimut $a - a_0$ déterminées. C'est ce que Sokoloff, sous-directeur de l'observatoire de Poulkovo, a tenté de faire, et il croit avoir réussi (¹). Dans d'autres observatoires, par exemple, à Strasbourg et à Nice, on a également cherché à déterminer directement par l'observation les variations des mires méridiennes (²).

(¹) Cf. Bulletin astronomique, 1893, p. 478, et 1894, p. 217.

(²) Cf. Stroobant, *La mesure de l'ascension droite des astres et l'usage des*

Toutefois Darwin ayant, dans une séance de la XV^e Conférence de l'Association géodésique internationale, demandé si l'on ne pourrait employer ce mode de détermination des déplacements du pôle, par les variations d'azimut des mires méridiennes, Helmert et van de Sande Backhuyzen lui ont objecté que ce procédé n'a jamais donné pratiquement rien de satisfaisant (1). Les *Comptes rendus* qui fournissent ce renseignement ne donnent aucun détail, mais on peut croire que Helmert et van de Sande Backhuyzen, en s'exprimant comme ils l'ont fait, ont voulu noter que d'autres causes que le déplacement du pôle — par exemple l'action directe de la chaleur solaire — exerçant sur les mires une action sensible, les oscillations de celles-ci ne permettent pas d'en déduire, d'une façon satisfaisante, le déplacement même du pôle.

2. Les variations de latitude constatées d'après les procédés visés dans ce chapitre, sont ordinairement considérées comme dues à des déplacements du pôle instantané de rotation à la surface de la Terre, ou si l'on veut, à des déplacements de l'axe instantané par rapport à la verticale regardée comme fixe.

En réalité, la direction de cette verticale varie elle-même continuellement ; comme nous le verrons au chapitre II, ces variations sont dues, entre autres, à l'action attractive de la Lune et du Soleil. On en conclut que, dans les variations de la latitude constatées, une part doit être attribuée aux déplacements de la verticale dont il vient d'être question. Seulement, tandis que l'amplitude des variations de latitude s'est élevée, d'après Albrecht, au plus à 0".32 dans l'intervalle de 1900 à 1910, ce qui correspond à environ une dizaine de mètres à la surface de la Terre, l'amplitude des variations de direction de la verticale sous l'attraction de la Lune et du Soleil ne paraît pas s'élever à 0".01. Quoi qu'il en soit, il y a là une correction à laquelle on finira sans doute par avoir égard quand on saura établir d'une façon plus précise la courbe suivie par le pôle à la surface de la Terre. C'est ce qu'avait prévu Lallemand dès 1886. On lit, en effet, dans un article inséré dans les

---

mires méridiennes, dans l'ANNUAIRE ASTRONOMIQUE pour 1904, pp. 73-80 du tiré à part.

(1) *Comptes rendus des séances de la XV^e Conférence de l'Association géodésique internationale*, t. II, pp. 82 et 83. Berlin, Reimer 1908.

ANNALES DES MINES ([1]), avec le titre *De l'étude des mouvements de l'écorce terrestre poursuivie particulièrement au point de vue de leurs rapports avec les dégagements de produits gazeux* et dû à Chancourtois, Lallemand et Chesneque : « Ce n'est pas trop s'aventurer de prédire qu'un jour viendra où les astronomes praptiques ne se contenteront plus d'éliminer simplement par des moyennes l'influence des mouvements du sol et de la verticale, mais voudront tenir compte, pour chaque observation en particulier, de la véritable position du fil à plomb indiquée par un instrument spécial. »

Ce passage appartient à une *Note sur les déviations de la verticale dues à l'attraction de la Lune et à l'élasticité du sol*, pp. 269-281, annexée au susdit article, note qui comprend entre autres : I. *Expériences de MM. Darwin* ; II. *Rappel des expériences de M. Zöllner* ([2]).

3. Dès 1837, d'Abbadie cherchait à établir expérimentalement les déviations de la verticale. Seulement, comme on peut le constater par son mémoire de 1880 (ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, 1880-1881, pp. 37 à 51), ces déviations semblaient être, pour l'auteur, des déplacements par rapport à l'axe de rotation de la Terre considéré comme fixe à l'intérieur du globe. Ultérieurement, nous l'avons vu par le chapitre actuel, on est plutôt tombé dans l'excès contraire, en ce sens que les variations de latitude constatées ont été ordinairement attribuées exclusivement à des déplacements de l'axe de rotation. Nous l'avons dit, la vérité est entre les deux : la plus grande part des variations de latitude doit bien être attribuée aux déplacements de l'axe de rotation à la surface de la Terre ; mais — nous allons le voir — la faible part qui revient aux déviations de la verticale sous l'attraction de la Lune et du Soleil, est cependant sensible aux observations actuelles, grâce aux précautions prises et à l'emploi de pendules horizontaux soigneusement construits.

([1]) MÉMOIRES, 3e série, n° IX, p. 278.

([2]) *Expériences à l'aide du pendule horizontal*, appareil imaginé, ou du moins réalisé par Zöllner pour la première fois (POGGENDORF'S ANNALEN, 1873, vol. 130, p. 131 et vol. 150, p. 134).

CHAPITRE II

Sur les déviations journalières de la verticale sous l'influence attractive de la Lune et du Soleil.

§. 1. *Préliminaires.*

1. On sait que nous ne pouvons observer que des mouvements relatifs. C'est ainsi que pour un observateur immobile sur la Terre, les étoiles ont, autour de celle-ci, un mouvement de rotation et elles effectuent un tour complet en ce qu'on appelle un jour sidéral. Pour le même observateur, le Soleil participe aussi à ce mouvement de rotation, mais il se déplace, en outre, par rapport aux étoiles, en sens inverse du mouvement de rotation, de telle sorte qu'il lui faut presque 4 minutes de plus qu'aux étoiles pour accomplir une rotation complète autour de la Terre. Le temps correspondant à une pareille rotation du Soleil autour de la Terre est le jour solaire vrai ; sa durée n'est pas constante. Le jour solaire moyen, dont on se sert dans les usages de la vie civile, n'est que la moyenne des jours solaires vrais.

Comme le Soleil, la Lune se déplace par rapport aux étoiles et, pour un observateur immobile sur la Terre, ce déplacement se fait aussi en sens inverse du mouvement de rotation des étoiles autour de la Terre. Seulement ce déplacement de la Lune par rapport aux étoiles, analogue au déplacement du Soleil dont il vient d'être question, est beaucoup plus rapide, au point que, pour un tour complet de la Lune autour de la Terre, il faut, en moyenne, près de 24 heures 50 minutes.

2. Bien que nous ne puissions constater que des mouvements relatifs, l'état actuel de la science d'observation porte à croire qu'il existe dans l'univers un système d'axes privilégié, se confondant sensiblement avec le système des étoiles appelées « étoiles fixes » et relativement auquel les lois physiques sont de loin les plus simples et les plus fécondes. En particulier, les lois relatives aux forces sont énoncées par tous ceux qui s'occupent de sciences physiques (les physiciens, les ingénieurs, les astronomes), en rapportant ces forces, soit explicitement, soit implicitement,

aux axes privilégiés dont il s'agit (ou à des axes invariablement liés à la terre, en relation simple avec ces axes privilégiés). Il serait bien difficile d'ailleurs, pour ne pas dire pratiquement impossible, d'énoncer autrement les lois en question. C'est par rapport à ces axes qu'on admet, par exemple, la loi de gravitation universelle et les principes de mécanique physique (principe d'inertie, principe d'indépendance des effets des forces, principe de l'égalité de l'action et de la réaction). On n'oubliera pas que, par rapport aux mêmes axes, la Terre est animée d'un mouvement de rotation autour d'une droite passant par son centre.

3. Le phénomène des marées est très complexe et aurait besoin de longs développements pour être expliqué un peu sérieusement. Voici cependant comment on peut s'en faire une idée grossière.

En vertu de la loi de la gravitation universelle, à un même moment, la Lune attire inégalement les divers points de la Terre, parce que sa distance varie avec le point de la Terre que l'on considère comme attiré par elle.

Le point de la Terre le plus rapproché de la Lune est donc plus attiré que ne l'est son centre, de sorte que si ce point appartient à une masse liquide, qui ne fait pas corps avec la Terre, ce point se déplacera dans la direction de la Lune : de là, dans les océans, la formation d'un bourrelet liquide du côté où se trouve la Lune. Un pareil bourrelet se forme aussi du côté opposé, parce que de ce côté, les molécules liquides, étant plus éloignées du corps attirant que le centre de la Terre, sont elles-mêmes moins attirées que le centre.

Ce que nous venons de dire se passe à un instant donné. Mais puisque la Lune fait, autour de la Terre, un tour complet en 24 heures 50 minutes, le double bourrelet liquide se déplace lui-même à la surface de la Terre et fait un tour complet, sur celle-ci, en 24 heures 50 minutes à peu près. En un lieu donné, le plus fort exhaussement liquide se reproduit donc après un peu plus de 12 heures ; après un peu plus de 6 heures, comme on le comprend aisément, les exhaussements les plus forts sont suivis eux-mêmes des plus fortes dépressions. C'est ainsi que s'expliquent, dans leurs grandes lignes, les marées hautes et les marées basses, qui se suivent, en un lieu, après un peu plus de 6 heures d'intervalle (marées semi-diurnes).

4. Le phénomène des marées, qui vient d'être grossièrement expliqué par l'attraction lunaire, est modifié, dans une certaine mesure, par la présence du Soleil. Seulement, vu la grandeur des masses des deux astres et leurs distances respectives à la Terre, l'attraction produite sur un point de notre globe par le Soleil, n'est qu'environ la moitié de l'attraction qu'exerce la Lune sur le même point.

5. Quand les centres de la Lune et du Soleil sont à peu près en ligne droite avec le centre de la Terre, l'attraction du Soleil s'ajoute à l'attraction de la Lune pour augmenter la marée ; en d'autres termes, les marées sont les plus fortes aux nouvelles Lunes et aux pleines Lunes. Elles le sont surtout aux nouvelles Lunes et pleines Lunes les plus rapprochées des époques auxquelles la Lune et le Soleil, en parcourant leurs orbites, passent à peu près en même temps en leurs nœuds (ascendant ou descendant) et que ces nœuds coïncident à peu près : alors, en effet, la condition pour les trois astres (Soleil, Lune, Terre) d'être en ligne droite est plus rigoureusement réalisée.

6. L'extrémité du fil à plomb, en un lieu de la Terre, se trouve, quant aux effets d'attraction produits par la Lune et le Soleil, dans des conditions analogues aux molécules liquides de l'océan ; par suite, pour un observateur sur la Terre, de même que ces molécules, l'extrémité du fil à plomb doit se déplacer sous l'influence attractive des deux astres dont il s'agit. De là, en principe, des déviations continues de la verticale sous cette double influence, la part la plus grande revenant cependant à la Lune, comme nous l'avons dit.

7. Puisque nous ne pouvons constater que des déplacements relatifs, les marées océaniques et les déviations de la verticale que l'on peut observer ne sont pas les mêmes, si la Terre est indéformable que si elle cède, par suite de son élasticité, aux attractions qui s'exercent sur elle, tout aussi bien que sur les eaux de l'océan et sur l'extrémité du fil à plomb. Si, par exemple, les côtes cédaient à ces influences autant que la mer elle-même, l'observateur sur la côte ne constaterait pas de déplacement dans les eaux de l'océan sous l'attraction luni-solaire. Et si la partie de la Terre ferme où se trouve installé un fil à plomb ou un pendule cédait à son tour, sous la même attraction, autant que l'extrémité

du fil à plomb ou que le pendule, les effets sur ce fil à plomb ou ce pendule, dus aux deux astres attirants, ne pourraient être constatés par un observateur immobile sur la partie de la Terre ferme dont il s'agit. Plus généralement, si, sans céder autant, la Terre ferme cède, en quelque chose, sous les influences attractives visées et qui agissent aussi sur elle, l'observateur ne pourra constater que la différence produite par ces influences, d'une part sur les eaux de l'océan, l'extrémité du fil à plomb ou le pendule, et d'autre part sur la Terre ferme sur laquelle il se trouve.

8. Nous avons dit dans l'introduction que le but de cette étude n'est pas de donner une description des instruments employés ni de faire connaître les développements analytiques dont les questions traitées sont susceptibles.

En ce qui concerne les déviations journalières de la verticale sous l'influence de la Lune et du Soleil, il existe, nous l'avons dit également, d'excellents articles de vulgarisation de Lallemand, tout récents et écrits en français. Nous les avons cités déjà. Nous pourrions nous contenter d'y renvoyer le lecteur désireux de se faire une idée déjà satisfaisante de la question au point de vue historique, bibliographique, expérimental ou analytique (1). Nous croyons préférable de donner un aperçu de ces travaux et d'y ajouter certaines observations critiques (2) ou quelques points d'actualité non signalés par l'auteur.

---

(1) La note (2) de la p. 374 du Bulletin astronomique, n° d'octobre 1911, renvoie, p. 375, à Tisserand, *Traité de mécanique céleste*, t. VI. C'est un lapsus. Il faut lire « t. II, n° 222, pp. 544-547. » On trouve dans le même Bulletin astronomique, t. I, pp. 50, 113, 217, un compte rendu intéressant de Radau sur un article du P. Hagen et deux notes de Gaillot donnant, entre autres, les figures que devrait dessiner, sur le plan horizontal et dans le cas d'une Terre indéformable, l'extrémité du fil à plomb sous l'influence de la Lune.

(2) Comme observation générale, on peut noter que Lallemand traite les problèmes dont il s'agit à un point de vue purement statique, c'est-à-dire *en admettant un équilibre relatif*; c'est dans ce sens qu'il faut comprendre les notes mathématiques qui terminent sa notice annexée à l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1910, et son article du Bulletin astronomique, oct. 1911. En principe, il faudrait écrire les équations les plus générales du mouvement relatif, comme on le fait lors de l'étude du pendule de Foucault, donc des équations où, en même temps que les forces agissantes et que la force centrifuge, interviendraient l'accélération relative et la force centrifuge composée.

9. Dans le chapitre I, nous avons employé le mot « amplitude » dans le sens classique ordinaire, c'est-à-dire pour représenter un écart maximum par rapport à une position moyenne : c'est ce sens qu'Appell et Dautheville, dans leur *Précis de mécanique*, attribuent à ce mot et il en est de même de la plupart des auteurs, Albrecht, par exemple.

Dans le chapitre actuel, où nous suivons surtout Lallemand, le même mot représentera une valeur double de la précédente : ce sera l'écart entre un minimum et le maximum voisin.

Certes, il vaudrait mieux que le même mot eût toujours et partout la même signification, mais puisque cela n'est pas, nous avons cru préférable de ne pas modifier les valeurs numériques puisées dans Lallemand, à la condition, bien entendu, de prévenir le lecteur, comme nous le faisons actuellement, du nouveau sens que nous allons maintenant attribuer au mot « amplitude ».

§ 2. *Sur les marées océaniques.*

Des marées théoriques (ou des marées du géoïde [1] *dans le cas où la Terre est considérée comme un solide indéformable).* — L'étude complète des ondes multiples correspondantes aux marées du géoïde dans le cas d'une terre indéformable, a d'abord été entreprise par Laplace ; elle a ensuite été complétée par Lord Kelvin et sir G. Darwin sous le nom d'*analyse harmo-*

Toutefois la théorie statique, telle que l'expose Lallemand, est suffisante quand on se borne à considérer des marées *à longue période* (par exemple, les marées de quinzaine et les marées mensuelles, quand il s'agit des marées océaniques). A propos des déviations journalières de la verticale, la question est plus délicate, au point de vue théorique.

On n'oubliera pas que la force centrifuge proprement dite ne peut être que *fictivement* regardée comme s'exerçant sur le point dont on étudie le mouvement ; elle n'intervient dans les formules que parce qu'il s'agit de repos ou de mouvement *relatif*. Cf. Notre *Cours de mécanique analytique*, t. I, 1901 et notre article « Sur l'équilibre, la statique et la dynamique » *(Enseignement mathématique*, 1910).

[1] C'est — on le sait — la surface du niveau moyen des mers, choisie pour définir la figure de la Terre et embrassant un volume égal à celui de notre globe.

nique (¹). Voici les périodes et les amplitudes des ondes principales (²):

1° Pour la Lune :

a Une onde semi-diurne, de 12^h25^m de période, dont l'amplitude, nulle aux pôles, atteint 0^m50 en moyenne à l'équateur et, quand l'astre y passe en même temps, un maximum compris entre 0^m42, s'il est à l'apogée, et 0^m59, s'il est au périgée de son orbite ;

b. Une onde diurne de 24^h50^m de période, nulle aux pôles et à l'équateur, et dont le maximum, à 45° de latitude, quand la Lune atteint sa déclinaison la plus forte (28°45′), oscille entre les mêmes limites d'amplitude que l'onde semi-diurne;

c. Une onde semi-mensuelle, dont l'amplitude, nulle à 35°14′ de latitude, atteint en moyenne 0^m045 à l'équateur et 0^m09 aux pôles, avec des variations de $\pm \frac{1}{6}$;

d. Une onde mensuelle, égale, pour les mêmes lieux, à la moitié environ de la précédente;

e. Une onde de 18 ans $\frac{2}{3}$ de période, à peu près égale, pour les mêmes lieux, aux $\frac{3}{4}$ de la précédente.

2° Pour le Soleil :

a. Une onde diurne et une onde semi-diurne, d'amplitude égale à 0.45 de celle des ondes lunaires correspondantes, soit à 0^m23 en moyenne, avec des variations de $\frac{1}{20}$, en plus ou en moins, suivant que l'astre, passant à l'équateur, est au périgée ou à l'apogée de son orbite;

b. Une onde semi-annuelle, dont l'amplitude, nulle à 35°14′ de latitude, atteint 0^m02 à l'équateur et 0^m04 aux pôles;

(¹) On peut consulter à ce sujet, outre les articles de Lallemand, les travaux de Darwin et de Poincaré cités dans l'introduction ou la notice plus élémentaire de Hatt *Sur les marées* (ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR 1904 ET 1905), etc. Le phénomène des marées a joué, dans l'évolution cosmogonique, un rôle que Darwin a bien mis en évidence ; cf. à ce sujet Poincaré, *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, Paris, Hermann, 1911.

(²) Cf. Lallemand, ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR 1910, notice B.

c. Une onde annuelle, à peu près égale, pour les mêmes lieux, à $\frac{1}{7}$ de la précédente.

Pour une Terre indéformable et au moment des pleines Lunes équinoxiales, la marée totale semi-diurne du géoïde pourrait donc atteindre, à l'équateur, $0^m50 + 0^m23 = 0^m73$ en moyenne et même exceptionnellement $0^m59 + 0^m24 = 0^m83$.

Rapport des amplitudes des marées observées aux amplitudes des marées théoriques. — De nombreuses observations de marées océaniques, faites dans des ports variés, ont conduit lord Kelvin, Darwin et Schweydar à conclure que les marées observées, surtout les marées mensuelles et semi-mensuelles, sont à peu près les deux tiers des marées théoriques.

La différence entre l'observation et le calcul est attribuée à l'élasticité de la Terre, c'est-à-dire à la déformation que la Terre subit elle-même sous l'attraction de la Lune et du Soleil : la marée observée n'est plus alors que la différence entre le soulèvement effectif des eaux et celui de l'écorce terrestre.

Si donc α est l'amplitude maximum de la marée théorique et m la même amplitude pour la marée océanique observée, Darwin [1] et Schweydar [2] ont constaté qu'en moyenne, du moins pour les ondes mensuelles et semi-mensuelles, on a :

$$\frac{m}{\alpha} = \frac{2}{3}.$$

§ 3. *Déviations journalières de la verticale.*

Déviations théoriques par suite de l'attraction de la Lune et du Soleil (ou *déviation de la verticale dans l'hypothèse d'une Terre absolument indéformable*). — Nous l'avons dit au § 1 : l'attraction de la Lune et du Soleil, qui produit les marées océaniques, doit exercer un effet analogue sur l'extrémité libre du fil à plomb. Cette extrémité, étant constituée par de la matière sus-

---

(1) *The rigidity of the earth*, dans Rivista di Scienza (Scientia), t. V, 1909, pp. 230-240.

(2) *Ein Beitrag zur Bestimmung des Starrheits-Koefficienten der Erde*, dans Gerland's Beiträge zur Geophysik, t. IX, 1907.

ceptible de se déplacer sous l'influence des forces qui agissent, comme c'était le cas du paragraphe précédent pour les eaux océaniques, doit aussi être légèrement déviée par rapport au sol. Cette déviation doit changer périodiquement, avec la position des deux astres attirants. On en conclut que la pointe d'un pendule doit décrire une courbe minuscule se refermant sur elle-même.

De même qu'on sait calculer les marées théoriques, c'est-à-dire celles qui auraient lieu pour une terre absolument rigide, on sait aussi, et de la même manière, calculer la courbe théorique décrite par le pendule dans la même hypothèse d'une terre absolument rigide.

Pour ce calcul, voir dans la notice de Lallemand (notice B), insérée dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1910, les notes II (1) et III (2), pp. 71 et 81. On fait les calculs séparément pour le cas de la Lune et pour celui du Soleil et l'on sait que, toutes choses égales d'ailleurs, l'influence du Soleil n'est que la moitié, à peu près, de celle de la Lune.

Déviations observées. — Dès 1837, d'Abbadie (3) et en 1879, les deux frères G. et H. Darwin (4) avaient bien cherché à déterminer expérimentalement les déviations de la verticale, mais c'est seulement, peut-on dire, depuis moins de 20 ans et surtout depuis les expériences d'Hecker, commencées à Potsdam en 1902, que l'on est parvenu à des résultats bien positifs et pleins de promesses pour l'avenir. En permettant d'amplifier indéfiniment les petits mouvements qu'il s'agit de mesurer, le pendule horizontal a, en effet, fourni en principe le moyen de surmonter toutes les difficultés (5).

---

(1) La note II a pour titre : *Calcul approché des marées théoriques du géoïde, en un lieu donné, pour une Terre indéformable.*

(2) La note III a pour titre : *Calcul des mouvements relatifs de la verticale, en un lieu donné, sous l'action d'un astre et pour une Terre indéformable.*

(3) Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. V, 2e partie, 1880-1881, pp. 37-51.

(4) *On an instrument for detecting and measuring small changes in the direction of the force of gravity* (British Association for the advancement of Sciences, York et Southampton, 1882).

(5) Lallemand, Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1909, pp. 12-16 de la notice B, expose d'une façon élémentaire, le principe des pendules horizontaux dont il est ici question et qui sont couramment employés aussi en séismologie.

En fait, les ondes lunaire et solaire, de périodes diurnes et semi-diurnes, obtenues par Hecker, à Potsdam, ont pu être décelées (1). La plus grande déviation qui, nous le savons, appartient à la Lune, est seulement de 0″005 à 0″006. Ces ondes sont sensiblement elliptiques, comme le faisait prévoir la théorie.

Comparaison entre les déviations théoriques et les déviations observées. — Nous donnons ci-contre, d'après Lallemand (2), un *tableau récapitulatif des mesures de déviations de la verticale.* Nous l'avons maintenu tel quel, mais on se rappellera ce que nous avons dit au § 1, de ce chapitre : c'est que Lallemand désigne par « demi-amplitude » ce que nous appelons « amplitude ». On notera en outre qu'il désigne par la lettre l la latitude du lieu, que nous avons désignée nous-même par φ, au chapitre I, selon la notation allemande habituelle.

Remarques. — 1. Comme le renseigne la note (1) du tableau ci-contre, la réduction d'amplitude de la déviation dans le sens N.-S. a été, à Heidelberg et à Dorpat (3), tout aussi bien qu'à Potsdam, les 4 à 5 sixièmes seulement de la réduction correspondante dans le sens E.-O. Ce résultat est très remarquable et n'a pas été sans causer quelque surprise. Lallemand s'est demandé (4) si ce fait résulterait de la déformation tétraédrique de notre globe ; Darwin pense (5) qu'il pourrait être partiellement dû à la rotation de la Terre ; Love croit (6) que l'effet gyroscopique doit être insensible et que l'attraction de la partie septentrionale de l'Océan Atlantique pourrait exercer une influence sensible. On le

(1) On peut voir, entre autres, les ondes journalières lunaires, soit dans les mémoires originaux d'Hecker, cités dans l'introduction, soit dans son rapport à la XVIe conférence de l'Association géodésique internationale (t. II, Berlin, 1911), soit dans les trois articles de Lallemand, auxquels il a été renvoyé si souvent dans ce chapitre.

(2) BULLETIN ASTRONOMIQUE, 1911, p. 385.

(3) Orloff, *Beobachtungen über die Deformation des Erdkörpers unter den Attraktions-einfluss des Mondes an Zöllnerschen Horizontalpendeln*, ASTR. NACHR., n° 4446, Bd 186 (octobre 1910). Cf. aussi BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE ST PÉTERSBOURG, 1910, p. 775.

(4) V. les trois articles de Lallemand, déjà cités.

(5) *Comptes rendus des séances de la XVIe Conférence de l'Association géodésique internationale*, 1er vol., Berlin, 1910, pp. 35 et suiv.

(6) *Some Problems of Geodynamics*, Cambridge, 1911, pp. 76 et 88. V. aussi du même auteur *A Treatise on Elasticity*, Cambridge, 1892.

TABLEAU RÉCAPITULATIF DES MESURES DE DÉVIATIONS DE LA VERTICALE

				Demi-amplitudes en milli-secondes d'arc (v)						*Rapport des déviations dans les deux sens* (1)		*Rapport entre les aplatissements, observé et théorique, de l'ellipse décrite par le pendule*
				Sens Est-Ouest			*Sens Nord-Sud*			*Rapports*		
				Déviations		*Rapport*	*Déviations*		*Rapport*	*théorique*	*observé*	
				théorique	*observée*		*théorique*	*observée*				
Observateurs	*Stations*	*Latitude*	*Dates des observat.*	α	m	$\frac{m}{\alpha}$	α''	m''	$\frac{m''}{\alpha''}$	$\frac{\alpha''}{\alpha} = \sin l$	$r = \frac{m''}{m}$	$\frac{1-r}{1-\sin l}$
				v	v		v	v				
Von Rebeur	Strasbourg	48°35′	1892-92	—	—	—	8.2	5	0.61	—	—	—
Ehlert	Strasbourg	48°35′	1895-96	—	—	—	8.2	4.45	0.54	—	—	—
Schweydar	Heidelberg	49°25′	1901-02	10.65	9 (2)	0.835	8.15	5.1 (2)	0.625	0.76	0.57	0.74
Kortazzi	Nikolajew	46°58′	1894-95	—	—	—	8.2	4.52	0.55	—	—	—
Hecker	Potsdam	52°23′	1902-09	10	6.65	0.665	7.9	3.35	0.425	0.79	0.50	0.63
Orloff	Dorpat	58°23′	1909	8.6	5.40	0.63	7.25	3.89	0.53	0.85	0.72	0.85

(1) A Heidelberg, Potsdam et Dorpat, la réduction $\frac{m''}{\alpha''}$ d'amplitude de la déviation dans le sens Nord-Sud est les 4 à 5 sixièmes seulement de la réduction correspondante $\frac{m}{\alpha}$ dans le sens Est-Ouest.

(2) En réalité Schweydar a trouvé, pour les deux composantes de la déviation lunaire semi-diurne :

Sens Sud Est-Nord Ouest . . . . $6^{v},49 \cos(2t - 118°,7)$

Sens Nord Est-Sud Ouest . . . . $8^{v},82 \cos(2t - 241°,1)$

L'ellipse correspondante a pour axes :

$$a = 9^{v},8, \qquad b = 5^{v}$$

et le petit axe a pour azimut : 15°00.

On a donné, dans le tableau, les projections de cette ellipse sur le méridien et sur le parallèle.

voit : on se trouve bien en présence d'un fait qui paraît indéniable, mais ce n'est qu'en multipliant les observations et aussi les stations, qu'on parviendra à le préciser et que les théoriciens pourront ensuite en trouver l'explication. Aussi doit-on savoir gré à l'Institut géodésique prussien d'avoir installé une nouvelle station aux mines de Freiberg (Saxe) à 189^m de profondeur, à l'Association géodésique internationale d'avoir installé celle de Przibram (Bohême) dans un puits de mines de 1100^m de profondeur et à l'Association de séismologie d'avoir, dans son assemblée générale à Manchester, en juillet dernier, décidé de fonder à son tour de nouvelles stations (près de Strasbourg, à Paris et dans l'hémisphère sud).

2. A la station de Freiberg, on a fait des expériences comparatives sur le mode de suspension des pendules. Il résulte de ces expériences qu'il convient d'abandonner le mode de suspension par pointes (système von Rebeur), qui avait été adopté par Hecker à Potsdam et que le mode de suspension par des fils en platine iridié, soigneusement confectionnés (système Zöllner), lui est préférable.

3. Les stations de Freiberg et de Przibram, toutes récentes et dotées d'un appareil Zöllner, ont déjà permis, paraît-il, de constater qu'aux profondeurs où l'on opère, l'onde solaire diurne est encore appréciable. A Przibram, les observations seraient en outre fortement influencées par la constitution géologique de la région avoisinante [1].

§ 4. *Comparaison entre les marées océaniques, les déviations journalières de la verticale et les variations de la latitude.*

A propos des marées océaniques, des déviations de la verticale et des variations de la latitude.— Dans son article d'octobre 1911, inséré dans le BULLETIN ASTRONOMIQUE, Lallemand reproduit [2]

---

(1) Lallemand, BULLETIN ASTRONOMIQUE, oct. 1911, fin de la note (1) de la p. 384.

(2) Cf. la notice B dans l'ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR 1910 et les *Comptes rendus des Séances de la XVI^e Conférence de l'Association géodésique internationale*, t. II, Berlin, 1911 (rapport de Lallemand).

certaines formules qu'il numérote actuellement (3), (4), (5), (6) et desquelles il déduit (¹) :

$$(10) \qquad \left(\frac{\alpha_g}{\alpha} - 1\right) : \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0} - 1\right) = 1 - \frac{m}{\alpha}.$$

Dans ces relations, il désigne par :

α_g, l'allongement effectif que le géoïde, supposé primitivement sphérique, prend sous l'action perturbatrice du Soleil et de la Lune ;

α, l'allongement théorique correspondant, pour une Terre absolument rigide ;

α_1, l'aplatissement effectif du globe, sous l'action de la force centrifuge ;

α_0, l'aplatissement théorique correspondant du géoïde, pour un globe rigide ;

m, la marée océanique observée (marée à longue période, mensuelle ou bi-mensuelle pour le cas de la Lune), ou la déviation observée s'il s'agit des déviations de la verticale (toujours sous l'influence de la Lune ou du Soleil, seule en cause).

D'autre part, une formule (15), établie par Love (²), peut elle-même se mettre sous la forme :

$$(9) \qquad \left(\frac{\alpha_g}{\alpha} - 1\right) : \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0} - 1\right) = 1 - \frac{\tau_0}{\tau_1},$$

où τ_0 est la période de la nutation eulérienne ou théorique, c'est-à-dire pour une Terre absolument rigide et où τ_1 est cette période, allongée en raison de l'élasticité de la Terre (ou période chandlérienne).

La formule (15) de Love, donc la formule (9) ci-dessus, a été établie dans l'hypothèse d'une Terre formée de couches sphériques concentriques de même densité.

Larmor aurait en outre démontré (³) que la même formule est

(¹) Nous conservons dans ce paragraphe, pour la facilité des comparaisons avec l'article de Lallemand, visé dans le texte, le numérotage même qu'il a donné aux formules.

(²) *The yielding of the earth to disturbing forces* (PROC. OF THE ROY. SOC., 1909). Cf. Herglotz, ZEITSCHRIFT FÜR MATH UND PHYSIK, 1905.

(³) *The relation of the earth's free precessional nutation to its resistance*

indépendante de toute hypothèse sur la loi de variation de la densité avec la distance au centre.

Les quantités τ_1 et τ_0 sont d'ailleurs respectivement la grandeur effective observée et la grandeur théorique (calculée pour un globe rigide) de ce que Lallemand appelle *la précession géodésique.*

Dans ces conditions, et en admettant que les formules visées soient suffisamment établies, nous pouvons dire avec Lallemand :

Qu'il s'agisse des marées océaniques, des déviations de la verticale ou de la précession géodésique, le rapport, dans les deux premiers cas, entre la grandeur effective observée et la grandeur théorique calculée pour un globe rigide, et l'inverse de ce rapport, dans le troisième cas, doivent être les mêmes.

Remarques. — 1. Nous avons vu au chapitre I, que d'après Kimura, la durée τ_1 est d'environ 14 1/2 mois. Comme τ_0 est lui-même d'environ 305 jours, on en conclut que $\frac{\tau_0}{\tau_1}$ est à peu près égal à 0.70.

D'autre part, la moyenne des valeurs de $\frac{m}{\alpha}$ obtenues, soit par les marées océaniques semi-mensuelles ou mensuelles, soit par les déviations de la verticale, paraît être voisine de $\frac{2}{3}$ ou de 0.67.

La quasi-concordance des valeurs du même rapport, obtenue ainsi par trois voies distinctes, est certes bien remarquable. Toutefois il vaut mieux être prudent que de conclure trop vite : il s'agit ici, en effet, de questions extrêmement délicates, tant au point de vue théorique qu'au point de vue des observations et il semble bien que certaines conclusions sont trop hâtives. Schweydar n'a-t-il pas dit (1) lui-même qu'une fois que l'élasticité de la Terre n'est pas la même dans le sens Nord-Sud et dans le sens Est-Ouest, ses propres calculs, sur lesquels Hecker s'est basé, cessent d'être légitimes ?

---

against tidal deformation (PROC. ROY. SOC., 1909, p. 89). Voir aussi Larmor et Hills, *The irregular movement of the earth's axis of rotation*, dans les MONTHLY NOTICES, 1906, article déjà cité.

(1) *Ueber die Deformation des Erdkörpers*, dans les PETERMANN'S GEOGRAPHISCHE MITTEILUNGEN, août 1911, pp. 74-75.

Dans ces conditions, tout en admirant la valeur des théoriciens et des observateurs qui jouent le rôle d'avant-garde dans ces difficiles problèmes, réservons notre jugement, jusqu'à ce que la théorie se soit encore perfectionnée et que de nouvelles observations, relatives aux déviations de la verticale, par exemple, aient confirmé ou infirmé les résultats acquis.

2. Sans faire ces réserves et en admettant que la déformation de l'écorce résulte d'une déformation du géoïde, Lallemand arrive aux intéressantes conclusions que voici (¹) :

« La marée réelle du géoïde est à peu près les $\frac{4}{3}$ de la marée théorique.

» Les marées de l'écorce ont à peu près la même amplitude que les marées océaniques et sont les deux tiers des ondes théoriques correspondantes, calculées dans l'hypothèse d'une Terre indéformable.

» L'amplitude de ces dernières marées à l'équateur étant de 0^m50 pour l'onde lunaire semi-diurne et de 0^m23 pour l'onde solaire correspondante, la marée de l'écorce terrestre atteint, au total, à peu près 0^m5 à l'équateur, lors des nouvelles ou des pleines lunes équinoxiales et seulement 0^m2 au moment des quartiers.

» Réduites de moitié à 45° de latitude, ces marées sont nulles aux pôles. »

§ 5. *Sur la rigidité moyenne de la Terre.*

Admettant l'hypothèse de Roche-Wiechert (²) sur la constitution interne du globe, Schweydar a trouvé, entre le rapport $\frac{m}{\alpha}$ et le coefficient moyen ρ de rigidité (³) du globe, une relation qui peut

(¹) *Art. cité*, BULLETIN ASTRONOMIQUE, oct. 1911, p. 387.

(²) D'après cette hypothèse, la Terre serait composée d'une écorce relativement légère (densité 3,2; épaisseur 0,22 du rayon) autour d'un noyau plus lourd (densité 8,2).

(³) Afin de simplifier les notations, on adopte souvent, comme ici, pour

— 78 —

s'écrire ainsi :

$$\frac{m}{\alpha} = \frac{1,73 + \rho^2}{1,92 + 5,42\,\rho + \rho^2}.$$

Si, dans cette relation, on fait, avec Lallemand, $\frac{m}{\alpha} = \frac{2}{3}$, on trouve $\rho = 6,3$, c'est-à-dire une valeur correspondant à une rigidité intermédiaire entre celle du cuivre $\rho = 4,4$ et celle de l'acier $\rho = 7,7$; ce qui apporterait une remarquable confirmation à la géniale intuition de Lord Kelvin en 1863 (1).

Remarques. — 1. Les réserves que nous avons faites au paragraphe précédent, nous les répétons maintenant : la conclusion à laquelle nous venons d'être conduit, d'après Lallemand, se fonde à notre avis, sur des prémisses encore incertaines, pour ne pas dire fausses.

Schweydar lui-même ne s'est pas, en effet, limité à l'hypothèse de Roche-Wiechert, sur laquelle il a basé la relation entre $\frac{m}{\alpha}$ et ρ ; il a cru bon d'admettre en outre une couche fluide entre l'écorce et le noyau. Mais Love (2) a contesté la possibilité de l'existence de cette couche.

« Cette dernière hypothèse, dit Poincaré (3), en parlant de la couche fluide de Schweydar, n'a pu supporter l'examen, de sorte qu'il faudra admettre pour la variation des densités une loi beaucoup plus compliquée que celle de Wiechert.

» De son côté, M. Lallemand a cherché à montrer que les

---

unité auxiliaire de rigidité, une unité égale à 10^{11} unités C. G. S., soit à 10^{11} dynes par centimètre carré.

Le coefficient habituel K d'allongement longitudinal et le coefficient σ de contraction transversale sont, règle générale, liés au coefficient ρ par la formule

$$\rho = \frac{0,49}{1 + \sigma}\,\frac{K}{1000}.$$

(1) Nous avons mis « 1863 » au lieu de « 1877 », parce qu'il est déjà question de ce point dans le mémoire de 1863 de Thomson.

(2) *The yielding of the earth, etc.*, art. cité.

(3) *Note sur la XVI^e Conférence de l'Association géodésique internationale*, dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1911, pp. 11 et 12.

données fournies par les deux modes d'observation sont parfaitement compatibles avec la supposition d'une élasticité sensiblement constante. C'est là l'objet de sa récente Notice, bien connue des lecteurs de l'ANNUAIRE. Ces questions ont occasionné une intéressante discussion à laquelle ont pris part MM. Hecker, Lallemand et Sir G. Darwin. Cette discussion n'aura pas été inutile, bien qu'on ne soit pas arrivé à un accord définitif, ce qui n'était pas possible dans l'état actuel des observations. Les mesures nouvelles actuellement entreprises nous y amèneront sans doute; dans quelques années, on possèdera des données assez précises pour pouvoir arriver à une conclusion. Mais il est un point qui a été un peu oublié et dont il conviendra alors de tenir compte. Newcomb avait montré que les Océans jouaient un rôle dans la variation des latitudes, et il avait cherché à l'évaluer grossièrement; ses successeurs ont, dans leurs calculs, laissé cette circonstance de côté en la considérant à tort comme négligeable. Cela ne sera plus permis quand les observations seront devenues plus précises. »

Notons, en terminant, que certains auteurs ne paraissent pas mériter le reproche que Poincaré adresse *in globo* aux successeurs de Newcomb : c'est, par exemple, le cas de Woodward et de Larmor qui, l'un et l'autre en 1896 (1), ont cherché à calculer l'influence des eaux de l'Océan sur la durée du cycle eulérien; c'est aussi le cas de Rudzki qui, en 1899 (2), a tenté de déterminer cette influence sur la rigidité moyenne de la Terre.

Plus récemment, on l'a vu plus haut, Love a travaillé dans le même sens. Rappelons enfin que c'est en partie pour chercher à déterminer pratiquement cette influence des eaux de l'Océan que lors de ses réunions à Manchester, en juillet dernier, l'Association internationale de sismologie a décidé l'établissement de nouvelles stations où l'on observerait, à l'aide de pendules horizontaux, les déviations de la verticale, dans les meilleures conditions possibles.

---

(1) Woodward, ASTRONOMICAL JOURNAL, 1896, t. XV, n° 345.

Larmor, *On the Free Eulerian Precession* (Proceedings of Cambridge Phil. Society, t. IX, 1896) art. cité. Cf. Jaune, ouv. cité, pp. 63, 64 et 197.

(2) *Theorie des physischen Zustandes der Erdkugel*, dans le BULLETIN INTERN. DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE, n° 31, 1899, pp. 283-311.

TABLE DES MATIERES

PAGES

Introduction 1

Considérations générales sur l'astronomie 1

Classification des problèmes de la mécanique céleste en trois catégories. 3

Objet de ce travail 6

CHAPITRE I.

DES VARIATIONS DE LA LATITUDE.

§ 1. — *Première période. Peut-on constater par l'observation une variation de latitude?* 7

§ 2. — *Les recherches se multiplient ; les variations de la latitude paraissent mieux établies par l'observation* 20

§ 3. — *Polhodie, période chandlérienne, période annuelle, terme z de Kimura* 27

Polhodie 27

Périodes de Chandler. 29

Terme z de Kimura 30

§ 4. — *Le service international des latitudes* 31

Organisation du service dans l'hémisphère nord 31

Organisation du service dans l'hémisphère sud 34

Intervention pécuniaire de l'Associations géodésique internationale . 35

Résultats obtenus 37

Remarques. 44

§ 5. — *Coopérations libres* 46

§ 6. — *Remarques* 61

CHAPITRE II.

SUR LES DÉVIATIONS JOURNALIÈRES DE LA VERTICALE SOUS L'INFLUENCE ATTRACTIVE DE LA LUNE ET DU SOLEIL.

PAGES

§ 1. — *Préliminaires* 68

§ 2. — *Sur les marées océaniques* 72

Des marées théoriques (ou des marées dans le cas où la Terre est considérée comme un solide indéformable). 72

Rapport des amplitudes des marées observées aux amplitudes des marées théoriques 74

§ 3. — *Déviations journalières de la verticale* 74

Déviations théoriques par suite de l'attraction de la Lune et du Soleil (ou déviation de la verticale dans l'hypothèse d'une Terre absolument indéformable) 74

Déviations observées. 75

Comparaison entre les déviations théoriques et les déviations observées. 76

Remarques. 76

§ 4. — *Comparaison entre les marées océaniques, les déviations journalières de la verticale et les variations de la latitude* . . . 78

A propos des marées océaniques, des déviations de la verticale et des variations de la latitude. 78

Remarques. 80

§ 5. — *Sur la rigidité moyenne de la Terre* 81

Remarques. 82

ADDITIONS ET ERRATA

P. 9, note (1), 2e ligne. Au lieu de « Polhöbe », mettre « Polhöhe ».

P. 57, lignes 13 et 17. Permuter les expressions « un mémoire » et « une note ».

P. 72, note (6). Au lieu de « 76 », mettre « 74 ». Ajouter « Il a paru en 1906 une 2e édition anglaise (dont une traduction allemande, par Timpe, en 1908, Leipzig, Teubner). »

P. 78, 15e ligne. Après « en outre », introduire « , comme Wiechert, ».

P. 79, 3e ligne (à partir du bas). Supprimer « art. cité ».

P. 79, note (2). Ajouter « V. aussi, comme travaux récents du même auteur, *Physik der Erde* (Leipzig, 1911, Tauchnitz, un vol. in-8° de 584 pages) et *Parametrische Darstellung der elastichen Welle in anisotropen Medien*, dans le BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE, Oct. 1911. »

LES PLANTES ALIMENTAIRES

DES

Indigènes du Congo Belge

PAR

É. DE WILDEMAN,
Conservateur au Jardin botanique de Bruxelles,
Chargé de cours à l'Université de Gand

En 1903, devant le Congrès international d'Agriculture tenu à Rome, nous avions déjà porté la grave question de l'importance d'une étude des plantes cultivées par les indigènes de l'Afrique centrale (1).

Malgré, disions-nous à cette occasion, les nombreux travaux déjà publiés sur la géographie, la flore, la faune et l'ethnographie du Congo Indépendant, il n'est pas encore possible de donner une idée de l'extension des cultures indigènes et de la géographie agricole de ce vaste domaine.

Certes nous connaissons les principaux végétaux qui forment le fond de la nourriture des noirs, mais on ne connaît ni la distribution de ces cultures ni leur importance suivant les régions.

Cette importance est variable indiscutablement car déjà, le Prof. Schweinrfurth nous l'a appris, dans certaines régions le noir cultive avec soin certaines plantes et même des légumes, sur lesquels le célèbre explorateur allemand n'insiste pas ; mais dans certaines zones aussi l'indigène paraît antipathique à la culture

---

(1) Notes sur les cultures des indigènes de l'État Indépendant du Congo, in *Rapports et communications.* VIIe Congrès international d'Agriculture. Rome. Vol. I, 2e partie, Turin 1903, p. 219.

de quelques plantes, par exemple, chez les Mangbettu, à celle des céréales ([1]).

Notre conclusion de 1903 — à savoir que : bananes, manioc, huile de palme, arachides sont, avec le poisson et le gibier, assaisonnés par le sel et des condiments indigènes, les bases de l'alimentation du noir — est restée exacte.

Malheureusement depuis nous n'avons pu entrer dans le détail de la question et nous sommes en 1911, à peu près dans la même situation qu'en 1903.

L'importance des plantes vivrières a cependant été souvent soulignée depuis que nous insistions en 1903 sur le fait que cette étude des ressources culturales vivrières indigènes, permettrait peut-être de se rendre compte de l'évolution de la race nègre, et du chemin suivi par les civilisations qui ont pénétré dans le centre de l'Afrique ([2]).

L'État Indépendant a compris cet intérêt et il publia en 1909 une série d'instructions sur la culture des plantes vivrières, car, disait le service compétent : « Il importe que les plantations vivrières soient établies partout dans le but de pourvoir, d'une façon complète, au ravitaillement du personnel » ([3]).

Les travaux d'Aug. Chevalier et de bien d'autres collègues anglais, allemands, français, nous ont amené à publier en 1909 dans les ANNALES DE L'INSTITUT COLONIAL DE MARSEILLE un certain nombre de notices sur des plantes vivrières de l'Afrique Centrale, et de cet examen, encore souvent très superficiel, nous arrivions tout naturellement à formuler, une fois de plus, la conclusion de la

---

([1]) Voyez sur les cultures vivrières entre autres : H. Jumelle, *Les cultures coloniales. Plantes alimentaires*, Paris 1901, et *Les plantes à tubercules alimentaires*, Paris 1910.

([2]) De Wildeman, *loc. cit.*, p. 220.

([3]) *Culture des plantes vivrières, potagères et fruitières. Élevage*. Bruxelles, 1907.

Malheureusement dans ce travail il est difficile de discerner ce qui est indigène et ce qui est introduit ; on insiste dans un chapitre sur le *Panicum miliaceum*, qui n'existe pas en Afrique tropicale, se rencontre à peine à l'état introduit dans le nord de l'Afrique et en Égypte. Il est donc difficile de tirer de ce travail des conclusions pour la résolution de la question qui nous préoccupe : « Les cultures des indigènes ».

nécessité d'enquêtes très étendues pour chacune des plantes cultivées par les indigènes congolais. Nous étions même amené à donner en quelques lignes un projet de questionnaire, énumérant les questions principales auxquelles il serait utile de voir répondre rapidement (1).

La nécessité d'une étude sur les aliments végétaux n'est d'ailleurs point spéciale à l'Afrique, elle s'étend à la plupart des colonies tropicales pour le développement rationnel desquelles elle devient primordiale.

Elle a encore récemment été mise en relief par le Dr G. Capus, dans son mémoire sur la *Spécialisation des Jardins botaniques dans les recherches d'Agriculture tropicale* (2).

Avec le Dr Dryepondt, nous avons insisté devant le Groupe d'Études coloniales de l'Institut de Sociologie Solvay sur le fait qu'en Afrique « tous les efforts doivent tendre à ce que les noirs augmentent leurs cultures vivrières, car la difficulté de nourrir le personnel peut être une cause, et sera une cause, d'échec des entreprises de grande culture, du commerce et des travaux publics » (3).

Certains travaux récents de MM. Adam, A. Chevalier, Henry, Hubert, Prudhomme, pour ne citer que les auteurs français, sont de beaux exemples des résultats que de telles enquêtes, conduites avec persévérance — et en connaissance de cause — peuvent donner ; signalons entre autres comme modèles, les documents sur les *Elaeis* et sur les *Colatiers* publiés par A. Chevalier et É. Perrot (4).

Une série d'enquêtes sur les plantes plus ou moins cultivées par le noir, aurait encore le très grand intérêt de déterminer

---

(1) Notes sur des plantes largement cultivées par les indigènes en Afrique tropicale ; ANNALES DU MUSÉE COLONIAL DE MARSEILLE, 2e série, 7e vol. 1909.

(2) Association internationale d'Agronomie coloniale. *Congrès international d'Agronomie coloniale et tropicale de Bruxelles.* Avril 1910. Étampes.

(3) Dr Dryepondt et É. De Wildeman. « L'amélioration et le développement des cultures vivrières et industrielles au Congo ». Travaux du groupe d'Études coloniales de l'Institut de Sociologie Solvay extraits du BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ BELGE D'ÉTUDES COLONIALES, n° 78, juillet-août 1911.

(4) Voyez *Les végétaux utiles de l'Afrique tropicale française*, fasc. VI et VII, Paris, 1910 et 1911.

l'action du blanc sur les connaissances acquises par le noir relativement à son alimentation.

Si l'on tarde à faire ces enquêtes, il deviendra de plus en plus difficile de déterminer l'origine des plantes mises en culture et à la suite de quelles circonstances l'emploi de ces plantes s'est étendu.

Ces considérations ont leur intérêt non seulement aux points de vue botanique et agronomique, mais encore au point de vue ethnographique. C'est ce que M. C. Van Overbergh a fort bien compris quand il a composé son questionnaire ethnographique, dans lequel il a donné une très grande importance au chapitre « B. 20 Alimentation ».

Les données relatives aux plantes alimentaires du noir, publiées dans certaines monographies de sociologie descriptive sous la rubrique « B. Vie matérielle, 20 », méritent nous semble-t-il d'être reprises et discutées ici, car elles feront voir d'un côté l'intérêt de cette étude et de l'autre les grandes lacunes qu'elle présente. Ces lacunes sont d'ailleurs de deux ordres : absence de documents et mauvaise interprétation des données, par suite d'une connaissance par trop incomplète de botanique appliquée.

Les monographies auxquelles nous faisons allusion et qui intéressent notre Congo se rapportent aux Bangala, Mayombe, Basonge, Mangbettu, Warega, Ababua (1). Ce sont donc là les seules tribus indigènes sur lesquelles nous possédons des documents coordonnés.

Il ne s'agit naturellement pas ici de faire un traité de la culture des plantes vivrières, ni même de dresser un catalogue raisonné des essences qui peuvent servir dans certains cas à l'alimentation du noir et du blanc. Il s'agit simplement d'essayer de montrer l'état dans lequel se trouve actuellement une question, qui à première

---

(1) *Les Bangala*, par C. Van Overbergh avec la collaboration de Éd. De Jonghe, Bruxelles, 1907.

Les Mayombe, idem.

Les Basonge, par C. Van Overbergh, Bruxelles, 1908.

Les Mangbettu, par C. Van Overbergh avec la collaboration de Éd. De Jonghe, Bruxelles, 1909.

Les Warega, par le Ct. Delhaise, Bruxelles, 1909.

Les Ababua, par J. Halkin avec la collaboration de E. Viaene, Bruxelles, 1911.

vue, et pour certains, tout à fait secondaire, doit être envisagée comme d'une importance capitale pour la mise en valeur rationnelle de notre colonie.

Cette question est particulièrement à étudier du côté indigène, car on ne pourrait assez insister sur le fait que de l'alimentation rationnelle du noir dépend, en grande partie, le succès de la colonisation. Malheureusement cette question est très complexe et il n'est pas possible de la résoudre en peu de temps.

C'était pour insister sur son importance que notre confrère et ami Aug. Chevalier, porta au programme de la session de Dijon (août 1911) de l'Association française pour l'avancement des Sciences, la question « Distribution géographique et conditions climatériques des principales grandes cultures (1) » et qu'il nous pria de venir discuter avec lui, et ses collègues français, sur la nécessité d'un programme de recherches élaboré en commun par les géographes et les naturalistes (2).

L'assemblée de Dijon ratifia d'ailleurs complètement nos vues et sur la proposition de M. Aug. Chevalier, et de moi-même, les sections de Géographie, de Botanique et d'Agronomie réunies émirent les vœux que nous rappellerons ici. Ces vœux furent ratifiés en assemblée générale et, depuis, repris par le Congrès de l'Afrique orientale qui a tenu ses assises à Paris en octobre dernier où notre confrère le Prof. H. Jumelle, de Marseille, avait dans les conclusions d'un de ses rapports émis des idées analogues aux nôtres (3).

Les vœux de Dijon comportaient :

1° Que les Gouvernements coloniaux organisent des enquêtes

---

(1) Aug. Chevalier « Distribution géographique et conditions climatériques des principales grandes cultures » in COMPTE-RENDU DE LA 40e SESSION DE L'ASSOCIATION FRANÇAISE POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES A DIJON. Paris, 1911, p. 213.

(2) É. De Wildeman. « Plantes cultivées par les indigènes de l'Afrique tropicale centrale pour l'alimentation » in COMPTE-RENDU DE LA 40e SESSION DE L'ASS. FRANÇ. POUR L'AVANC. DES SCIENCES, loc. cit., p. 109.

(3) Voyez : *Résumé des rapports et texte des vœux présentés au Congrès de l'Afrique orientale.* Paris 1911, rue d'Anjou, 17. — H. Jumelle, *Agriculture, son état actuel; moyens à employer et mesures à prendre pour assurer son avenir*, p. 37 et suiv.

scientifiques sur la géographie botanique et spécialement sur toutes les plantes cultivées par les indigènes.

2° Que ces plantes soient soumises à des essais rationnels dans les stations spéciales au même titre que les plantes de grande culture industrielle.

3° Que dans chaque Colonie, il soit créé un établissement central organisé scientifiquement en vue du développement de l'agronomie coloniale, unique source de richesses permanentes dans tous les pays.

Espérons que, présentés aux Pouvoirs publics, ces vœux seront pris en considération et que leur mise en exécution donnera satisfaction à ceux qui, depuis longtemps, proclament la nécessité d'études poursuivies sur toutes les plantes des régions tropicales.

Il résulte de la première enquête à laquelle s'est livré M. Van Overbergh, que les « Bangala » se servent en première ligne dans leur alimentation du manioc et de la banane.

Ils connaissent les deux types de manioc : doux et amer et appliquent à ces deux plantes des noms différents.

Trois formes de bananes seraient particulièrement utilisées, dont la troisième serait la banane de Chine d'introduction relativement récente.

La patate douce, les ignames *(Dioscorea)*, les arachides, le maïs, la canne à sucre, le *Caladium*, sont aussi cultivés en même temps que certains légumes.

M. Fr. Thonner, qui, plus récemment que les auteurs consultés pour la rédaction de cette monographie, a visité le pays, relate pour les peuplades des Bangala la culture et l'utilisation, au point de vue alimentaire, du manioc amer (*Manihot utilissima* Pohl), des bananiers à grands fruits (*Musa sapientum* L. var. *paradisiaca* L.), du maïs.

Dans le sud de la région c'est le *Manihot* qui domine, c'est donc là un effet indiscutable de l'homme; vers le nord le maïs et le bananier prédominent. Il n'est naturellement pas possible de conclure de cette importance inégale, l'indigénat du maïs et du bananier; mais cela permet indiscutablement d'affirmer que la culture du maïs et surtout celle du bananier est déjà ancienne; à telle enseigne que certains explorateurs ont cru pouvoir annon-

cer, avec assez de raison peut-être, que des bananiers comestibles africains étaient vraiment indigènes.

Sur une moins grande étendue M. Thonner a vu cultiver chez les Bangala le manioc doux qu'il rapporte au *Manihot palmata* (Vill.) Müll. Arg. var. *Aipi* Pohl, des colocases (*Colocasia antiquorum* Schott), des *Dioscorea*, la canne à sucre, le tabac et dans le nord de la Mongala le *Sesamum indicum* L. (1).

Se dirigeant vers l'Ubangi, lors de sa deuxième tournée dans le nord de l'Afrique, M. Fr. Thonner a remarqué que dans la région de brousse du nord du Congo, de Banzyville vers les rapides de l'Éléphant, le sorgho prenait une importance considérable au détriment du bananier.

L'enquête sur la peuplade des Ababua, entreprise à deux reprises différentes déjà par le Prof. J. Halkin, conduit au point de vue de l'alimentation végétale du noir à peu près aux mêmes résultats. Ce sont : manioc, patates douces, maïs, bananes, courges, ignames, arachides, champignons.

Mais les bananiers dominent; cependant on semble avoir observé d'après les divers bassins une différenciation de cultures, c'est ainsi que d'après M. Nahan, dans le Bassin du Rubi, le bananier domine, dans celui de l'Aruwimi par contre, manioc et maïs paraissent avoir pris le dessus (2).

Chez les Warega, une autre peuplade de la bordure de la forêt centrale, occupant un emplacement entre le Tanganika et le Lualaba, nous voyons également le bananier dominer. Les plantes alimentaires, et souvent cultivées, sont : bananier, manioc, arachides, maïs, ignames et des fruits divers sur l'origine desquels nous n'avons aucun renseignement précis.

Chez les Basonge la nourriture végétale semble devenir moins importante, la viande prime paraît-il le légume et le fruit. Cependant dans la série déterminée des aliments végétaux nous retrouvons toujours les mêmes éléments, à savoir : manioc, qui semble

---

(1) Cf. Fr. Thonner in De Wildeman et Th. Durand, *Plantae Thonnerianae Congolensis*, Bruxelles, 1900, p. XX; et in De Wildeman, *Études Flore Bangala et Ubangi*, Bruxelles, 1911, p. XVII.

(2) Cf. Halkin, *Les Ababua*, *op. cit.*, p. 215, B. 51.

le plus abondamment consommé, maïs, riz, millet [1], Cucurbitacées, bananes.

Dans la région du Mayombe, à première vue mieux explorée, la documentation, relative à la nourriture du noir, n'est dans ses détails guère beaucoup plus avancée.

Cependant la liste des végétaux utilisés par le noir est déjà plus étendue :

Patates douces, ignames, fèves, pois, choux, Cucurbitacées (pastèques, courges, etc.), Solanacées (tomates), manioc, arachides, *Elaeis*, bananiers, cola, maïs, ananas, canne à sucre, papayers, Allium (ails), manguiers, citronniers, cédratiers, orangers, sapotiers, et toute une série de fruits et de légumes. Malheureusement nous ne connaissons pas scientifiquement la plupart de ces plantes, et pour ne rappeler, par exemple, que les citronniers, cédratiers et orangers, nous ne pourrions dire, n'en ayant jamais vu des documents botaniques, s'ils appartiennent à des espèces introduites, ou, ce qui serait plus intéressant et très possible, à des essences indigènes.

Notre questionnaire, auquel nous faisons allusion plus haut, est loin d'être complet, il n'envisage point toutes les particularités de la culture des plantes, mais il est aisé de le compléter et de faire passer dans ses rubriques générales, toutes les remarques qu'il est donné à un homme observateur de faire par l'examen de la nature.

Si nous pouvions pour chacune des plantes de culture du noir, et pour chacune des régions ou des zones naturelles d'une colonie, obtenir un certain nombre de réponses à de tels questionnaires, il serait aisé, après en avoir fait une synthèse, d'obtenir une documentation que les agents de la colonie pourraient rapidement compléter par leurs observations journalières.

Nous ne pensons pas qu'il soit utile de reproduire ici les assertions de MM. Bruel, Chevalier, Warburg, Capus, etc., toutes favorables à notre thèse de l'importance des cultures indigènes, mais nous croyons qu'il est bon d'affirmer hautement que du

---

[1] Il s'agit ici sans doute du millet à chandelle — *Panicum spicatum* — et non du *Panicum miliaceum*, que l'on a cru pouvoir signaler en Afrique, où il ne se rencontre probablement pas.

développement des cultures vivrières dépend la richesse du pays. Le développement de ces cultures, outre qu'il permet la fixation de l'indigène, le stimulera dans la production des plantes de culture et lui donnera la vigueur nécessaire pour poursuivre, dans un pays à climat débilitant, les grandes cultures industrielles et les industries agricoles elles-mêmes.

Quelles sont les raisons pour lesquelles on n'a guère poussé jusqu'à ce jour ces cultures, et pour lesquelles nous avons reçu, très irrégulièrement, des documents sur les végétaux cultivés au point de vue alimentaire par le noir ?

Il faut, à notre avis, citer en premier lieu le manque de formation des hommes qui sont partis pour les colonies et dans beaucoup de cas l'absence de formation des agents de culture, qui trop souvent ne se rendent aucun compte de la valeur des plantes indigènes. Ils sont fréquemment tentés de préconiser la culture des légumes européens, qui ont pour eux, semble-t-il, tous les avantages et possèdent, cependant vis-à-vis des plantes locales, de sérieux inconvénients.

M. Jumelle a pu le dire avec raison : « Une autre de nos erreurs a été de vouloir tout d'abord chercher bien loin ce qu'il était possible de trouver en grande partie dans le pays même. Beaucoup de temps et d'efforts ont été perdus par des essais d'introduction de plantes étrangères ; il eût été plus prudent et préférable de s'efforcer, et avant tout, d'étendre et d'améliorer la culture des espèces qui, en raison de leur indigénat ou d'une introduction déjà ancienne, n'étaient pas soumises aux aléas de l'acclimatement » (1).

C'est d'ailleurs le même principe que le Dr Dryepondt et moi défendions, quand nous disions : « Au point de vue de la culture maraîchère, il importe de s'efforcer, tout en introduisant certains légumes européens d'acclimatation et de culture faciles, de faire connaître et de répandre parmi les Européens l'usage des légumes indigènes. Parmi ceux-ci il en est d'excellents, et au point de vue hygiénique, leur emploi est bien préférable à celui des conserves » (2).

---

(1) H. Jumelle, in *Rapports du Congrès de l'Afrique orientale française*, loc. cit., p. 39.

(2) Dr Dryepondt et É. De Wildeman, loc. cit., p. 3.

Mais est-ce bien la faute de nos coloniaux, de ceux qui ont accepté cette vie hérissée de grandes difficultés s'ils n'ont pas sur ces questions des idées justes? Non, certainement non!

Peu initiés en général aux sciences naturelles, les agents coloniaux, et malheureusement surtout les agents de culture, les mieux placés pour l'étude de l'alimentation végétale du noir, n'ont pas eu l'occasion de développer avant leur départ la faculté d'observation et n'arrivent pas, dans bien des cas, à démêler dans les pratiques indigènes ce qui est important de ce qui est secondaire et, très souvent même, ne font pas la moindre attention à ce qui se passe autour d'eux.

C'est donc déjà dans la métropole qu'il faut intervenir, c'est à nous à faire ouvrir les yeux à nos coloniaux, car il y a dans ces cultures vivrières pour le colon, comme pour l'indigène, une source de bien-être en même temps que de bénéfices (1).

Il existe indiscutablement en Afrique tropicale, des végétaux capables de fournir, en culture soignée, des légumes appétissants et équivalents à ceux de nos régions tempérées. Nul doute que par une sélection appropriée, il ne devienne possible de produire au Congo, comme dans les autres régions de l'Afrique tropicale, des légumes variés et en grande quantité, et qu'il soit par suite possible d'écarter de plus en plus de l'alimentation du blanc les conserves de légumes, et de celle du noir des produits innommables dont la cousommation occasionne un tort considérable à sa santé.

Malgré des rapports très favorables, la culture des légumes européens sera toujours soumise à des aléas et on ne parviendra à acclimater un petit nombre de nos légumes européens, qu'après une longue période d'essais. La culture et la sélection de ces plantes, sorties brusquement de leur milieu, paraissent donner jusqu'à ce jour fort peu de bons résultats, c'est seulement par des soins constants, par un renouvellement régulier des graines que l'on obtient des produits.

Il est loin d'en être de même si l'on s'adresse aux plantes indigènes ou depuis fort longtemps en culture, par conséquent

---

(1) Voyez à ce sujet entre autres : É. De Wildeman, *Sciences biologiques et colonisation*. Bruxelles, 1909.

acclimatées; leur culture est en général facile et il sera aisé, — les indigènes y sont déjà arrivés dans certaines régions — d'obtenir par des soins plus rationnels des produits satisfaisant les goûts des Européens.

De cette appréciation nous ne voulons pas conclure qu'il faille proscrire la culture en Afrique, et dans d'autres régions tropicales, de nos légumes européens; mais l'acclimatation de ces végétaux est œuvre de longue haleine que les Gouvernements coloniaux doivent encourager, sans pour cela délaisser ou proscrire la culture des plantes indigènes.

Les plantes alimentaires les plus importantes du Congo belge sont donc : manioc, bananiers, des légumineuses (en particulier arachides, *Voandzeia* et quelques autres plantes à graines), *Elaeis*, *Dioscorea*, patates douces, sorgho, et millet à chandelles.

De ces plantes plusieurs ne sont pas indigènes au Congo, en particulier le manioc et les patates douces; la première de ces deux plantes est d'introduction relativement récente, mais sa culture s'est étendue avec une telle rapidité que dans toutes les régions du Congo sur lesquelles nous avons reçu des renseignements, le manioc, en diverses formes, est actuellement cultivé sur une plus ou moins grande échelle.

Est-ce un bien, est-ce un mal?

Nous avons étudié ailleurs ce problème, regrettant l'introduction de cette essence en Afrique où elle n'a pas apporté, croyons-nous, de bien grands profits (1).

La banane est certes de bien plus de valeur que le manioc, elle mériterait d'être plus fortement conseillée qu'elle ne l'est. Comme l'a dit un jour le Dr Stuhlmann : là où la culture du bananier est l'objet des soins du noir, on trouve une aisance rarement à trouver chez les populations demi-nomades de l'Afrique centrale.

Malheureusement le bananier est justement une de ces plantes pour lesquelles nous réclamons depuis des années des enquêtes suivies dans le Congo belge. Malgré les travaux récents : anglais,

---

(1) Consultez : De Wildeman, *Notes sur des plantes largement cultivées en Afrique tropicale*. loc. cit. supra et De Wildeman, *Mission permanente d'études de la Compagnie du Kasai*. Bruxelles, 1910. p. 186 et suiv.

allemands, français, il reste au sujet de cette plante de nombreuses choses à faire en Afrique et de par le monde, et il ne serait pas trop d'une entente internationale pour arriver à solutionner les nombreux et intéressants problèmes que soulèvent la culture et l'exploitation des bananiers et des produits dérivés (1).

La culture du bananier semble, au Congo belge, particulièrement répandue dans le nord et dans l'est, où elle existe même là encore assez intense en dehors de la forêt tropicale proprement dite (2).

Elle paraît également avoir conservé une assez grande importance dans la région du Mayombe, où le manioc n'a guère pénétré aussi intimement que dans d'autres parties du centre de l'Afrique (3).

Dans le sud, dans la région minière du Katanga, sur les hauts plateaux du sud de la région de Kasaï, les bananiers deviennent plus rares que dans le nord et le centre et souvent même, en particulier sur les plateaux méridionaux du Katanga, les conditions météorologiques empêchent leur développement régulier.

Pour l'arachide, des travaux récents, déjà assez complets, nous montrent les immenses lacunes de nos connaissances relativement à la dispersion, à la variation, aux modes de culture et aux rendements de cette espèce au Congo belge. Et cependant elle a une très grande valeur !

Elle semble moins cultivée en tous cas dans la colonie belge qu'elle ne l'est plus au nord dans les colonies françaises. Le *Voandzeia* paraît, lui, occuper dans le sud du Congo, surtout dans la zone kasaienne, une place relativement importante. Mais si les indigènes paraissent cultiver avec un certain plaisir cette petite plante, ils ne semblent pas avoir songé à sélectionner ses variétés.

---

(1) Le dernier travail paru sur le bananier est : Zogorodsky, *Die Banane und ihre Verwertung als Futtermittel. Beihefte zum Tropenpflanzer*, Bd. XII, nº 4 juillet 1911. Nous ne pouvons citer ici la littérature complète relative à ce sujet, rappelons simplement encore la monographie de M. P. Hubert, *Le Bananier*, Paris 1909.

(2) Cf. Fr. Thonner in De Wildeman et Th Durand, *Plantae Thonnerianae*. p. xx et in De Wildeman, *Études sur la Flore des Districts des Bangala et de l'Ubangi*, p. xvii et É. De Wildeman in *Rapports Congrès d'Agric. de Rome*. loc. cit., p. 220.

(3) Cf. C. Van Overbergh, *Les Mayombe*, 1907, pp. 100 et 101.

Quant à l'*Elaeis*, dont l'Afrique paraît être le berceau, nous ne possédons, pour l'Afrique centrale de données comparables à celles que l'on a réunies pour les autres colonies voisines.

Dans le cadre de la belle monographie de notre confrère Aug. Chevalier il y aurait à intercaler les données particulières résultant des enquêtes qu'il serait nécessaire de décréter, ou de continuer, dans les colonies africaines, de manière à faire une œuvre complète et de la plus haute valeur pour l'avenir économique des colonies de l'Afrique occidentale (1).

Les ignames ou *Dioscorea*, très cultivés par le noir dans certaines régions africaines, n'ont guère fait l'objet de recherches en Afrique, leur étude rationnelle est à peine ébauchée, mais l'on peut dire sans exagération qu'elle donnera, tant du côté scientifique pur que du côté de la pratique, des résultats intéressants à ceux qui l'entreprendront. Déjà M. Aug. Chevalier nous a, dans une note préliminaire à l'Académie des Sciences (2), donné un aperçu de la variation de certaines des espèces cultivées au Soudan et à la Côte d'Ivoire.

Dans des observations poursuivies durant ces dernières années, nous avons personnellement été frappé de la variation des *Dioscorea* indigènes et nous avons été amené, nous basant sur des caractères de l'épiderme des tiges, de la morphologie des feuilles et des fruits, à différencier des espèces formant des groupes dans lesquels on observe une sorte de parallélisme.

Malheureusement nous ne pouvons fournir pour ces espèces ou formes, parfois sauvages, parfois de culture, aucune donnée sur le rendement et la valeur alimentaire des tubercules. Si dans

---

(1) Voyez au sujet de la nécessité des enquêtes sur l'*Elaeis* : É. De Wildeman. A propos du palmier à huile, in *Les matières grasses*. Paris, 1908, p. 1006 et *Mission permanente d'Études scientifiques de la Compagnie du Kasai*. 1910, p. 204, où se trouvent renseignées les autres sources et l'importante monographie de M. Aug. Chevalier. *Documents sur le palmier à huile*; consultez aussi à ce propos, É. De Wildeman. Le palmier à huile en Afrique occidentale, in *Les matières grasses*. Paris, 1910, p. 2000. On trouvera à ces places l'indication d'une bibliographie plus étendue.

Cf. en outre : De Wildeman, Notes sur des plantes largement cultivées par les indigènes en Afrique tropicale, in ANNALES DU MUSÉE COLONIAL DE MARSEILLE, 2e série, vol. VII, 1909; et *Le Congo et ses produits végétaux*. Société des Ingénieurs et des Industriels, Bruxelles, 1911, p. 17 et suiv.

certains catalogues [1] nous trouvons quelques renseignements sur la valeur culturale ou alimentaire de *Dioscorea* indigènes, nous ne pouvons dans la plupart des cas rapporter les plantes différenciées par le noir, à des types botaniques. Ces documents sont donc sans valeur dans cet état et demandent, dans l'intérêt du noir et de la colonie, à être complétés le plus rapidement possible.

Nous ne voulons insister ici sur les autres plantes rappelées; toutes d'ailleurs présentent dans leur histoire congolaise des lacunes souvent tellement étendues qu'il ne peut être question d'en présenter une synthèse.

Parmi les points de l'histoire des plantes vivrières qu'il conviendrait particulièrement d'élucider, nous signalerons en particulier ceux du projet de questionnaire que nous soumettons ci-dessous [2].

Noms indigènes de la plante.
Origine (indigène ou introduite).
Variétés en culture.

L'indigène les reconnaît-il?

Quels sont les caractères particuliers qu'il leur assigne?

Portent-elles des noms spéciaux, leur accorde-t-on un nom générique ou ce dernier accompagné d'un qualificatif?

Caractères de chacune des variétés : forme de la plante et hauteur, nature; couleur interne et externe des racines; couleur, dimensions et forme des tiges; feuilles (forme et texture sur les diverses parties du végétal, couleur, villosité); fleurs (couleur, odeur, mâles, femelles ou hermaphrodites); fruits (grandeur, couleur, nature, vénéneux, comestibles)?

Les caractères sont-ils persistants dans les cultures faites sous des conditions identiques ou sous des conditions différentes?

---

(1) J. Gillet et E. Pâque, *Plantes principales de la région de Kisantu.* Bruxelles, 1910.

(2) Voyez également à ce sujet les questionnaires spéciaux et détaillés proposés par M. Capus pour l'étude de la question rizicole (*Rapport sur la spécialisation des Jardins coloniaux dans les recherches d'agriculture tropicale,* présenté au Congrès d'Agriculture tropicale de Bruxelles, 1910), in L'Agronomie tropicale, n° 6, 1910, p. 124 et suiv.

Quels sont les rendements des diverses variétés?

Les agents extérieurs ont-ils une action sur le rendement et la qualité des produits ?

Maladies et insectes attaquant les plantes?

Les diverses variétés présentent-elles des différences quant à la résistance aux maladies?

Quelles propriétés attribue-t-on à chacune des variétés ? Sont-elles équivalentes? Quelles sont les raisons des opinions de l'indigène?

Comment se préparent les parties alimentaires?

Les produits bruts ou ayant subi une transformation peuvent-ils se conserver longtemps et dans quelles conditions?

Observe-t-on des malaises ou même la mort après ingestion des produits bruts ou préparés?

Culture.

Comment se fait le défrichement du sol en vue de la culture?

Brousse ou forêt?

Le feu intervient-il au début ou régulièrement?

Quels sont les instruments aratoires?

Comment l'indigène prépare-t-il le sol au moment de la mise en culture?

Emploie-t-il des engrais ou des amendements?

Condition du sol et son action sur la récolte?

Semis?

Soins pendant la croissance?

Récolte des produits : racines, tiges, graines?

Séparation de la partie utilisée?

Conservation des graines, tubercules, etc. pour la multiplication?

Au bout de combien de temps le sol épuisé par la culture est-il remis en culture?

La même plante est-elle recultivée sur le terrain ou est-il fait une rotation? Dans ce dernier cas, quelles sont les raisons fournies par l'indigène?

Le sol laissé en jachère, pris sur la forêt ou sur la brousse, se couvre-t-il des éléments de la forêt ou de la brousse?

Cette forêt ou cette brousse nouvelle a-t-elle les caractères de la forêt vierge ou de la brousse vierge voisines?

Dans les cas contraires, comment se différencient les formations ?

Commerce.

Les produits donnent-ils lieu à un commerce local, ou à un commerce d'exportation de tribu à tribu, de région à région ou même de pays à pays?

Comment se fait le transport? Y a-t-il dans cette exportation un déchet?

Quelles sont les habitudes commerciales?

Y a-t-il place sur le marché local pour une grande quantité de produits? Par conséquent la culture aurait-elle avantage à être étendue?

Mais répondre à ces questions, ne peut suffire. Certes il y aurait dans une série de réponses à de tels questionnaires des éléments précieux, des notes, du plus haut intérêt, mais de telles réponses n'auraient vraiment toute leur valeur que si elles étaient accompagnées de documents d'herbier sur lesquels il pourrait être tablé. Ces documents séchés doivent être amples et représenter les diverses parties de la plante, même si possible à tous les stades de son développement. C'est pour le botaniste, dont l'agriculteur dépendra toujours, le seul moyen d'arriver à préciser les caractères des végétaux d'autant plus variables qu'ils sont plus intensément cultivés.

A de tels documents réunis rationnellement, il y aurait un très grand intérêt à joindre des photographies, non seulement de la plante elle-même, mais encore de toutes les phases de sa culture et de son exploitation.

On nous objectera très certainement que cela est trop exiger des agents coloniaux, que leurs besognes sont déjà si multiples qu'ils ne pourraient, au détriment de leurs fonctions, réunir de tels documents dont le collectionnement demande du temps.

Certes nous sommes persuadés que cela demande du temps, mais nous estimons également que cette besogne, faite dans l'intérêt économique de la colonie, serait, dans bien des cas, plus utile que le simple travail paperassier que l'on impose aux agents

coloniaux, que la composition de ces rapports, souvent simples copies, non accompagnés de documents précis qui vont s'entasser dans les cartons des administrations et ne pourront jamais servir à développer économiquement la colonie.

Pour faire voir la variabilité des éléments de la nourriture végétale du congolais, nous avons dressé la liste suivante des végétaux qui entrent, d'après nos résidents et voyageurs, dans l'alimentation du noir.

Déjà longue, cette liste est cependant loin d'être complète ; mais telle quelle, elle prouve, nous paraît-il, suffisamment l'existence en Afrique centrale de légumes dignes d'entrer dans la consommation régulière, et de faire l'objet des études de nos agronomes coloniaux.

Notre confrère et ami le Dr Aug. Chevalier s'occupe à rédiger pour l'Afrique occidentale Française qu'il a parcourue, une liste analogue; nous pourrons plus tard, de la comparaison de ces deux documents, encore incomplets, déduire peut-être quelques conclusions sur l'usage plus ou moins général de certaines espèces répandues dans toute l'Afrique tropicale.

Plantes comestibles de la Flore congolaise (1)

Allium angolense *Baker* (Liliacées) (2).

Cette espèce est actuellement cultivée pour ses oignons dans certains villages du Bas-Congo.

Aerua lanata *(L.) Juss.* (Amarantacées).

---

(1) Nous avons inséré dans cette liste uniquement des plantes à parties ou produits comestibles; nous en avons écarté les nombreuses plantes vivrières, potagères ou fruitières, introduites par le blanc et qui ne sont pas encore répandues parmi les indigènes ; nous avons également laissé, en général, de côté les plantes uniquement condimentaires. Parmi les végétaux de cette liste plusieurs sont indiscutablement sans le moindre avenir, mais il y en a beaucoup dont la culture pourrait tirer parti. La valeur alimentaire de certains d'entre eux demande aussi à être réétudiée.

(2) Nous n'avons pas fourni pour les espèces de ce catalogue de renseignements bibliographiques, on les trouvera dans nos travaux spéciaux sur la Flore du Congo et dans le *Sylloge florae Congolanae* de Th. et Hél. Durand.

Dans les environs de Nyangwe les feuilles seraient consommées en légumes.

Alternanthera sesslis *(L.) R. Br.* (Amarantacées).

Les Bangala, mangent cette plante avec le poisson, ils la désignent : Racaba.

Dans le Bas-Congo, très souvent aussi les indigènes utilisent la plante en légume.

Amarantus caudatus *L.* (Amarantacées).

Dans la région de Boma, les feuilles se mangent, d'après Dewèvre, en guise d'épinards; le frère J. Gillet, S. J., renseigne cette plante comme fréquemment cultivée pour les usages culinaires dans la région de Kisantu. Elle est mangée en purée. Plus au nord, le long du fleuve, les indigènes mangent les feuilles mélangées à des noix de palme broyées.

Amarantus spinosus *L.* (Amarantacées).

Les feuilles sont comestibles à la façon des épinards, et utilisées par les indigènes de la région de Nyangwe.

Amarantus viridis *L.* (Amarantacées).

Cette plante est souvent cultivée par les noirs dans la région de Kisantu, on la mange comme épinard.

Aframomum albo-violaceum *(Ridl.) K. Schum.* (= **Amomum albo-violaceum** *Ridl.*)

La présence de cette espèce est peut-être douteuse. Une plante analogue se rencontre au Congo (Bas-Congo) où les fruits (Tundulu) sont vendus sur les marchés; la plante est plutôt condimentaire qu'alimentaire.

Ampelocissus Chantinii *(Lécard) Planch.* (Ampélidacées).

Dans le Haut-Lualaba, les fruits de cette vigne, rouges à maturité, sont mangés par les indigènes.

Amphiblemma Wildemanianum *Cogn.* (Mélastomatacées).

Dans la région de Kisantu, les feuilles se mangent en légumes, et auraient le goût de l'oseille.

Anacardium occidentale *L.* (Anacardiacées).

Introduit; le pédoncule est comestible et l'amande est mangée de la même façon que l'arachide. Mais la plante est de valeur secondaire au point de vue alimentaire.

Ananas sativus *Schott.* (Broméliacées).

Introduite depuis des années dans le centre africain, cette

plante s'y est particulièrement acclimatée ; elle est mangée par les noirs et par les blancs, sans être pour cela alimentaire dans le vrai sens du mot, c'est plutôt un fruit de dessert,

Dans le Mayombe, cette plante paraît être actuellement très répandue.

Andropogon Sorghum *L.* (Graminacées).

Le sorgho se rencontre presque partout au Congo (Bangala, Mangbettu, Kasai, Ubangi), mais il nous serait impossible de renseigner le lecteur sur les variétés cultivées par le noir et sur leur valeur économique locale. L'étude des variétés et formes de cette graminée intéressante n'a pas été faite chez nous, même sommairement,comme cela a été tenté dans certaines colonies voisines, par exemple chez les Allemands (1), et cependant, comme l'ont dit MM. Busse et Pilger, il serait dans l'intérêt du relèvement des cultures indigènes d'étudier avec soin les meilleures formes culturales africaines de ce groupe de céréales, de rechercher la valeur de leur rendement suivant sol et climats, et d'amener le noir à sélectionner soigneusement ses graines.

Anona senegalensis *Pers.* (Anonacées).

Fruit comestible, peu apprécié des noirs du Bas-Congo.

Anonidium Mannii *(Oliver) Engler* et *Diels* (Anonacées).

Le fruit comestible est mangé par les indigènes dans la région du Kasai.

Arachis hypogaea *L.* (Léguminosacées).

Cultivé dans plusieurs régions congolaises, plutôt en dehors de la grande forêt (Bangala, Mangbettu, Ababua, Warega, Kasai, Bas-Congo, Mayombe). Le Prof. G. Schweinfurth l'avait signalé déjà lors de son mémorable voyage en Afrique dans la région des Mangbettu, et par suite de sa présence dans une région aussi éloignée des côtes, n'ayant pas subi semblait-il l'action de peuples civilisés, il avait cru pouvoir conclure à son indigénat. Cette culture mériterait d'être encouragée et d'être étudiée à divers points de vue.

---

(1) Voyez au sujet des sorghos et de ses variétés africaines les notes dans : É. De Wildeman. *Plantes largement cultivées par les indigènes en Afrique tropicale* in Annales de l'Institut colonial de Marseille, 2e sér., vol. VII 1909 et *Mission permanentes d'Études scientifiques de la Compagnie du Kasai.* Bruxelles 1911, p. 196. où l'on trouvera la littérature.

Asparagus africanus *Lam.* (Liliacées).

Le fruit est déclaré comestible par les indigènes de certaines régions du Kasai.

Dans la région de Kisantu, les racines tubéreuses sont assez souvent mangées.

Asystasia coromandelina *Nees* (Acanthacées).

Les feuilles cuites, soit seules, soit avec des graines de divers *Cucurbita*, se mangent en légumes.

Auricularia polytrichae *(Mont.) Sacc.* (Champignons).

Ce champignon est dit comestible et est très recherché par les noirs.

Bidens pilosa *L.* (Compositacées).

Les feuilles se mangent en guise de légumes, préparées comme les épinards.

Bosqueia angolensis *Ficalho.*

Les graines sont mangées, en cas de famine, après cuisson sous la cendre.

Brassica sp.

Dans le Bas-Congo (Kisantu) diverses variétés de choux ont été introduites, elles sont recherchées par les noirs.

Brassica juncea *Coss.* (Cruciferacées).

Cette plante, peut-être importée, est consommée par les indigènes des environs de Kasongo, qui la dénomment « salata ».

Bridelia scleroneura *Muell. Arg.* (Euphorbiacées).

Les feuilles sont,dans la région de Kisantu, réputées comestibles.

Brillantaisia alata *R. Anders.* (Acanthacées).

Les feuilles servent, paraît-il, dans la région de Kisantu, à assaisonner le poulet.

Cajanus indicus *Spreng.* (Léguminosacées).

Cultivé dans quelques régions, en particulier dans le Bas-Congo, pour les graines alimentaires.

Capparis Duchesnei *De Wild.* (Capparidacées).

Le fruit est reputé comestible dans la région du Kasai.

Capsicum frutescens *L.* (Solanacées).

C'est le « Mambenge » ou « pilipili », plutôt condiment qu'aliment, dont il est fait grand usage, tant parmi les noirs que parmi les blancs résidant au Congo.

Carica Papaya *L.* (Caricacées).

Cultivé presque dans toutes les régions congolaises sous diverses formes, plutôt comme dessert; il y a au sujet de la consommation des fruits du papayer des usages différents suivant les races. Dans certains cas même (région de Kisantu) le noir se défierait du fruit qui, dit-il, occasionnerait la mort. Cette assertion paraît devoir être vérifiée.

Carpodinus lanceolata *K. Schum.* (Apocynacées).

Fruit à pulpe comestible; très recherché par le noir.

Celosia argentea *L.* (Amarantacées).

Dans plusieurs régions congolaises les indigènes emploient les feuilles de cette plante en guise d'épinards, souvent aussi les blancs consomment ce légume.

Dans les environs de Stanleyville cette plante est cultivée pour être cuite avec le poisson.

Elle porte des noms indigènes variés.

Celosia laxa *Schum.* et *Thonn.* (Amarantacées).

Dans la région du Kasai, les indigènes consomment cette espèce comme la précédente en guise d'épinards.

Celosia trigyna *L.* (Amarantacées).

Cette plante, très répandue, est fréquemment usagée comme légume dans le Bas-Congo.

Cercopetalum dasyanthum *Gilg* (Capparidacées).

Les fruits de cette plante médicinale sont déclarés comestibles par les indigènes de la région de Coquilhatville.

Chlorocodon Whitei *Hook. f.* (Asclépiadacées).

Les feuilles sont mangées en légumes.

Claoxylon oleraceum *D. Prain* (= Cl. **africanum** p. p.) (Euphorbiacées).

Dans les régions du Bas-Congo, du Kasai, du lac Léopold II, dans les environs d'Injolo et de Likimi, l'usage de cette plante comme légume a été signalé.

On la considère même fréquemment comme un excellent légume. D'après M. A. Sapin, dans toute la région de Lukombe elle est même très cultivée au point de vue alimentaire. Pour M. Claessens, dans la région de Basoko, ce serait plutôt comme condiment que comme aliment qu'elle serait utilisée.

Cleome ciliata *Schum.* et *Thonn.* (Capparidacées).

L'usage des feuilles de cette plante comme légume a été signalé dans les environs d'Uvira (Tanganika); elles auraient au dire du Major Cabra un goût très poivré.

A. Dewèvre les signale comme consommées par le noir dans la région de Kabanga.

Clitandra Arnoldiana *De Wild.* (Apocynacées).

Le fruit est très estimé des noirs, c'est plutôt un dessert qu'un véritable aliment.

Cogniauxia cordifolia *Cogn.* (Cucurbitacées).

Les semences de cette espèce de courge, très huileuses, sont recherchées par les indigènes de la région de Dembo.

Cola cordifolia *(Cav.) R. Br.* (Sterculiacées).

Les fruits seraient comestibles et mangés avec plaisir par le noir dans le Katanga. Possèdent-ils des propriétés analogues à celles des vrais colas?

Cola diversifolia *De Wild.* et *Th. Dur.* (Sterculiacées).

La pulpe qui entoure les graines est sucrée et acidulée, elle est mangée surtout par les enfants comme friandise.

Cola Gilletii *De Wild.* (Sterculiacées).

D'après M. Sapin, les fruits et les feuilles de cette espèce seraient comestibles pour les indigènes de certaines régions du Kasai.

Colocasia antiquorum *Schott* (Aroidacées) (= **C. esculenta** *Schott*).

Cultivée dans certaines régions du Congo (Bangala, Mangbettu, Kasai), cette plante serait, pour certains voyageurs, introduite en Afrique. Il en existe, semble-t-il, plusieurs variétés. Récemment le blanc en a introduit plusieurs formes américaines.

Pour M. Sapin, qui a vu son emploi dans le Kasai, le bulbe de cette espèce exigerait une assez forte cuisson, car peu cuit, il occasionne une irritation de la gorge.

Conyza aegyptiaca *Dryand.* (Compositacées).

Les feuilles sont vendues comme légumes sur les marchés du Bas-Congo. Elles communiqueraient aux mets préparés avec elles l'arome spécial de la viande de bouc très estimée par l'indigène.

Corchorus tridens *L.* (Tiliacées).

A Uvira (Tanganika) les feuilles de cette plante sont comestibles en légume.

Coula edulis *Baill.* (Olacinacées).

Les graines oléagineuses, du goût de la noix, sont comestibles.

Cryptolepis Hensii *N. E. Br.* (Asclépiadacées).

Dans la savane du Kasai les indigènes recherchent les tubercules pour leur consommation.

Cucurbita maxima *Duch.* (Cucurbitacées).

Le fruit de cette Cucurbitacée est très recherché, semble-t-il, par les noirs de l'Aruwini et de Basoko; il est de la grosseur du melon, il se mange cuit.

Dans la région de Bena-Lecoula le fruit est également mangé après cuisson.

Cucurbita Pepo *L.* (Cucurbitacées).

Il semblerait que, découpée en tranches et bouillie, cette courge soit mangée par les indigènes de la région de Bolobo, et peut-être par les Bangala.

Cyathea Dregei *Kunze* (Fougères).

Jeunes feuilles et bourgeon terminal comestibles.

Cyathula prostrata *(L.) Bl.* (Amarantacées).

Dans la région de Wangata, cette plante est, au dire de A. Dewèvre, mangée en guise d'épinards.

Dialium guineense *Willd.* (Léguminosacées).

La pulpe du fruit est sucrée et comestible, mais elle ne constitue pas probablement un véritable aliment. On la mange parfois dans la région de Sanda (Bas-Congo).

Dioscorea alata *Willd.* (Dioscoréacées).

Très cultivée par le noir dans la région de Kisantu, et très recherchée pour son goût fin. Les pousses très jeunes se mangent en légume.

Dioscorea dumetorum *(Kunth) Par* (Dioscoréacées).

Suivant les uns les tubercules violacés souterrains seraient comestibles, suivant d'autres ils seraient toxiques. Ils semblent même, dans certains cas, avoir occasionné la mort des animaux de la ferme, en particulier celle des porcs qui en sont cependant très friands.

Dans la région d'Eala, dans le Katanga, des tubercules de plantes devant, semble-t-il, être rapportés à cette espèce sont couramment consommés par le noir.

Les qualités différentes accordées à des représentants de cette

espèce sont peut-être la conséquence de déterminations erronées; le *D. dumetorum* est une plante très variable; sous ce vocable on réunit assez probablement plusieurs types différents.

Dioscorea sativa *L.* (Dioscoréacées).

Cultivée par les noirs, mais à chair jaunâtre et mucilagineuse.

Dioscorea sp.

Diverses autres espèces et variétés sont encore cultivées à Kisantu et dans la région, quelques-unes sont introduites et seront peut-être multipliées par le noir.

Dissotis Hensli *Cogn.* (Mélastomacées).

Dans la région de Madibi (Kasai) les feuilles, et même les fruits, seraient comestibles.

Dolichos esculentus *De Wild.* (Léguminosacées).

Cette légumineuse du Katanga possèderait des tubercules mangés par les indigènes du Katanga.

Dolichos Lablab *L.* (Léguminosacées).

L'emploi des graines de cette plante a été signalé dans la région du Kasai.

Dracaena reflexa *Lam.* (Liliacées).

Dans la région du Kasai, les Bangende mangent les feuilles de cette plante.

Dracaena thalioides *Ch. Morren* (Liliacées).

Les feuilles jeunes coupées en lanières séchées au soleil, puis cuites à l'eau, sont servies en guise de légumes.

Elaeis guineensis *L.* et var.

Cultivée partout dans le Congo et se rencontrant parfois à l'état subspontané.

Outre la matière grasse extraite de l'enveloppe des graines, le bourgeon terminal et le suc de la tige transformé en vin, on utilise parfois les fruits non mûrs de ce palmier, cuits sous la cendre, comme friandise.

La noix de la var. *Bundi* est dans la région de Kisantu recherchée en cas de disette.

C'est une des plantes de très grande valeur pour l'indigène, une de celles dont il est nécessaire à divers points de vue d'étendre la culture; nous avons déjà insisté plus haut sur l'importance de ce palmier dont nous ne connaissons pas au Congo la dispersion exacte, ni les variétés, sans aucun doute nombreuses et de valeur très différente.

Eleusine coracana *L.* (Graminacées).

L'Éleusine a été souvent renseignée par les explorateurs ; on la signale cultivée chez les Bangala, les Mangbettu, mais nous n'en avons pas vu d'échantillons de ces régions. Nous en avons reçus du Bas-Congo et du Katanga. Bien que cultivée depuis assez longtemps, semble-t-il, dans certaines parties du Congo, cette graminée ne peut être considérée comme vraiment indigène.

Emilia sagittata *(Vahl) DC.* (Compositacées).

Feuilles consommées dans quelques régions du Congo ; on les mange avec du sel à Coquilhatville.

Fadogia fuchsioides *Welw.* (Rubiacées).

Les noirs de certaines régions du Katanga, mangent le fruit de cette plante. Ce n'est probablement qu'un dessert.

Fleurya aestuans *Gaudich.* (Urticacées).

Dans les environs de Lulonga les feuilles sont employées comme légume.

Fleurya podocarpa *Wedd.* (Urticacées).

Dans les régions de Kisantu, les feuilles sont parfois employées comme légumes.

Garcinia Giadidi *De Wild.* (Guttiféracées).

La pulpe du fruit est mangée par le noir de la région de Kisantu ; les graines sont dites vermifuges.

Giesekia pharnaceoides *L.* (Phytolaccacées).

A Sanda (Bas-Congo), toute la plante est considérée comme comestible et employée en guise de pourpier.

Glycine javanica *L.* (Léguminosacées).

On mange dans la région de Kisantu, les tubercules développés sur les racines préparés à la façon des pommes de terre.

Grewiopsis Dewevrei *De Wild.* et *Th. Dur.* (Liliacées).

Les graines sont mangées dans la région de Kisantu.

Gynura cernua var. **coerulea** *(O. Hoffm.) Hiern* (Compositacées).

Dans les environs de Kasongo, les feuilles sont consommées.

Heisteria parvifolia *Sm.* (Olacacées).

Fruits et graines sont signalés comme comestibles dans la région du Kasai.

Hibiscus Abelmoschus *L.* (Malvacées).

Dans la région du Kasai (Madibi), les indigènes mangent les fruits de cette plante cuits à l'eau et additionnés de pili-pili.

Cette espèce, de même que plusieurs de ses congénères, porte souvent le nom indigène de « Bokaie » ou « Bekaie » ou un vocable approchant.

Hibiscus Eetveldeanus *De Wild.* et *Th. Dur.* (Malvacées).

Paraît même cultivé dans certains villages pour ses feuilles comestibles.

On a signalé son emploi dans l'alimentation dans l'Ubangi, dans la région de Mobanga, dans les environs de Wangata, dans ceux de Nyangwe et dans ceux de Kisantu.

Hibiscus esculentus *L.* (Malvacées).

Dans la région du Kasai (Madibi), les fruits verts sont consommés en légumes, et il en est de même dans certaines parties des Bangala où M. Fr. Thonner a observé de petites cultures de cette plante.

Hibiscus physaloides *Guill.* et *Perr.* (Malvacées).

Feuilles utilisées comme légumes à Bokakata.

Hibiscus rostellatus *L.* (Malvacées).

Les feuilles de cette plante, dénommée « Makaie », se mangent en guise d'épinards dans la région d'Eala.

Hibiscus sabdariffa *L.* (Malvacées).

Dans la région de Coquilhatville, les feuilles de cette plante sont employées comme légume.

Hibiscus surattensis *L.* (Malvacées).

Dans la région de Kisantu, dans celle du lac Léopold II, et dans les environs de Madibi, on mange en légume les feuilles de cette espèce. Elles auraient un goût analogue à celles de l'oseille.

Hymenocardia acida *Tul.* (Euphorbiacées).

Les feuilles sont comestibles pour les noirs des environs de Kisantu.

Hymenocardia ulmoides *Oliv.* (Euphorbiacées).

Dans la région de Kindu, M. J. Claessens a renseigné l'emploi de jeunes feuilles de cet arbre en guise d'oseille; M. Lefèvre a signalé le même emploi dans les environs d'Eala.

Hyptis spicigera *Lam.* (Labiatacées).

Cette plante serait cultivée dans les environs d'Amadi (Uele), pour ses graines comestibles.

Icacina Guessfeldtii *Aschers.*

Au dire de M. Sapin (Kasai) les fruits seraient comestibles.

Ipomoea Batatas *Lam.* (Convolvulacées).

Cette espèce est cultivée presque partout au Congo. D'où vient-elle? Quand a-t-elle été introduite? Questions auxquelles il nous serait impossible de répondre.

Ce que nous pouvons affirmer, ayant vu des documents, c'est que plusieurs formes se trouvent actuellement cultivées. Ces formes ont-elles été introduites, se sont-elles constituées sur place?

Seules des enquêtes poursuivies pendant quelque temps pourraient aider à résoudre ces questions, qui au point de vue économique local, ont la plus grande importance. La patate douce est une plante de grande ressource pour le noir, et même pour le blanc, et il serait à souhaiter que l'on cherchât à définir les variétés déjà en culture et leurs rendements, afin de pousser à la culture des types les plus profitables.

Dans un travail récent M. le Dr B. H. A. Groth a essayé de tracer l'histoire de cette plante alimentaire pour fournir une base à l'expérimentation de la valeur culturale des variétés (1). Les caractères sur lesquels il insiste pour classer les variétés et que nous voudrions voir prendre en considération par ceux qui en Afrique se lanceraient dans une telle étude, sont :

Forme de la feuille;
Dimensions des feuilles;
Longueur des tiges;
Couleur des tiges;
Diamètre des tiges;
Couleur des nervures;
Villosité de la surface des feuilles;
Couleur extérieure des tubercules;
Couleur de la chair des tubercules;
Éléments ligneux dans les tubercules.

Justicia insularis T. Anders. (Acanthacées) (= **J. Karschiana** *Buettn.*).

Dans la région de Zobia-Buta (entre Rubi-Uele) les indigènes consomment les feuilles de cette plante qu'ils dénomment : Tandet

(1) B. H. A. Groth. *The Sweet Potato. Contrib. from the Bot. Laboratory of Univ. of Pennsylvania*, vol. IV, n° 1, 1911.

et Tatandet. Dans la région de Kisantu, cette espèce est cultivée pour ses feuilles grasses et mucilagineuses qui constituent semble-t-il un bon légume.

Kigelia africana *Benth.* (Bignoniacées).

Graines comestibles dans la région de Kisantu.

Lagenaria vulgaris *Ser.* (Cucurbitacées).

Graines comestibles, utilisées dans la région de Kisantu et probablement dans d'autres régions congolaises.

Landolphia florida *Benth.* (Apocynacées).

Dans le Bas-Congo, les noirs mangent très volontiers la pulpe sucrée du fruit, rejetant les graines.

Landolphia robusta *(Pierre) Stapf* (Apocynacées).

Les fruits de cette liane sont comestibles et très estimés des indigènes de la région du Kasai ; on les trouve mis en vente sur les marchés.

Landolphia Thollonii *A. Dewèvre* (Apocynacées).

Les fruits, plus ou moins pyriformes de ce caoutchoutier « des herbes », possèdent une chair sucrée et acidulée estimée des noirs de la région de Kisantu.

Lentinus tuber-regium *Fries* (Champignons).

Le carpophore de ce champignon à sclérote souvent développé est recherché, quoique très coriace, pour l'alimentation par le noir.

Liebrechtsia esculenta *De Wild.* (Léguminosacées).

Les graines sont comestibles (Katanga).

Liebrechtsia scabra *De Wild.* (Léguminosacées).

Légumineuses dont les graines sont comestibles (Katanga).

Limonia Lacourtiana *De Wild.* (Graminacées).

Dans le Sankura, cette plante de la lisière de la forêt donne des fruits comestibles à saveur de mandarine.

Lophira alata *Banks* (Diptérocorpacées).

Cette espèce signalée jusqu'à ce jour seulement dans la région des Mangbettu par le Prof. Schweinfurth, existe probablement dans d'autres régions congolaises d'après certaines indications que nous avons reçues. Chez les Mangbettu l'huile de ses graines paraît assez estimée.

Lycopersicum esculentum *Mill.* (Solanacées).

Les fruits de cette plante, probablement introduite, sont très recherchés par les noirs du Bas-Congo.

Maesobotrya hirtella *Pax* (Euphorbiacées).

Dans la région du Lac Léopold II les feuilles sont utilisées comme légume; il en est de même dans la région du Kasai, dont les indigènes emploient de préférence les feuilles jeunes.

Manihot palmata *(Vell.) Muell. Arg.* var. **Aipi** *Pohl* (Euphorbiacées).

Comme nous l'avons rappelé plus haut, M. Fr. Thonner a indiqué cette variété comme cultivée sous une moins grande échelle que le manioc amer. L'étude approfondie des variétés de manioc, n'a pas encore été faite au Congo, les indigènes semblent cependant en connaître un certain nombre, mais nous ne savons pas sur quels caractères ils basent leur différenciation.

Cette étude est d'ailleurs loin d'être aisée et elle ne peut être faite sur de simples échantillons d'herbier; il faut pouvoir noter la couleur des feuilles et des tiges, et il serait nécessaire probablement d'étudier également fruits et tubercules.

Nous avons antérieurement, dans nos études sur la *Mission permanente d'Études scientifiques de la Compagnie du Kasai* (1) insisté sur la culture de cette plante au Congo, sur ses avantages et ses désavantages, nous ne reviendrons pas sur ce sujet ici, bien qu'il ait pour l'avenir de la colonie une importance capitale à laquelle on n'a peut-être pas suffisamment songé.

Manihot utilissima *Pohl* (Euphorbiacées).

Citons pour mémoire cette plante introduite, et de plus en plus cultivée, dont l'indigène de presque toutes les régions utilise de nos jours non seulement les tubercules, mais encore les feuilles cuites en légumes.

Une enquête sur les maniocs cultivés par les indigènes, et dénommés par eux différemment, s'impose car il est indiscutable qu'il existe au Congo diverses variétés, soit introduites soit peut-être formées sur place.

Maprounea africana *Muell. Arg.* (Euphorbiacées).

Dans la région du Kasai, les feuilles sont considérées comme comestibles.

---

(1) Cf. É. De Wildeman, *Mission permanente d'Études de la Compagnie du Kasai*, p. 186 et suiv. où l'on trouvera une certaine bibliographie de la question.

Musa paradisiaca et var.

Cultivés dans tout le Congo sous des variétés et formes très nombreuses, portant d'ailleurs des noms différents. Un essai d'enquète très incomplète a été tenté à Kisantu par M. J. Gillet, S. J., il mériterait d'être encouragé.

Musanga Smithii *R. Br.* (Moracées).

D'après M. Sapin, dans la région du Kasai, on prépare à l'aide de l'écorce une boisson alcoolique.

Myrianthus arborea *Pal. Beauv.* (Moracées).

Dans la région du Kasai, le fruit comestible est assez recherché.

Nymphaea stellata *Willd.* (Nymphaeacées).

A Lukafu (Katanga), les racines de cette plante aquatique sont parfois consommées.

Ochna Schweinfurthiana *F. Hoffm.* (Ochnacées).

Dans le Katanga, on consomme le fruit de cette plante.

Ochna Wildemaniana *Gilg* (Ochnacées).

Le fruit de cet *Ochna* serait comme celui du précédent comestible.

Ocimum arborescens *Boj.* (Labiatacées).

J. Gillet renseigne sous ce nom une plante dont les feuilles servent aux indigènes de la région de Kisantu pour assaisonner les mets.

Si la plante correspond bien à cette espèce, elle doit avoir été introduite dans le Jardin des RR. PP. Jésuites.

Ocimum basilicum *L.* (Labiatacées).

Elle fait naître la même remarque que l'espèce précédente. Sa présence à l'état indigène n'a pas été signalée.

Ocimum canum *Sims* (Labiatacées).

Est mangé comme légume, et comme condiment, avec la poule dans la région du Katanga.

Ocimum gratissimum *L.* var. **mascarenarum** *Briq.* (Labiatacées).

Les feuilles sont cuites dans le Bas-Congo avec les viandes, et surtout le poulet, en guise d'assaisonnement.

Oldenlaudia laucifelia *(Schum.* et *Thonn.) Schweinf.* (Rubiacées).

A Uvira, cette petite plante est consommée en légume par le noir.

Oryza sativa *L.* (Graminacées).

Le riz semble d'introduction récente, mais en dehors de la grande forêt proprement dite il semble s'étendre rapidement et pouvoir donner, dans plusieurs centres, des rendements sérieux. Plusieurs variétés ont été introduites, mais elles ont été très sommairement décrites. Les dénominations françaises : riz de marais et riz de montagnes, souvent très mal définies et mal appliquées ont embrouillé la question déjà par elle-même passablement compliquée.

Ouratea Arnoldiana *De Wild.* et *Th. Dur.* (Ochnacées).

Les feuilles de cette plante seraient comestibles, et même vendues sur les marchés de la région de Kisantu.

Oxalis corniculata *L.* (Oxalidacées).

Le feuilles de cette plante ubiquiste se mangent à la façon de l'oseille.

Pachystele cinerea *Pierre* var. **cuneata** *Engler* (Sapotacées).

Les fruits sont mangés par les indigènes dans le Bas-Congo.

Parinarium congolanum *Th.* et *Hél. Durand* (= **P. excelsum** *De Wild.* et *Th. Dur.* non Sabine) (Rosacées).

Les fruits sont mangés dans la région de Kisantu.

Parinarium curatellifolium *Planch.* (Rosacées).

Fruit comestible (Kasai).

Parinarium Mobola *Oliv.* (Rosacées).

Fruit comestible (Katanga).

Pancovia Laurentii *(De Wild.) Gilg.*

Fruit comestible (Kasai).

Passiflora edulis *Sims* (Passifloracées).

Introduite; les fruits sont recherchés par les Congolais de la région de Kisantu.

Paullinia africana *Don* (Sapindacées).

Les fleurs sont dans certaines régions du Kasai, mangées après avoir été pilées avec du sel.

Pedicellaria pentaphylla *(L.) Schrank* (Capparidacées).

Dans le Katanga et dans le Kasai, cette plante se consomme comme légume.

Pennisetum typhoideum *Rich.* (Graminacées).

Au dire du Prof. G. Schweinfurth, cette espèce est cultivée dans la région des Mangbettu. Elle l'est aussi dans tout le domaine du

Kasai [1], dans la région de Lualabourg, dans celles de Lusambo, de Nyangwe et de Mukenge. Dans tout le sud du Congo cette graminée est peut-être plus cultivée que le sorgho, et très souvent la totalité de son rendement est employée pour faire de la bière.

Pentadesma butyracea *Sab.* (Guttiferacées).

Dans la région du Kasai, les indigènes extraient, après torréfaction et décoction dans l'eau, le beurre contenu dans la graine.

Phaseolus lunatus *(L.)* (Léguminosacées).

Peu cultivé en grand par les noirs de la région de Kisantu.

Phaseolus vulgaris *L.* (Léguminosacées).

Cultivé. Probablement introduit depuis assez longtemps. Est surtout utilisé comme légume.

Phrynium confertum *(Benth.) K. Schum.* (Marantacées).

Dans certaines régions du Kasai, les jeunes pousses sont mangées en guise d'asperges.

Physalis minima *L.* (Solanacées).

Les feuilles et les fruits sont utilisés comme légumes dans bien des régions congolaises semble-t-il. Leur usage a été renseigné dans la région de Kabanga; les indigènes de Kasongo et du Tanganika connaîtraient les propriétés de cette plante.

Phytolacca abyssinica *Hoffm.* (Phytolaccacées).

Plantes et feuilles comestibles, utilisées après cuisson dans la région de Bombimba et dans celle de Kisantu.

Piper subpeltatum *Willd.* (Pipéracées).

Les feuilles, à goût aromatique et poivré, sont utilisées en légumes par les noirs de la région de Kisantu.

Polygonum senegalense *Meisn.* (Polygonacées).

Utilisé comme légume dans certaines régions du Katanga.

Pouchetia Gilletii *De Wild.* (Rubiacées).

Dans la région de Ngongo le fruit de cette plante est réputé comestible.

Psychotria kisantuensis *De Wild.* (Rubiacées).

Les feuilles se mangent en légumes dans la région de Kisantu.

---

[1] Cf. É. De Wildeman, *Mission permanente d'Études scientifiques de la Compagnie du Kasai*, p. 162 *(P. typhoideum)* et p. 200 *(P. spicatum* Koern. et Wern.) où l'on trouvera une littérature abrégée du sujet; voyez aussi C. Van Overbergh, *Les Basonge.*

Ptychopetalum alliaceum *De Wild.* (Olacacées).

Feuilles et fruits à goût alliacé, servent pour assaisonner les mets, dans la région de Kisantu. Cet emploi est peut-être d'origine européenne.

Renealmia congolana *De Wild.* et *Th. Dur.* (Marantacées).

Cette plante des endroits marécageux, possède des fruits comestibles pour les indigènes de la région du Kasai.

Rhoicissus edulis *De Wild.* (Ampélidacées).

Vigne à fruits comestibles (Katanga).

Ricinodendrum africanum *Muell. Arg.* (Euphorbiacées).

Dans les environs d'Eala, les amandes seraient considérées comme comestibles.

Saccharum officinarum *L.* (Graminacées).

Cultivée par beaucoup de peuplades indigènes, cette plante est plutôt utilisée comme friandise que pour la véritable alimentation. Les Bangala, les Mangbettu, les Mayombe, les peuplades du Kasai l'emploient à cet effet.

Elle n'est probablement pas indigène en Afrique, bien que le Prof. G. Schweinfurth ait déclaré l'avoir vue croître à l'état spontané dans toutes les éclaircies, au bord des rivières, dans la zone boréo-orientale de notre Congo.

Cette station semble déjà prêter à un certain doute sur l'indigénat, mais il serait naturellement nécessaire, avant d'émettre une opinion ferme dans cette question, d'étudier des documents précis.

Sarcophrynium Arnoldianum *De Wild.* (Marantacées).

Les jeunes pousses sont mangées en guise d'asperges et ce légume est même très recherché par les européens (Kwango-oriental et Kasai).

Sauvagesia erecta *L.* (Violacées).

Feuilles et jeunes pousses entrent dans la confection de potages au Bas-Congo. Emploi probablement d'origine européenne.

Sesamum indicum *L.* (Pédaliacées).

Cultivé dans certaines régions pour l'huile extraite de ses graines par trituration et ébullition.

Le sésame paraît mis en culture surtout chez les Bangala, chez les Mangbettu, et dans certaines régions du Bas-Congo.

Sinapis alba *L.* (Cruciféracées).

Introduit. Très apprécié par les indigènes de Kisantu.

Solanum Dewevrei *Dammer* (Solanacées).

Les feuilles sont, à Wangata, étuvées et mangées avec des noix de palme et du poisson.

Solanum macrocarpum var. **hirsutum** *Dammer* (Solanacées).

Les indigènes mangent feuilles et fruits de cette plante, les faisant bouillir avec du pili-pili,

Solanum melongena *L.* (Solanacées).

Introduit et très recherché par le noir.

Solanum nigrum *L.* (Solanacées).

Feuilles comestibles dans la région de Nyangwe.

Spondias lutea *L.*

Fruit comestible, plus estimé cuit que crû.

Probablement introduit,

Strychnos congolana *Gilg* (Loganiacées).

Les Kasongo mangent les graines en cas de disette.

Strychnos suberosa *De Wild.* (Loganiacées).

Les fruits de la grosseur d'une orange, sont recherchés et estimés par les indigènes des environs de Stanley-Pool.

Treculia Engleriana *De Wild.* et *Th. Dur.* (Moracées).

Dans la région du Kasai, les graines, très recherchées, sont mangées grillées comme les arachides.

Trema guineensis *Schum.* et *Thonn.* (Urticacées).

Les feuilles sont mangées cuites dans certaines régions du Kasai.

Tricalysia longestipulata *De Wild.* et *Th. Dur.* (Rubiacées).

Les feuilles sont mangées en légume par les indigènes du Bas-Congo, mais certains indigènes ne pourraient les consommer impunément au dire de J. Gillet, car elles occasionneraient des bourdonnements d'oreille.

Uapaca Van Houttei *De Wild.* (Euphorbiacées).

Le fruit est parfois mangé par les noirs de la région de Kisantu.

Uvaria Cabrae *De Wild.* (Anonacées).

Les fruits, orangés à l'état mûr, sont comestibles et mangés par les indigènes.

Vangueria infausta *Burch.* (Rubiacées).

Au Katanga les fruits rouges de cet arbuste sont comestibles pour l'indigène.

Vigna sinensis *Endl.* (Léguminosacées).

Les racines tubéreuses seraient parfois mangées en légume dans la région de Kisantu.

Vigna triloba *Walp.* (Léguminosacées).

D'après Dewèvre les gousses jeunes seraient consommées dans les environs de Kinwenza et la plante serait même cultivée par les indigènes.

Vitex mombassae *Vatke* (Verbénacées).

Les fruits de cet arbre « Lufuka » sont comestibles d'après les indigènes du Katanga.

Voandzeia subterranea *Thou.* (Léguminosacées).

Très cultivé par le noir dans la région de Kisantu et dans certaines parties de la zone du Kasai; le pois de terre est consommé avec plaisir par le noir.

Xylopia Gilletii *De Wild.* (Anonacées).

Les fruits sont employés comme condiment, dans le Bas-Congo (Kisantu).

Zea Mays *L.* (Graminacées).

Introduit, et apprécié surtout avant maturité des grains dans la région de Kisantu. Signalé également chez les Bangala, les Mangbettu, les Ababua, les Warega, les Basonge, les Mayombe.

Sur les déterminants de classe impaire uniformes

PAR

M. LECAT

---

1. Du fait que la parité du nombre total des transmutations dans les n rangées d'indices d'une permutation d'éléments à n indices change ou ne change pas, lorsqu'on permute deux facteurs entre eux, suivant que n est impair ou pair, il résulte, on le sait, que le choix de l'*indice fixe* (indice dont on range les valeurs par ordre de grandeur croissante afin de déterminer le signe d'un terme) est nécessaire ou sans importance suivant que n est impair ou pair ; d'où l'on conclut que, dans un déterminant de classe impaire, un rôle spécial est attribué à l'indice fixe. A cet indice correspond une direction suivant laquelle les déterminants de classe impaire se comportent comme des permanents. Une conséquence immédiate est qu'un déterminant *général* de classe impaire possède autant de valeurs distinctes qu'il y a d'unités dans sa classe.

Tanner a montré comment on peut passer d'une valeur aux autres. Soient d'abord 1 le rang de l'indice fixe et Δ_1 la valeur correspondante du déterminant ; représentons par

$$S_{\theta_1, \ldots, \theta_s} \qquad (\theta_1 < \theta_2 < \cdots < \theta_s \, ; \, \theta = 2, 3, \ldots, n)$$

la *section* formée par l'ensemble des termes, affectés du signe $+$, où $\theta_1, \ldots, \theta_s$ sont les rangs des seules rangées négatives (où le nombre des inversions est négatif) et par S la *section permanente*, formée par la somme des *termes permanents*, dont les n rangées d'indices sont positives ; on a :

$$\Delta_1 = S + \sum_{s=1}^{n-1} (-1)^s \sum_{\theta} S_{\theta_1, \ldots, \theta_s},$$

le second signe sommatoire s'appliquant aux θ pour toutes les combinaisons simples de classe s des nombres 2, 3, ..., n. Si maintenant Δ_α est la valeur du déterminant où α est le rang de l'indice fixe, on voit que (1)

$$\Delta_\alpha = S + \sum_{s=1}^{n-1} (-1)^{s + \sum\limits_{\sigma=1}^{s} \delta_{\alpha, \theta_\sigma}} \sum_{\theta} S_{\theta_1, \dots, \theta_s},$$

$\delta_{i,j}$ étant le symbole de Kronecker. En faisant $\alpha = 2, 3, \dots, n$, on a, avec Δ_1, les n valeurs du déterminant. Ces formules permettent d'écrire aisément, en fonction des sections, les expressions générales de ce qu'on pourrait appeler la *valeur moyenne* du déterminant, moyenne arithmétique de ses n valeurs, et la moyenne géométrique, plus compliquée. Le circulant des n valeurs se présente sous une forme assez élégante.

2. Il est évident que si les éléments satisfont à des conditions convenables, le nombre des valeurs distinctes du déterminant de classe impaire peut être inférieur à la classe. Nous dirons, pour la commodité du langage, que l'introduction des conditions en question a fait perdre au déterminant un certain nombre de valeurs.

Si le déterminant a même valeur ∇ lorsque le rang de l'indice fixe est choisi parmi les nombres $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, mais toutes valeurs différentes de ∇ lorsque ce rang n'est pas un de ces α, on dira que ∇ est une *valeur multiple* si $m > 1$, *simple* si $m = 1$, en général d'*ordre de multiplicité* m. Les rangs $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, ainsi que les indices occupant ces rangs, seront dits *équivalents*.

Le déterminant est *uniforme* s'il n'a qu'une seule valeur (d'ordre de multiplicité n), tous les indices étant équivalents (2).

---

(1) Dans nos *Leçons sur les déterminants à* n *dimensions*, 1910, l'exposant de (— 1) est mal exprimé ; voir notre *Abrégé de la théorie des déterminants à* n *dimensions avec de nombreux exercices*. Gand, Hoste, 1911.

(2) Dans notre *Abrégé*, nous disons qu'un déterminant est *holomorphe* — ou *méromorphe* — lorsqu'il a — ou n'a pas — toutes ses valeurs distinctes. Nous y employons diverses autres dénominations connexes, qui toutes sont très commodes et simplifient singulièrement le langage ; mais nous ne pouvons songer à introduire ici tous ces termes, dont certains peuvent n'être que provisoires.

Pour indiquer qu'un déterminant est uniforme, on mettra des zéros sur les barres. L'*uniformisation* d'un déterminant de classe impaire est l'opération qui consiste à soumettre les éléments à des conditions, et le déterminant à des transformations, satisfaisant à des restrictions imposées *a priori*, mais ces conditions étant choisies de manière à ce qu'elles rendent le déterminant uniforme (l'*uniformisent*).

Les problèmes d'uniformisation d'un déterminant sont le plus souvent très difficiles. Nous en verrons quelques exemples plus bas. Signalons toutefois dès maintenant le déterminant troué suivant une tranche à $n-1$ dimensions ; un tel déterminant est *uniformément nul* (c'est-à-dire est uniforme et nul).

Un exemple de déterminant ayant en général, pour n impair, deux valeurs distinctes, l'une, d'ordre de multiplicité $n-1$, étant nulle, est fourni par le déterminant général ayant au moins deux tranches parallèles identiques. Un tel déterminant est évidemment nul s'il est uniforme.

Les formules en Δ_1 et Δ_α permettent d'exprimer des relations entre les sections d'un déterminant uniforme ; si un tel déterminant est nul, ces relations se simplifient. En particulier, dans un déterminant cubique uniformément nul, les quatre sections (il y en a en général 2^{n-1}) sont égales.

3. Le produit de deux déterminants uniformes de classes impaires n_1 et n_2, effectué suivant la règle

$$\text{(S)} \qquad \Delta_{n_1} \cdot \Delta_{n_2} \equiv \Delta_{n_1+n_2-1},$$

donne un déterminant uniforme ; en effet, la position de l'indice fixe dans le déterminant produit correspond aux diverses positions de l'indice fixe dans les facteurs ; or, dans ceux-ci, cette position n'a, par hypothèse, pas d'importance en ce qui concerne la valeur (¹).

(¹) En ce qui concerne la structure — assez compliquée — du produit de certains déterminants uniformes particuliers, effectué par la règle (S), nous renvoyons à notre *Abrégé*, p. 145.

(²) On sait qu'elle n'est valable que si n_1 n_2 est pair. Il est important de noter que cette restriction doit être maintenue, en général, si le déterminant (méromorphe) n'a pas toutes ses valeurs distinctes.

Si l'on exprime, d'après la règle

$$\Delta_{n_1} \cdot \Delta_{n_2} \equiv \Delta_{n_1 + n_2 - 2}, \text{ [2]}$$

le produit d'un déterminant de classe paire n_1 par un déterminant de classe impaire n_2 ayant s valeurs distinctes, le déterminant de la matrice obtenue possède

$$n_1 + s - 1 - \delta$$

valeurs distinctes, δ valant 0 ou 1 suivant que l'indice auquel s'applique le signe sommatoire a ou n'a pas d'indice équivalent dans le déterminant-facteur de classe impaire. Évidemment, une seule de ces valeurs représente le produit à effectuer. En particulier, si $n_2 = 1$, le déterminant obtenu a n_1 valeurs distinctes, dont l'une, d'ordre de multiplicité $n_2 - 1$, représente la valeur du produit. Ainsi, le déterminant

$$\left| \sum_{\rho=1}^{3} \left(1 - \delta_{\rho + i_2 + i_3, 4}\right) \left(1 - \delta_{\rho + i_2 + i_3, 7}\right) b_{\rho, i_1} \cdot h_{\rho, i_2, i_3} \right|_3,$$

obtenu en considérant le produit

$$\left| b_{j_1, j_2} \right|_2 \cdot \left| \left(1 - \delta_{\Sigma k, 4}\right) \left(1 - \delta_{\Sigma k, 7}\right) h_{k_1, k_2, k_3} \right|_3^{0},$$

a deux valeurs, l'une correspondant à l'indice fixe i_1, l'autre à i_2 ou i_3 pris comme indice fixe.

4. Nous avons vu au n° 2 que les conditions faisant perdre au déterminant un certain nombre de valeurs, peuvent être de diverses natures. Les deux plus intéressantes à étudier consistent à rendre des indices permutables (des éléments devenant ainsi égaux entre eux) ou bien à annuler certains éléments, les autres restant quelconques et sans relation [1]. Toutefois, indiquons, pour ne plus y revenir, deux autres cas.

L'un d'eux est fourni par des considérations géométriques

---

[1] On peut évidemment combiner ces deux modes, mais cela complique singulièrement l'étude du déterminant.

basées sur les propriétés fondamentales des déterminants : étant donnés, dans le plan, 3 systèmes de 3 points numérotés 1, 2, 3, si l'on désigne par A_{i_1, i_2, i_3} l'aire du triangle ayant pour sommets les points i_1 du premier système, i_2 du second, i_3 du troisième, le déterminant cubique d'ordre 3 :

$$| A_{i_1, i_2, i_3} |$$

est uniformément nul ([1]) ; et l'on peut généraliser en prenant $2\nu + 1$ systèmes de $2\nu + 1$ points dans un espace à 2ν dimensions.

Le second cas est plus remarquable car il fournit un exemple de déterminant qui n'est pas uniforme pour toutes les valeurs de la classe : le déterminant ([2])

$$\left| \left(1 - \delta^{\upsilon}_{i_1, \dots, i_n}\right) \sum_{\nu=1}^{n} b^{(\nu)}_{i_\nu} + \frac{\delta^{\upsilon}_{i_1, \dots, i_n}}{n} \sum_{\nu} x_{i_\nu} \right|_p ,$$

qui a pour valeur ([3])

$$\Phi + \sum_{\alpha=1}^{p} \frac{\Phi}{\varphi_\alpha} \sum_{\nu} b^{(\nu)}_{\alpha} - \sum_{r,s=1}^{p} \left(b^{(2)}_r - b^{(2)}_s\right) \left[\delta_{n,2} \left(b^{(1)}_r - b^{(1)}_s\right) + 2\delta_{n,3} \left(b^{(3)}_r - b^{(3)}_s\right)\right] \frac{\Phi}{\varphi_r \varphi_s},$$

où :

$$\Phi = \varphi_1 \cdots \varphi_p \quad , \quad \varphi_\alpha = x_\alpha - \sum_{\nu} b^{(\nu)}_{\alpha} ,$$

([1]) Le déterminant uniforme

3	4	2	7	9	3	8	11	7
1	0	−2	9	9	3	8	9	5
−2	−4	−4	7	6	2	4	4	2

en donne un exemple.

([2]) Le signe υ placé sur un indice signifie qu'il est pris pour indice fixe (ce qui est, bien entendu, facultatif lorsque la classe est paire).

([3]) Voir notre *Abrégé*, Appendice, I, p. 103 et suivantes ; on y trouvera un déterminant trigonométrique analogue.

est uniforme excepté si n est égal à 3. Cela conduit à se demander si l'on peut trouver des déterminants qui soient uniformes excepté pour k valeurs données ou arbitraires de la classe, ou pour un ensemble infini de valeurs de n telles que, par exemple, les carrés impairs.

L'étude générale des déterminants dont l'uniformité dépend de la classe ne paraît pas aisée. Nous espérons revenir plus tard sur cette importante question. Dans une toute prochaine communication, nous montrerons comment l'uniformité peut être subordonnée à l'ordre ou simultanément à l'ordre et à la classe.

5. Entrons maintenant dans quelques détails au sujet des déterminants à *indices permutables*. Une matrice ordinaire est dite symétrique quand les 2 indices peuvent être rangés par ordre de grandeur croissante, c'est-à-dire quand ils sont permutables. Cette notion peut être généralisée de diverses manières pour les matrices de classe supérieure. Dès que n est supérieur à 2, il devient possible de permuter certains indices tout en en laissant d'autres *immobiles*. Il est évident que des indices permutables entre eux sont équivalents.

Si l'on place entre parenthèses les groupes d'indices non permutables (immobiles) dans le groupe, et entre crochets les indices permutables entre eux, les trois cas les plus typiques peuvent être représentés ainsi :

$$\text{(I)} \quad \left| * * \cdots \; [(* * * \cdots),\; (* * * \cdots),\; \cdots] \right|,$$

$$\text{(II)} \quad \left| * * \cdots \; [* * \cdots],\; [* * * \cdots],\; \cdots \right|,$$

$$\text{(III)} \quad \left| * * \cdots \; [[* * * \cdots],\; [* * * \cdots],\; \cdots] \right|,$$

chaque astérisque représentant un indice et les points ayant la signification habituelle. Les indices qui ne sont ni entre parenthèses ni entre crochets sont immobiles. Dans (II), les nombres des indices dans les divers crochets peuvent être inégaux [1].

Le nombre des valeurs distinctes, la classe étant impaire, est égal au nombre des indices immobiles, augmenté du nombre des indices d'un groupe dans le type (I), de celui des ensembles d'in-

---

[1] Pour les notions de déterminants *gauches* correspondantes aux trois types signalés, voir nos *Leçons* et surtout notre *Abrégé*, p. 14 et 136.

dices permutables dans le type (II), de l'unité dans le type (III). Si donc, dans le troisième cas, il n'y a pas d'indice immobile, le déterminant est uniforme.

Quant aux ordres de multiplicité, on voit qu'ils sont égaux : (I) au nombre des ensembles compris entre parenthèses, (II) au nombre des indices compris entre crochets, (III) au nombre des indices permutables.

Ainsi, on a, pour un déterminant cubique [1] :

$$\left| \overset{\smile}{i}_1, [i_2, i_3] \right|_3 \neq \left| i_1, [\overset{\smile}{i}_2, i_3] \right|_2 = \left| i_1, [i_2, \overset{\smile}{i}_3] \right|;$$

pour un déterminant à 5 dimensions, on a les relations :

$$\left| \overset{\smile}{*} [(*\,*), (*\,*)] \right|_{10} \neq \left| * [(\overset{\smile}{*}\,*), (*\,*)] \right|_6$$

$$= \left| * [(*\,*), (\overset{\smile}{*}\,*)] \right| \neq \left| * [(*\,\overset{\smile}{*}), (*\,*)] \right|_6 = \left| * [(*\,*), (*\,\overset{\smile}{*})] \right|;$$

$$\left| \overset{\smile}{*} [*\,*], [*\,*] \right|_9 \neq \left| * [\overset{\smile}{*}\,*], [*\,*] \right|_6 \neq \left| * [*\,*], [\overset{\smile}{*}\,*] \right|_6;$$

$$\left| \overset{\smile}{*} [[*\,*], [*\,*]] \right|_6 \neq \left| \overset{\frown}{*} [[*\,*], [*\,*]] \right|_4. \text{ (}^2\text{)}$$

Les trois types considérés sont les plus importants : ils se présentent dans la théorie des formes algébriques et comme expressions de la puissance d'un déterminant obtenues par les lois de la multiplication [3]. On peut combiner ces types : la détermination

---

(1) Le chiffre placé près de la barre de droite indique ici non pas l'ordre du déterminant, mais le nombre des termes, l'ordre étant supposé égal à 2.

(2) Le signe $\frown$ signifie que l'indice qu'il surmonte n'est pas l'indice fixe. — Le nombre des termes est toujours plus petit quand, toutes choses égales d'ailleurs, l'indice fixe est un indice permutable que quand il est immobile. La détermination générale de ces nombres est loin d'être aisée. Cf. notre *Abrégé.*

(3) Ainsi, toute puissance paire 2ν d'un déterminant multiple peut se mettre sous forme d'un déterminant de classe 2ν et à éléments polynomes, où tous les indices sont permutables entre eux. Mais l'étude, au point de vue de la structure, des produits et puissances de déterminants jouissant de diverses symétries données n'est pas toujours aisée : c'est le cas notamment pour le produit des deux déterminants

$$\left| \overset{\smile}{*} [*\,*\,*\,\cdots] \right|, \left| \overset{\frown}{*} [*\,*\,*\,\cdots] \right|$$

et pour le produit des n déterminants déduits d'un même déterminant en prenant

du nombre des valeurs distinctes peut ne présenter alors aucune difficulté nouvelle ; mais il n'en est plus de même, croyons-nous, pour des types mixtes tels que

$$\left| * * \cdots \left[[* * \cdots], [* * \cdots], \cdots ; (* * \cdots), (* * \cdots), \cdots \right] \right|.$$

Les déterminants (I, II, III) comprennent tous, comme cas particulier, le déterminant *actinomorphe* [1]

$$\left| [* * * \cdots] \right|,$$

où tous les indices sont permutables entre eux, et, plus généralement, le déterminant

$$(\mathrm{T}) \qquad \left| * * \cdots [* * * \cdots] \right|$$

dit actinomorphe d'*espèce* ν s'il y a ν indices entre crochets.

Bon nombre de déterminants de classe impaire, qui se présentent dans les applications, sont ou bien actinomorphes, ou bien du type T à un seul indice immobile ; dans le premier cas, la nature du problème n'indique pas quel est l'indice fixe et n'a pas à le déterminer ; dans le second cas, au contraire, cet indice est imposé par les conditions mêmes de la question : c'est le plus souvent l'indice immobile [2]. C'est ce qui a lieu, par exemple, pour le déterminant des dérivées d'ordre quelconque d'un système de formes f_α ($\alpha = 1, 2, \ldots$), qui est un covariant de ces formes, et

---

successivement les nombres 1, ..., n pour rang de l'indice fixe et immobile, les autres indices étant permutables entre eux. Cf. notre *Abrégé*, pp. 68 à 71 et 76.

[1] Ce terme, qui est emprunté à la botanique, trouve sa justification dans la manière dont se présentent les figures formées par les éléments conjugués, à un observateur placé à l'élément de tête et regardant dans la direction de l'axe de la matrice cubique (nous adoptons définitivement le mot *axe* au lieu de diagonale principale ; à cette occasion signalons aussi le terme *vertèbre* remplaçant l'expression élément diagonal principal). — Si, dans le déterminant considéré à l'alinéa 3 du n° 4, on supprime l'indice supérieur des b, le déterminant devient actinomorphe, donc uniforme même si $n = 3$. Si les x sont nuls, le déterminant est *invertébré* (c'est-à-dire à axe vide).

[2] A vrai dire, on n'a encore découvert jusqu'à présent aucune application proprement dite des déterminants ayant plusieurs valeurs distinctes et où l'indice fixe appartiendrait à un groupe d'indices permutables.

en particulier pour les déterminants qui représentent les composés de deux formes binaires ; l'indice fixe est l'indice α des formes ([3]).

Si l'on veut obtenir tous les déterminants des trois types, ayant un nombre donné N de valeurs distinctes, on devra, pour le premier type, rechercher quels sont, pour $\alpha = 1, 2, \ldots, n-1$, les nombres $n - \alpha$ qui admettent un facteur $N - \alpha$; pour le second, on recherchera les nombres des partitions de $n - \alpha$ en $N - \alpha$ nombres distincts ou non ; dans le troisième cas, on décomposera $n - N + 1$, de toutes les manières possibles, en deux facteurs. Si n est un nombre premier supérieur à 2, il n'y a, parmi les déterminants généraux à indices permutables, compris dans les trois types vus, que le déterminant actinomorphe qui soit uniforme.

6. Nous n'avons presque rien à dire des déterminants qui doivent uniquement à des zéros la propriété de perdre une ou plusieurs valeurs : leur étude est difficile et nous ne sommes arrivé qu'à quelques résultats fort particuliers. Le problème général serait de trouer ([1]), en employant le moins de zéros possible ou en conservant le plus grand nombre de termes, un déterminant général de classe impaire n, de manière à obtenir un déterminant n'ayant plus que N valeurs. Il est visible que les zéros doivent être disposés autour de l'axe de manière actinomorphe.

Pour le déterminant cubique uniforme, on voit immédiatement qu'il faut que les sections non permanentes soient égales, ce qui exige qu'elles soient nulles, les éléments différents de zéro devant rester quelconques. Le déterminant est alors unisignant et se confond avec le permanent des mêmes éléments. On réalise cette condition, avec le moins d'éléments nuls, en trouant la matrice, pour $p = 2$, suivant un plan *orthoaxial* (perpendiculaire à l'axe) convenable, ce qui donne :

$$| (1 - \delta_{\Sigma i, 4}) \, b_{i_1, i_2, i_3} |_2 ;$$

([3]) On peut toutefois se demander s'il n'est pas possible de trouver une interprétation, par la théorie des formes algébriques, du déterminant où l'indice fixe est permutable.

([1]) G. de Longchamps appelle déterminant *troué* tout déterminant contenant des zéros ; nous nous permettons, pour la commodité du langage, d'employer ce terme au sens actif.

pour l'ordre égal à 3, en trouant suivant deux de ces plans convenablement choisis :

$$\left| (1 - \delta_{\Sigma i, 4}) (1 - \delta_{\Sigma i, 7}) \, b_{i_1, i_2, i_3} \right|_3 .$$

Dans ce dernier cas, tout terme (nul) des sections non permanentes a un seul élément nul, et la section permanente se réduit à 6 termes, les 9 éléments des trois autres termes permanents étant nuls [1].

7. A la question précédente se rattache la représentation de sommes de puissances par des déterminants ou par des permanents. On voit aisément que le déterminant cubique

$$(\sigma) \quad \overset{0}{\left| \begin{array}{ccc|ccc|ccc} a_1 & 0 & a_2 & 0 & a_5 & a_6 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & a_3 & a_4 & a_2 & a_1 & 0 & a_6 & 0 & a_5 \\ a_5 & a_6 & 0 & a_4 & 0 & a_3 & 0 & a_2 & a_1 \end{array} \right|}^{0}$$

est égal au permanent P correspondant et vaut $\sum_{i=1}^{6} a_i^3$. Le déterminant de classe 4 :

---

(1) Le déterminant cubique d'ordre 4 :

$$\left| \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & * & 0 & * & * & 0 & * & * & 0 \\ 0 & * & * & 0 & * & 0 & * & * & * & * & * & 0 & 0 & * & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & * \end{array} \right| ,$$

où les astérisques représentent des éléments quelconques, possède 8 termes et est uniforme. Peut-on, tout en conservant cette dernière propriété, diminuer le nombre des zéros ?

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
0 & a_1 & 0 & 0 & a_4 & 0 & a_7 & 0 & a_8 \\
a_2 & 0 & 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & a_9 & a_{10} \\
0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & a_6 & a_{11} & a_{12} & 0 \\
\hline
a_9 & a_{10} & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_5 \\
a_{12} & 0 & a_{11} & 0 & a_3 & 0 & 0 & a_6 & 0 \\
0 & a_8 & a_7 & a_1 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 \\
\hline
a_6 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a_4 & a_8 & a_7 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\
0 & a_5 & 0 & a_{10} & 0 & a_9 & 0 & a_2 & 0
\end{array}\right|$$

est aussi égal au permanent correspondant et vaut $\sum_{i=1}^{12} a_i^3$. On peut, de même, représenter une somme de 20 cubes par un déterminant de classe 5 et d'ordre 3, uniforme et égal au permanent correspondant. Nous traiterons prochainement la question de savoir quelle est la plus haute valeur que l'on puisse donner à μ dans l'expression $\sum_{i=1}^{\mu} a_i^p$ de la valeur d'un déterminant à n dimensions et d'ordre p, dont les éléments sont nuls ou égaux aux a, et comment il faut placer les zéros. Bornons-nous à observer ici que les a se trouvent sur des *transversales* (¹) *permanentes* (²) sans éléments communs (et ne se trouvent *que* sur de telles

(¹) N. von Szüts appelle éléments *transversaux* les éléments d'un même terme. D'après cela, nous avons cru pouvoir employer le terme *transversale*, auquel s'attache, si l'on veut, une idée géométrique.

(²) L'expression de transversale permanente a une signification évidente d'après le n° 1. — Si les transversales n'étaient pas permanentes, on aurait une somme *algébrique* de puissances. Cf. R. de Montessus, INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS, question 906, 1896, p. 201 et 1906, p. 137.

transversales), les a d'une même transversale ayant même indice. Le nombre μ est donc égal au nombre des transversales permanentes sans éléments communs.

8. On voit aisément qu'à un déterminant D de classe impaire n, correspondent n^2 déterminants A formés au moyen des premiers mineurs : on peut, en effet, choisir de n manières l'indice fixe non seulement du déterminant A, mais aussi de ses mineurs. On peut convenir de n'appeler *adjoints* proprement dits que les n déterminants où l'indice fixe est le même que pour les mineurs formant ses éléments.

Les trois adjoints du déterminant (σ) sont inégaux si les a sont quelconques ; mais, en appliquant la condition ordinaire pour que 3 équations homogènes linéaires à 3 inconnues soient compatibles, on voit que si on a les relations [1] :

$$(\mathrm{D}) \quad \begin{vmatrix} \cdot\cdot\, a_1 & \therefore\, a_6 & \cdot\, a_4 \\ \therefore\, a_4 & \cdot\, a_1 & \cdot\cdot\, a_6 \\ \cdot\, a_6 & \cdot\cdot\, a_4 & \therefore\, a_1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} \cdot\cdot\, a_2 & \therefore\, a_3 & \cdot\, a_5 \\ \therefore\, a_5 & \cdot\, a_2 & \cdot\cdot\, a_3 \\ \cdot\, a_3 & \cdot\cdot\, a_5 & \therefore\, a_2 \end{vmatrix} = 0,$$

les trois adjoints acquièrent pour valeur commune, égale à $\sum_{i=1}^{6} a_i^6$, celle du permanent de même matrice, et que la condition pour que la valeur du permanent adjoint, formé avec les sous-permanents (ce n'est donc pas P), se réduise à la même somme de 6 puissances 6$^{\text{èmes}}$, est que soit satisfaite la relation déduite de (D) en donnant à tous les a le signe $+$. Cette dernière condition est donc représentée par l'annulation d'un circulant ordinaire.

Si l'on pose

$$X_i = x_i^2 - x_{i+1}\, x_{i+2} \qquad (i = 1, 2, 3\,;\; x_{\alpha+3} = x_\alpha),$$

le sous-déterminant d'un élément x_i, dans le circulant cubique C d'ordre 3

---

[1] Les a précédés de i points ($i = 1, 2, 3$) doivent être affectés du signe $-$, si i est le rang fixe choisi pour calculer les sous-déterminants qui constituent les éléments de l'adjoint considéré.

$$C(x_1, x_2, x_3),$$

qui vaut $3\Sigma x_i X_i$, est égal, quel que soit le rang fixe, à X_i précédé du même signe que celui dont il faut affecter le sous-déterminant pour avoir le mineur. De cela il découle que le circulant cubique n'a qu'un seul adjoint et que celui-ci est égal à $3\Sigma X_i \xi_i$ ou à $\frac{1}{3} C^2$, les ξ étant liés aux X comme les X aux x. On voit ainsi que le carré d'un circulant cubique est, à un facteur numérique près, un circulant cubique, ce qu'on savait comme étant un cas particulier d'un théorème de Souillart combiné à cette remarque (pour $p = 3$) que tout circulant cubique d'ordre impair p est égal à p !! fois le circulant ordinaire correspondant [1]. On généralise aisément.

Les conditions qu'un déterminant cubique Δ d'ordre p soit circulant ou à strates identiques sont chacune suffisantes pour que l'adjoint soit égal, à un facteur numérique près, à la puissance $p - 1$ de Δ. La question de savoir quelle est la condition *nécessaire* et suffisante rentre dans un problème général que nous avons posé dans ces Annales, 1910-1911, première partie, p. 74.

9. La notion d'uniformité peut être étendue aux mineurs. On dira qu'un déterminant jouit de l'*uniformité d'ordre* r s'il est uniforme ainsi que ses mineurs d'ordres $p - 1$, $p - 2$, ..., r. Le problème qui se pose est de trouer, avec le moins de zéros possible, un déterminant général de classe impaire, de manière à assurer ce genre d'uniformité ou à uniformiser tous les mineurs d'ordres 1, 2, ..., r et en particulier tous les mineurs. On pourrait encore donner de l'extension à cette question en exigeant que les mineurs aient k $(1 < k < n)$ valeurs distinctes [2]. Pour quelles valeurs de n, p, r, k le problème est-il possible ? [3]

On peut aussi demander de trouer un déterminant à indices permutables (suivant une loi définie), de manière à réaliser les mêmes propriétés. Le cas le plus intéressant est celui du déterminant actinomorphe. Le déterminant cubique dont la $t^{\text{ème}}$ tranche est représentée par

---

[1] Cas particulier d'un théorème signalé dans nos *Leçons*, p. 91.

[2] Dans le circulant cubique, les mineurs ont au plus deux valeurs distinctes.

[3] On voit aisément qu'il serait assez légitime de poser la condition que le déterminant doive rester différent de zéro.

$$
\left\|\begin{array}{cccccccc}
\cdot_1 & \cdot_{t-2} & \cdot_{t-1} & \cdot_t & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot_p \\
 & & & & & & & \\
\cdot_{t-1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot_t & \cdot & \cdot & d_t & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot_{t+1} & \cdot & \cdot & r_t & \mathrm{R}_t & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot \\
 & & & & & & & \\
\cdot_p & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right\|,
$$

les points représentant les conjugués des éléments distincts, les seuls écrits, est uniforme, ainsi que tous ses mineurs, pour $p = 3$ ou 4 ([1]). Dans ces deux cas particuliers, les valeurs sont respectivement

$$\varphi \equiv d_1 d_3 \left(d_2 - \frac{r_1 \mathrm{R}_1}{d_1} - \frac{r_2 \mathrm{R}_2}{d_3} \right),$$
$$\psi \equiv (d_1 d_2 - r_1 \mathrm{R}_1)(d_3 d_4 - r_3 \mathrm{R}_3) - r_2 \mathrm{R}_2 d_1 d_4.$$

Une autre question qui présente un certain intérêt serait de déterminer les relations auxquelles doivent satisfaire les éléments d'un déterminant actinomorphe, pour assurer l'uniformité d'ordre r. Voici un exemple de déterminant cubique actinomorphe dont tous les mineurs sont uniformes :

$$
\left|\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
d & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\frac{r^2 t}{s^2} & r & \cdot & \cdot & \frac{s^2}{t} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\frac{r^2 t^2}{s^3} & \frac{rt}{s} & \frac{rt^2}{s^2} & \cdot & s & t & \cdot & \cdot & \delta
\end{array}\right| = \left(\delta - \frac{t^2}{s}\right)\left(\frac{ds^2}{t} - \frac{r^3 t}{s^2}\right).
$$

Les 10 éléments distincts de ce déterminant (que nous désignons par γ) sont, on le voit, fonctions de 5 paramètres.

Pour qu'un déterminant D de classe impaire n'ait qu'un seul adjoint (au sens général) A, il suffit évidemment que l'uniformité ait lieu pour D, pour ses premiers mineurs et pour A ([2]). C'est ce

---

([1]) Pour $p > 4$, il faudrait faire une étude générale. Nous nous réservons de la publier ultérieurement.

([2]) Ces conditions suffisantes ne sont pas nécessaires, puisque nous avons

qui a lieu pour les déterminants cubiques φ et γ. Mais l'adjoint de γ a lui-même tous ses mineurs uniformes et il est égal à γ^2 [cf. fin n° 8], tandis que l'adjoint

$$\varphi^2 + 2s\Sigma(\Sigma^2 - \Delta\sigma)(s^2 - DS)$$

de φ est simplement uniforme et n'est égal à φ^2 que si l'on a au moins une des conditions :

$$s = 0, \qquad \Sigma = 0, \qquad s^2 = DS, \qquad \Sigma^2 = \Delta\sigma,$$

ce qui, d'ailleurs, n'uniformise pas les mineurs.

10. De l'uniformité de plusieurs déterminants δ_i, ne résulte pas, en général, celle d'un déterminant égal à une fonction rationnelle des δ_i; par exemple, si plusieurs déterminants uniformes peuvent, en vertu d'un principe bien connu, se composer en un seul Δ dont les éléments d'une tranche sont des polynomes, Δ n'est pas en général uniforme; bien plus, de l'uniformité de $|b_{i_1, \ldots, i_n}|$, on ne peut conclure à celle de $|a + b_{i_1, \ldots, i_n}|$. Il faudrait déterminer la condition nécessaire et suffisante à remplir.

Le problème suivant présente également un certain intérêt : étant donnés s déterminants uniformes de classe impaire

$$\left| b^{(\sigma)}_{i_1, \ldots, i_n} \right| \qquad (\sigma = 1, \ldots, s),$$

déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour que les déterminants

$$\left| \underset{\sigma}{\Lambda}\ b^{(\sigma)}_{i_1, \ldots, i_n} \right| \qquad (\Lambda = \Sigma \text{ ou } \Pi)$$

soient uniformes.

Nous comptons revenir sur ces questions et sur plusieurs autres qui n'ont été qu'ébauchées dans la présente note. L'étude des transformations générales qui conservent l'uniformité d'un déterminant uniforme, et éventuellement de ses mineurs, fera également l'objet d'une communication ultérieure.

---

vu qu'un circulant cubique C n'a qu'un seul adjoint, alors que cependant certains mineurs de C ont deux valeurs distinctes. Observons aussi que l'adjoint d'un déterminant actinomorphe général de classe *impaire* n'est pas actinomorphe.

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. I à t. XXXV, 1875 à 1911. Chaque vol. in-8° de 400 à 600 pages fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des vingt-cinq premiers volumes des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE (1875-1901). Un vol. in-8° de 250 pages (1904), en vente au prix de . . . . fr. **3 00**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Première série, 1877 à 1891. Trente volumes. Seconde série, 1892 à 1901. Vingt volumes. Troisième série, commencée en 1902. Les deux volumes annuels, de 700 pages in-8° chacun . . . . fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des cinquante premiers volumes de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES (1877-1901). Un vol. in-8° de XII-168 pages, petit texte (1904), en vente au prix de 5 fr.; pour les abonnés . . fr. **2 00**

Ph. Gilbert. Mémoire sur l'application de la méthode de Lagrange à divers problèmes de mouvement relatif. Deuxième édition (1889). Un vol. in-8° de 150 pages . . . . fr. **7 50**

DISCUSSION SUR LE FŒTICIDE MÉDICAL. Brochure in-8° de 38 pages (1904) . . . . fr. **1 00**

LA CRISE DU LIBRE-ÉCHANGE EN ANGLETERRE. Rapports de MM. G. Blondel, Ch. Dejace, A. Viallate, Emm. de Meester, P. de Laveleye, Éd. Van der Smissen. Brochure in-8° de 121 pages (1905). . fr. **2 00**

LES PORTS ET LEUR FONCTION ÉCONOMIQUE : **T. I.** Introduction, Éd. Van der Smissen. I. La Fonction économique des Ports dans l'Antiquité grecque, H. Francotte. II. Bruges au Moyen âge, G. Eeckhout. III. Barry, H. Laporte. IV. Beira, Ch. Morisseaux. V. Liverpool, P. de Rousiers. VI. Anvers, E. Dubois et M. Theunissen. VII. Les Ports et la vie économique en France et en Allemagne, G. Blondel. Un vol. in-8° de 183 pages, figures et plans. (Épuisé.) **T. II.** VIII. Londres, G. Eeckhout. IX. Délos, A. Roersch. X. Rotterdam, J. Charles. XI. Gênes au Moyen âge, J. Hanquet. XII. Marseille, G. Blondel. Un vol. in-8° de 123 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. III.** XIII. Le Port moderne de Gênes, M. Theunissen. XIV. Ostende. L.-Th. Léger. XV. Jaffa, P. Gendebien. XVI. Lisbonne, Ch. Morisseaux. XVII. Le Havre, G. Blondel. XVIII. Hambourg, P. de Rousiers et J. Charles. XIX. Rio-de-Janeiro, F. Georlette. XX. Han-Kow. A. Vanderstichele. Prix : 3 francs. **T. IV.** XXI. Barcelone et Bilbao, J. Charles. XXII. Buenos-Aires, M. Theunissen. XXIII. Brême, J. Charles. XXIV. New-York, Paul Hagemans. XXV. Le Port de Pouzzoles dans l'Antiquité, d'après un livre récent, Alphonse Roersch. XXVI. Shanghaï, A. A. Fauvel. XXVII. Zeebrugge, J. Nyssens-Hart. Un vol. in-8° de 184 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. V.** XXVIII. Rouen, G. Blondel. XXIX. Montréal, M. Dewavrin. XXX. Seattle et Tacoma, M. Rondet-Saint. XXXI. Trieste, Fiume, Venise, M. Dewavrin. XXXII. Venise au moyen âge, C. Terlinden. XXXIII. Les ports du Nord-Est de l'Angleterre, J. Meuwissen. — Conclusions, G. Blondel. — Appendices : L'administration des Ports, J. Charles, S. J.; L'industrie des transports maritimes, H. Mansion. Prix : 3 francs.

SUR QUELQUES POINTS DE MORALE SEXUELLE DANS SES RAPPORTS AVEC LA MÉDECINE. Rapport de M. le Dr X. Francotte. Brochure in-8° de 48 pages (1907) . . . . fr. **0 75**

DE LA DÉPOPULATION PAR L'INFÉCONDITÉ VOULUE. Rapport de M. le Dr Henri Desplats, et discussion. Brochure in-8° de 29 pages (1908) fr. **0 75**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES

PUBLIÉE PAR

LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

TROISIÈME SÉRIE

Cette revue de haute vulgarisation, fondée en 1877 par la Société scientifique de Bruxelles, se compose actuellement de deux séries : la **première série** comprend 30 volumes (1877-1891); la **deuxième**, 20 volumes (1892-1901). La livraison de janvier 1902 a inauguré la **troisième série**.

La revue paraît en livraisons trimestrielles de 352 pages, à la fin de janvier, d'avril, de juillet et d'octobre. Chaque livraison renferme trois parties principales.

La **première partie** se compose d'**Articles originaux**, où sont traités les sujets les plus variés se rapportant à l'ensemble des sciences mathématiques, physiques, naturelles, sociales, etc.

La **deuxième partie** consiste en une **Bibliographie scientifique**, où l'on trouve un compte rendu détaillé et l'analyse critique des principaux ouvrages scientifiques récemment parus.

La **troisième partie** consiste en une **Revue des Revues et des Publications périodiques**, où des écrivains spéciaux résument ce qui paraît de plus intéressant dans les archives scientifiques et littéraires de notre temps.

Chaque livraison contient ordinairement aussi un ou plusieurs articles de **Variétés**.

CONDITIONS D'ABONNEMENT

Le prix d'abonnement à la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES est de **20 francs** par an. Les membres de la Société scientifique de Bruxelles ont droit à une réduction de **25** %; le prix de leur abonnement est donc de **15 francs** par an.

Table analytique des cinquante premiers volumes de la REVUE. Un vol. du format de la REVUE de XII-168 pages. Prix : 5 francs ; pour les abonnés, 2 francs.

Des volumes isolés seront fournis aux nouveaux abonnés à des conditions très avantageuses.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** *et l'***Administration** *au secrétariat de la Société scientifique, 11, rue des Récollets, Louvain.*

Une Notice sur la Société scientifique, son but, ses travaux, est envoyée gratuitement à ceux qui en font la demande au secrétariat.

Louvain. — Imp. F. Ceuterick, rue Vital Decoster, 60.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

THÉORIE NOUVELLE DU NIVEAU A BULLE LONGITUDINAL

CHAPITRE PREMIER

PRÉLIMINAIRES

1. — **Historique.**

Le niveau à bulle se composait primitivement d'un tube cylindrique en verre scellé aux deux bouts après avoir été incomplètement rempli d'un liquide incongelable et mobile.

L'emploi de cet instrument (voir le *Traité complet sur la théorie et la pratique du Nivellement*, par Fabre, 1812, p. 55) a consisté pendant longtemps à immobiliser la bulle au milieu de la paroi cylindrique du tube, et à rendre ainsi horizontales les génératrices de cette paroi, et, par suite, les lignes de visée ou n'importe quelles droites matérielles rendues préalablement parallèles à ces génératrices.

Ozanam a consacré quelques lignes au niveau à bulle, à la page 132 de son *Dictionnaire mathématique*, Paris, 1691, et en a attribué l'invention au « Sieur Chapotot Fabricateur d'instruments de Mathématique à Paris ».

A la suite d'un article du Dr Rodolphe Wolf, professeur d'astronomie à Zurich, inséré (pp. 313-318) dans le tome II du BOLLET-

tino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche de B. Boncompagni et citant Ozanam, Gilbert Govi, professeur de physique à l'Université de Turin, entreprit des recherches au sujet de l'invention du niveau à bulle, et établit que cette invention est due à Thévenot, Melchisédec, né à Paris vers 1620, grand amateur de sciences et de voyages. Le résultat de ces recherches historiques a fait l'objet d'un mémoire inséré dans le tome III du Bollettino (pp. 282-296).

Le niveau à bulle dont il est question dans ces diverses publications était si peu précis, qu'à la fin du xviii^e siècle on le considérait encore comme étant inférieur à d'autres niveaux basés sur l'emploi du perpendicule.

Nous en trouvons la preuve dans le *Traité du Nivellement* de l'abbé Picard ([1]) publié d'abord par La Hire et plus tard, avec des Notes et des éclaircissements, sous le privilège de l'Académie royale des Sciences, par l'abbé Para. Cet auteur s'exprime, en effet, en ces termes à la page 188 de son livre :

« Aisé à manœuvrer et à transporter, ce Niveau » (il s'agit du niveau à bulle d'air) « donne toute la justesse et toute la précision dont on a communément besoin dans le Nivellement. Mais lorsqu'on aura besoin d'une *extrême justesse*, dans quelques grandes Opérations du Nivellement, nous pensons qu'il sera à propos d'employer un Niveau d'une autre nature ; et nous doutons que le plus habile Ingénieur, par le moyen de ce petit Instrument, puisse jamais parvenir à celle que donnait autrefois au célèbre Abbé Picard, son Niveau à Perpendicule. »

Le niveau à bulle ne devint un instrument de précision qu'à partir du moment où de Chésy ([2]) eut l'idée de donner une légère courbure, dans le sens de la longueur du tube, à la paroi interne de l'instrument. C'est en poursuivant la même idée qu'on a réussi, de nos jours, à construire des niveaux à bulles équivalents à des fils à plomb de plusieurs centaines de mètres de longueur. Un artiste français notamment, M. Dutrou, cité par C. André dans l'édition française de l'*Astronomie pratique* de Brunnöw (note

---

([1]) Célèbre astronome et géodésien français, fondateur de l'Observatoire de Paris, né à la Flèche en 1620, mort à Paris en 1682.

([2]) Voir Lalande, *Astronomie*, livre XIII, n° 2399.

au bas de la page 5), nous a montré, dans son atelier, un niveau à bulle ayant un rayon de courbure évalué par lui à 800 mètres environ.

Le niveau dont nous nous sommes occupé jusqu'ici peut être nommé *niveau longitudinal*, *oblong* ou *tubulaire*, pour le distinguer d'un autre niveau à bulle, imaginé, dit-on, par Hook [1], et qui a la forme d'un petit réservoir circulaire fermé à sa partie supérieure par une calotte sphérique.

2. — **Difficultés relatives à l'emploi du niveau.**

L'emploi du niveau circulaire, ou bien du niveau oblong de construction grossière ne présente aucune difficulté, parce qu'on est obligé de se contenter de résultats très peu précis, par suite des imperfections de l'instrument. Mais lorsqu'on fait usage de tubes construits avec soin, et qu'on veut atteindre le maximum de précision possible, on se heurte à de sérieuses difficultés.

Nous avons consacré à l'examen de ces difficultés diverses communications faites à la Société Scientifique de Bruxelles, et, en dernier lieu, un travail complet qui a paru, en 1900, dans le tome XXIV des Annales de cette Société. Nous avons démontré, dans ce travail, que les difficultés, auxquelles nous avons fait allusion ci-dessus, ne peuvent être expliquées par les causes inévitables d'erreurs d'observation, mais sont dues, en grande partie, à un manque de rigueur des considérations théoriques servant de base aux observations. De plus, nous avons exposé, dans le même travail, une théorie irréprochable et des procédés pratiques affectés exclusivement des erreurs inévitables dans les observations.

Nous traiterons ici le même sujet, mais en améliorant notablement notre exposé de 1900.

3. — **Améliorations nouvelles.**

Jusqu'en 1900 inclusivement, nous avons imposé à la paroi interne du niveau tubulaire, la forme d'une surface de révolution engendrée par un arc de cercle tournant autour de sa corde. Nous suivions en cela l'exemple des bons auteurs,notamment de Bauernfeind *(Elemente der Vermessungskunde*, tome I, p. 58 ...). Seule-

---

[1] Astronome anglais, né en 1635, mort en 1703.

ment, au lieu de raisonner comme nos devanciers, en assimilant implicitement ou explicitement le niveau à un arc de cercle vertical, et de prendre ainsi une hypothèse inexacte pour point de départ, nous tenions compte de la forme réelle admise pour l'instrument.

La théorie ainsi établie était rigoureuse. Les procédés pratiques auxquels cette théorie conduisait l'étaient également et constituaient par conséquent un idéal vers lequel pouvaient tendre les praticiens.

Mais ces règles ne présentaient pas toute la simplicité désirable.

Nous avons cherché à les améliorer en assujettissant seulement la paroi interne supérieure du tube à présenter une forme légèrement courbée dans le sens de la longueur, sans faire dépendre cette forme de l'existence toujours incertaine d'un axe de rotation.

Le résultat de nos recherches et de nos expériences, ainsi améliorées, fait l'objet de ce nouveau travail.

4. — **Classification des niveaux longitudinaux.**

Nous distinguons deux niveaux longitudinaux à bulles : le niveau à directrice horizontale, et le niveau à pivot vertical.

Le premier est invariablement lié à une droite idéale, appelée *directrice*, dont la position théorique est horizontale. Le second est invariablement lié à une droite idéale appelée *pivot*, dont la position théorique est verticale.

Pour constituer un niveau à directrice, on peut relier invariablement une fiole de niveau à deux fourches ou à deux crochets en forme de V renversé à l'aide desquels on le place sur un objet de forme cylindrique ou on l'accroche à cet objet. La directrice est l'axe de ce cylindre ou une parallèle quelconque à cet axe.

La directrice peut aussi être l'arête longitudinale d'un patin, ou la droite passant par deux pointes sur lesquelles repose le niveau.

Dans tous les cas il faut — nous le verrons plus loin — que le niveau à directrice puisse basculer un peu autour de cette droite ou d'une droite parallèle. C'est par l'absence de ce mouvement de bascule que pèche généralement l'instrument.

Pour constituer un niveau à pivot, on relie invariablement une fiole de niveau à un objet pouvant tourner autour d'un axe ou pivot qui est exactement ou quasi vertical.

5. — Graduation du niveau.

Le niveau à directrice est muni d'une graduation gravée extérieurement sur le tube ou sur une réglette adjacente. Cette graduation comprend tantôt un seul groupe de traits équidistants, tantôt elle comprend deux groupes de traits, qui sont équidistants dans chaque groupe.

Le niveau à pivot a toujours une graduation de ce deuxième type.

Deux conventions peuvent être suivies pour lire les graduations indiquées par les deux bords de la bulle. La première consiste à compter les traits positivement dans un sens et négativement dans le sens opposé. La seconde, exclusivement applicable aux instruments à deux groupes de traits, consiste à compter les traits de chaque groupe, positivement dans le sens allant du milieu de l'instrument vers le côté où se trouve ce groupe des traits, et négativement dans le sens opposé.

Si nous désignons par d et g les lectures correspondant à cette seconde manière de compter, et par 2ϵ l'intervalle absolu entre les deux groupes de traits, et si nous voulons passer de cette manière à la première, par exemple en conservant le sens positif qui a servi pour d, nous avons, en désignant les lectures relatives à la première manière par A et B :

$$A = -\epsilon - g$$
$$B = +\epsilon + d.$$

6. — Dispositif de réglage.

Chaque niveau soigné est muni à une de ses extrémités d'une vis ou d'un dispositif de réglage qui permet de faire varier la position de la fiole relativement à la directrice ou au pivot.

Sous l'action de ce dispositif de réglage, chaque point de l'instrument décrit une trajectoire déterminée. Nous considérerons, par la pensée, un de ces points, et nous désignerons par r la longueur de l'arc de trajectoire compris entre ce point mobile et un point initial choisi arbitrairement. De cette manière, la position du niveau par rapport à sa directrice ou son pivot dépendra de la variable r seulement.

7. — Principaux perfectionnements matériels.

Parmi les principaux perfectionnements matériels apportés aux niveaux de précision il convient de signaler :

la cloison intérieure,
le tube concentrique extérieur,
la gaine isolante,
la glace réfléchissante,
la potence,
le dispositif de réglage à lame élastique.

Pour être complet nous dirons ici quelques mots de chacun de ces perfectionnements.

1° *Cloison intérieure.*

Les dimensions de la bulle de vapeur varient considérablement avec la température.

Lorsque la bulle est longue elle quitte rapidement l'intervalle gradué.

Lorsqu'elle est petite elle se meut le long d'une partie quasi horizontale de la paroi interne et ne prend pas bien une position d'équilibre déterminée.

On peut remédier à ces défauts en séparant la fiole en deux parties par une cloison placée à une des extrémités de la fiole. Une ouverture laissée à la partie inférieure établit une communication entre le niveau proprement dit, situé d'un côté de la cloison, et le petit espace situé du côté opposé.

Lorsque la bulle est trop grande, on redresse le tube verticalement, le petit espace au-dessus. Une partie de la bulle pénètre dans cet espace, et on replace le tube horizontalement lorsque la bulle restante a la dimension voulue.

On effectue l'opération inverse lorsque la bulle est trop petite.

2° *Tube concentrique extérieur, gaine isolante, glace réfléchissante, potence.*

Lorsque la température varie irrégulièrement dans le voisinage du niveau, la courbure de sa paroi se modifie et la bulle se déplace au sein de la graduation.

Il suffit par exemple d'approcher la main d'une fiole de précision pour voir immédiatement la bulle se déplacer de longueurs très appréciables. Le même phénomène se produit *à fortiori*

lorsque l'observateur approche de l'instrument, pour le manier ou en lire les indications.

On a corrigé ces défauts en enfermant le niveau dans un tube ayant un diamètre intérieur surpassant d'environ deux centimètres celui de la fiole. Parfois on entoure en outre ce tube d'une gaine en feutre, n'ayant que l'ouverture nécessaire pour permettre de lire la graduation.

Lorsque toutes ces précautions sont jugées insuffisantes on place, près de la graduation, une glace réfléchissante inclinée à 45 degrés, de manière à pouvoir lire les indications de la bulle à distance à l'aide d'une lunette.

Enfin une dernière précaution, dans le même ordre d'idées, consiste à suspendre le niveau à une potence pouvant tourner autour de sa branche verticale.

Au moyen d'un jeu de poulies on peut, sans toucher le niveau, le soulever ou l'abaisser et le placer où l'on veut. En fixant le support de la branche verticale de la potence à un mur, dans le voisinage de l'instrument, on peut même remiser ce dernier dans une armoire vitrée pendant les intervalles entre les observations.

Lorsqu'un niveau est enfermé dans un tube extérieur, on grave généralement sur ce tube une graduation identique à celle de la fiole. On guide ainsi, par deux traits correspondants, le rayon visuel de l'observateur qui fait la lecture, et on évite les erreurs de parallaxe dans l'appréciation de la position de la bulle.

3° *Lame élastique.*

Lorsqu'on agit sur le dispositif de réglage placé à une des extrémités d'un niveau celui-ci tourne nécessairement autour d'un axe situé à l'extrémité opposée. Certains constructeurs ont évité le jeu inhérent à l'emploi d'un axe de rotation en fixant solidement le niveau par son extrémité opposée au dispositif de réglage à une lame d'environ un millimètre d'épaisseur pouvant plier sous l'action du susdit dispositif.

Signalons à ce sujet que le dispositif de réglage est souvent composé d'une vis et d'un petit ressort antagoniste beaucoup trop faible pour donner une position stable à l'instrument. L'emploi de deux solides vis ou de deux solides écrous antagonistes est de beaucoup préférable.

CHAPITRE II

DU NIVEAU A DIRECTRICE

8. — **Origine, extrémité et inclinaison de la directrice.**

Nous donnons le nom d'*extrémité* d'une directrice à celui de ses deux bouts que l'on doit soulever pour faire croître les lectures A et B, et le nom d'*origine* au bout opposé.

L'*inclinaison I* de la directrice est l'angle que fait avec le plan horizontal la direction allant de l'origine vers l'extrémité. Cet angle est compté positivement au-dessus, négativement en dessous de l'horizon.

Il est nécessaire de bien se pénétrer de ces conventions si l'on veut éviter les erreurs dans l'emploi du niveau. En règle générale nous désignerons par A la lecture du côté de l'origine, et par B la lecture du côté de l'extrémité.

9. — **Variables dont dépendent les indications d'un niveau à directrice.**

Les indications A et B fournies par un niveau à directrice dépendent de la température, de l'inclinaison I de la directrice sur l'horizon, de l'inclinaison dans le sens transversal du solide qu'est la fiole, et de la valeur donnée à la quantité r que nous avons définie au n° 6.

10. — **Influence de la température.**

Lorsque la température varie, les dimensions de la bulle augmentent ou diminuent. Mais on constate que si A subit de ce chef une variation quelconque Δ, B varie sensiblement de $-\Delta$.

On peut donc affranchir les indications de la bulle de la température en considérant les valeurs prises par la somme $(A + B)$. Nous désignerons cette somme par $2L$.

Dans le cas où il y a deux groupes de traits, et où l'on fait usage des lectures d et g, la somme $(A + B)$ vaut $\pm (d - g)$. Cette somme est donc non seulement indépendante de la température, mais aussi de l'intervalle 2ϵ entre les deux groupes de traits.

11. — **Inclinaison transversale. Nivelette transversale.**

Lorsqu'on emploie un niveau de construction grossière, on peut le faire basculer latéralement autour de sa directrice sans que ses indications changent. Mais si l'on imprime le même mouvement à un niveau soigné et *a fortiori* à un niveau de précision, les lectures A et B varient dans le même sens, et la somme 2L subit des variations d'autant plus grandes que le déplacement latéral est plus appréciable et la fiole plus précise.

Pour qu'un niveau à directrice réponde à la théorie qui doit présider à son emploi, il faut, nous le verrons plus loin, que ses indications dépendent exclusivement de l'inclinaison I de sa directrice. Nous avons déjà vu que l'on peut affranchir ces indications de la température en considérant $2L = (A + B)$. On les affranchit évidemment de la variable r en n'agissant sur le dispositif de réglage que pour donner une position convenable et définitive à la fiole.

Pour affranchir les indications d'un niveau de son inclinaison latérale on peut employer trois moyens différents.

Le moyen le plus expéditif, mais le plus grossier et partant le moins bon, consiste à considérer comme une quantité négligeable le déplacement subi par la bulle dans le mouvement de bascule du niveau autour de sa directrice, et à considérer par conséquent comme étant sensiblement égales deux lectures quelconques dont la différence ne surpasse pas cette quantité.

Un autre moyen consiste à faire basculer le niveau autour de sa directrice, à observer le déplacement des bords de la bulle, et à arrêter le niveau lorsque ce déplacement passe par un maximum d'un côté et, par suite, par un minimum du côté opposé.

Ce second moyen est excellent. Mais il est un peu trop délicat et trop compliqué pour la pratique.

Il est plus simple d'armer le niveau d'une petite nivelette transversale, et de s'astreindre à ne faire aucune lecture au niveau principal sans amener préalablement la bulle transversale entre ses repères en faisant basculer le niveau autour de sa directrice.

Nous envisagerons exclusivement ce troisième moyen dans la suite. Mais il doit être bien entendu que rien n'empêche de le remplacer éventuellement par le second lorsque les circonstances l'exigeront.

12. — Formules.

Si l'on a soin d'armer le niveau à directrice d'une nivelette transversale et d'amener toujours la bulle de cette nivelette entre ses repères, la lecture L ne dépend que de l'inclinaison I de la directrice et de la variable r, On a donc une relation de la forme

$$L = F(I, r).$$

Les variables I et r ont toujours de très petites valeurs lorsqu'on emploie un niveau. On peut donc appliquer à la relation ci-dessus la formule de Maclaurin limitée aux termes du premier degré,

$$L = F(0, 0) + r\left(\frac{dF}{dr}\right)_0 + I\left(\frac{dF}{dI}\right)_0.$$

En posant :

$$F(0, 0) + r\left(\frac{dF}{dr}\right)^0 = K,$$

et

$$\left(\frac{dF}{dI}\right)_0 = N,$$

on obtient la formule générale :

$$L = K + NI. \qquad (1)$$

C'est sur cette formule, et sur ce fait que K dépend de r, tandis que N est constant, que nous basons la théorie et l'emploi du niveau à directrice.

Si l'on prend pour unité angulaire l'angle dont varie I lorsque L varie d'une division de la graduation, on a :

$$L + 1 = K + N(I + 1)$$

et, en soustrayant cette égalité de la précédente :

$$1 = N.$$

La formule générale devient donc :

$$L = K + I. \qquad (2)$$

13. — **Premier problème pratique résolu à l'aide du niveau à directrice**

On donne : 1° Un objet devant avoir la forme d'un cylindre de révolution ; 2° un niveau à fourches pouvant être placé sur cet objet, ou un niveau à crochets pouvant y être accroché.

On demande de vérifier si l'objet a bien une surface de révolution et si cette surface est cylindrique.

Solution. — On place l'objet sur un support et une des fourches ou crochets du niveau sur l'objet, et on amène la nivelette transversale entre ses repères.

Puis on fait tourner l'objet sur son support.

Si les indications du niveau restent invariables, l'objet a bien la forme de révolution à l'endroit où le niveau prend son appui.

On explore de même les diverses régions de la surface extérieure de l'objet à vérifier.

Si cette première vérification a donné un résultat satisfaisant, on place le niveau sur l'objet au moyen des deux fourches, on amène la nivelette transversale entre ses repères et on fait la lecture (A + B) à la graduation principale.

Puis on soulève délicatement le niveau, et on retourne l'objet bout pour bout sur son support.

Enfin on replace le niveau dans sa position primitive, sans le retourner bout pour bout, et on refait la lecture (A + B).

Si cette lecture n'a pas varié, l'objet examiné a bien la forme d'un cylindre de révolution aux endroits où le niveau a pris son appui.

14. — **Deuxième problème pratique.**

On donne : 1° Un objet de forme cylindrique reposant sur deux tourillons, par exemple un axe de rotation ou un corps de lunette ; 2° un niveau à fourches ou à crochets pouvant s'appuyer sur l'objet.

On demande de trouver l'inclinaison I des génératrices et de l'axe de l'objet cylindrique.

On peut considérer deux directions opposées sur les génératrices. On doit donc bien indiquer, dans chaque cas concret, de laquelle de ces deux directions on doit déterminer l'inclinaison I.

Désignons cette direction par PQ.

Plaçons le niveau sur l'objet de manière que A se trouve du

côté Q et B du côté P. Amenons la nivelette transversale entre ses repères, faisons les lectures A′ et B′ sur le niveau principal, et calculons $L' = (A' + B') : 2$.

Retournons ensuite le niveau bout pour bout, sans modifier l'inclinaison de l'objet, et déterminons A″, B″ et $L'' = (A'' + B'') : 2$.

Puisque nous avons désigné par I l'inclinaison de la direction PQ correspondant à la deuxième position du niveau, et par suite, par — I l'inclinaison de la direction opposée QP correspondant à la première position, nous avons en vertu de la formule (1) :

$$L' = K - I,$$

et :

$$L'' = K + I.$$

Ces deux formules permettent de calculer K et I, et donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l} K = (L'' + L') : 2, \\ I = (L'' - L') : 2. \end{array} \right. \tag{3}$$

L'inconnue K n'était pas demandée. Mais en la calculant on peut s'en servir ultérieurement et ne plus faire le retournement. La formule (1) devient en effet :

$$I = L - (L' + L'') : 2. \tag{4}$$

Remarque I. — La résolution du problème n'est évidemment applicable qu'à de petites inclinaisons I pour lesquelles la bulle ne quitte pas la région graduée pendant les opérations.

Remarque II. — La valeur que nous venons de trouver pour I est exprimée en prenant pour unité l'angle dont varie l'inclinaison de la directrice lorsque L varie de 1.

Si l'on veut connaître I en prenant le degré ou le grade pour unité on doit déterminer le rapport existant entre les deux unités.

On peut se servir à cet effet d'un instrument spécial connu sous le nom d'*essayeur de niveaux* ou bien d'une lunette topographique.

L'essayeur de niveaux est un support dont une des extrémités peut tourner autour d'un axe horizontal, et dont l'autre extrémité peut être élevée ou abaissée au moyen d'une vis micrométrique dont le pas est connu.

Pour résoudre le même problème au moyen d'une lunette topographique, on pointe celle-ci sur une mire verticale placée à une distance connue D de la lunette, par exemple à un distance de 100^m.

On place le niveau sur cette lunette et on déplace la bulle de deux divisions, ce qui revient à faire varier L d'une unité. On mesure le déplacement *h* du point visé sur la mire, et on peut par conséquent calculer en fonction de *h* et D l'angle dont a varié l'inclinaison de la directrice.

15. — **Troisième problème pratique.**

On donne : 1° Un objet de forme cylindrique reposant sur deux tourillons ; 2° un niveau à fourches ou à crochets pouvant s'appuyer sur l'objet.

On demande de rendre horizontales les génératrices du cylindre.

On détermine comme précédemment L′ et L″ de manière à connaître les constantes de la formule (4)

$$I = L - (L' + L'') : 2.$$

Puis on donne à l'ensemble des deux tourillons une position telle que l'on ait :

$$0 = L - (L' + L'') : 2,$$

ou :

$$L = (L' + L'') : 2. \tag{5}$$

On peut simplifier ces opérations dans le cas d'un niveau à deux groupes de traits. Supposons en effet qu'un observateur reste, de sa personne, du même côté de l'objet pendant toutes les opérations. Désignons par d, d' et d'' les lectures à droite et par g, g' et g'' les lectures à gauche. Supposons qu'on prenne les précautions nécessaires pour que la température reste invariable pendant les opérations de manière que la bulle conserve ses dimensions et qu'on ait par suite :

$$g + d = g' + d' = g'' + d'' = C.$$

Considérons enfin, pour fixer les idées le cas où B′, A″ et A, et par suite l'origine P soient à gauche de l'observateur, et que

l'extrémité Q soit à sa droite. Nous avons successivement du côté gauche P les lectures B′, A″ et A, et du côté droit Q les lectures A′, B″ et B, et par suite :

$$\begin{array}{lll} A' = -d' - \epsilon, & B' = g' + \epsilon, & 2L' = g' - d' = 2g' - C, \\ A'' = -g'' - \epsilon, & B'' = d'' + \epsilon, & 2L'' = d'' - g'' = 2d'' - C, \\ A = -g - \epsilon, & B = d + \epsilon, & 2L = d - g = 2d - C, \end{array}$$

En introduisant ces valeurs dans la relation (5) il vient :

$$d = (g' + d'') : 2 \qquad (6)$$

On trouverait de même :

$$g = (d' + g'') : 2 \qquad (7)$$

La formule (5) exige le calcul de L, L′ et L″. Les formules (6) et (7) sont donc d'un emploi beaucoup plus facile.

Lorsque les génératrices du cylindre ont une forte inclinaison au début des opérations, et que, par suite, la bulle quitte la région graduée après le retournement, on doit faire plusieurs applications préalables de la formule (6) ou (7) en estimant tant bien que mal les lectures entrant dans cette formule.

Dès que la bulle reste dans le champ gradué, les opérations se terminent rapidement, si on les fait avec soin, par exemple en observant les bords de la bulle à la loupe.

16. — **Réglage du niveau à double graduation.**

Le réglage du niveau à double graduation est une opération qui a pour but de donner à la fiole, relativement à la directrice, une position telle que K soit nul, et que la formule (1) se réduise à

$$I = L.$$

Pour atteindre ce résultat, on place le niveau sur un objet cylindrique, on le fait basculer de manière à amener la nivelette transversale entre ses repères et on fait la lecture L′. On opère de même après avoir retourné le niveau bout pour bout sans déplacer l'objet cylindrique, et on fait ainsi une deuxième lecture L″.

Nous avons vu (nº 14) que l'inclinaison I des génératrices du cylindre vaut (L″ — L′) : 2.

Par conséquent, pour que le niveau soit réglé, il suffit de laisser la directrice en place mais d'agir délicatement sur la vis de réglage de manière à obtenir une lecture L égale à $(L'' - L') : 2$.

Cette opération nécessite quelques calculs pour trouver $L' = (A' + B') : 2$, $L'' = (A'' + B'') : 2$ et $L = (A + B) : 2$. On peut la simplifier en restant, de sa personne, du même côté de l'objet cylindrique, en désignant par d', d'' et d les lectures à droite, et par g', g'' et g les lectures à gauche, et en prenant les précautions nécessaires pour que la température reste invariable pendant les opérations, de manière que la bulle conserve ses dimensions et qu'on ait, par suite :

$$g' + d' = g'' + d'' = g + d = C.$$

Si nous supposons, pour fixer les idées, que B′, A″ et A, et par suite l'origine P de la direction à laquelle se rapporte I, soient à gauche nous avons :

$$B' = g' + \epsilon', \quad A' = -d' - \epsilon, \quad A'' = -g'' - \epsilon, \quad B'' = d'' + \epsilon,$$
$$A = -g - \epsilon, \quad B = d + \epsilon.$$

Nous déduisons de là et de la relation précédente :

$$\begin{aligned} 2L' &= A' + B' = g' - d' = 2g' - C = -2d' + C, \\ 2L'' &= A'' + B'' = -g'' + d'' = -2g'' + C = 2d'' - C, \\ 2L &= A + B = -g + d = -2g + C = 2d - C. \end{aligned}$$

En remplaçant L′, L″ et L par ces valeurs dans la relation

$$L = (L'' - L') : 2,$$

on obtient :

$$d = (d'' + d') : 2,$$

ou :

$$g = (g'' + g') : 2.$$

Il suffit donc de lire exclusivement à droite ou à gauche avant et après le retournement et d'agir ensuite délicatement sur la vis de réglage de manière à remplacer la seconde lecture par la moyenne arithmétique entre cette lecture et la première.

17. — **Remarques relatives au niveau à patin.**

Les opérations décrites dans les numéros précédents supposent que la bulle transversale soit toujours entre ses repères.

Lorsque cette condition ne peut être remplie, par suite de l'absence d'une nivelette transversale,on doit recourir au deuxième moyen renseigné au n° 11, et qui consiste à amener la bulle dans une position correspondant à une lecture maximum.

Dans l'un comme dans l'autre cas, le niveau doit pouvoir basculer autour de sa directrice ou d'une parallèle à cette droite.

Le niveau à patin est tout à fait défectueux sous ce rapport.

Pour en faire un niveau à directrice, on peut le faire reposer, d'une part, sur deux pointes fixées au patin aux deux extrémités d'une même arête longitudinale, et d'autre part, sur une vis butante à tête molletée commandant le mouvement de bascule, et prenant écrou dans le patin au milieu de l'arête longitudinale opposée.

Sans ce perfectionnement, le niveau à patin ordinaire dépourvu de nivelette transversale n'est pas un niveau à directrice, mais un niveau à pivot pouvant tourner autour de la normale à la face inférieure du patin.

Si l'on veut l'utiliser quand même comme niveau à directrice, on doit absolument s'astreindre à considérer comme des quantités négligeables les déplacements de la bulle produits par la rotation de l'instrument autour des arêtes longitudinales du patin, et renoncer par conséquent à s'en servir pour faire des observations précises.

CHAPITRE III

DU NIVEAU A PIVOT

18. — **Définition et description sommaire du niveau à pivot.**

Le niveau à pivot se compose essentiellement d'une fiole invariablement liée à un axe de rotation qui est destiné à être rendu vertical et auquel nous donnons le nom de *pivot.*

La graduation se compose de deux groupes de traits équidistants. Les lectures (A + B), (g — d) ou (d — g) sont indépendantes de la température. Nous désignons par 2L la première de ces trois lectures, et celle des deux dernières qui est identique à la première.

Une des extrémités de la fiole est maintenue au moyen d'un dispositif de réglage. Sous l'action de ce dispositif chaque point de la fiole décrit une petite trajectoire. Pour la rigueur des considérations qui vont suivre, nous prendrons un point initial sur l'une de ces trajectoires, choisie arbitrairement et nous désignerons par r la longueur qui sépare le point mobile du point initial. De cette manière, la position d'une fiole par rapport à son pivot dépendra exclusivement de la variable r.

19. — **Axes coordonnés.**

L'emploi de deux systèmes d'axes coordonnés rectangulaires et superposables, OXYZ et $Oxyz$, facilite l'exposé de la théorie du niveau à pivot.

Le premier système (voir n° 20) fait corps avec le niveau. L'axe OZ de ce système coïncide avec le pivot.

Lorsqu'on fait tourner le niveau autour de son pivot, le système OXYZ participe évidemment à ce mouvement de rotation.

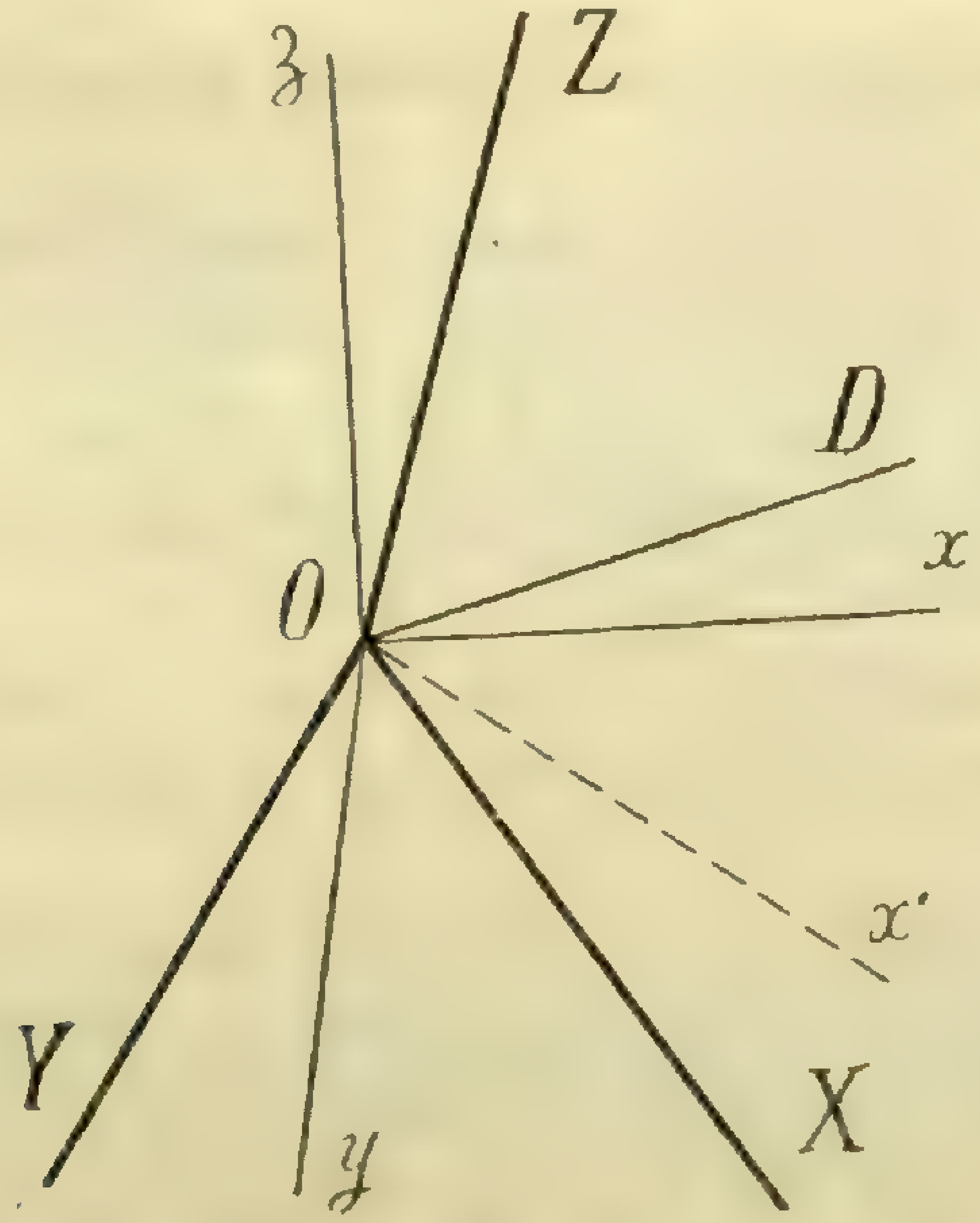
Le second système $Oxyz$ a même origine que le premier. L'axe Oz est la verticale du point O et coïncide donc avec le pivot OZ lorsque ce pivot a reçu sa position définitive. Mais il en diffère au début des opérations.

Les axes Oxy occupent une position arbitraire dans le plan horizontal mené par l'origine O.

20. — **Formules de transformation.**

Puisque les axes Oxy peuvent être choisis arbitrairement nous plaçons Ox dans le plan zOZ du même côté de Oz que OZ.

Nous désignons par i l'angle zOZ pris positivement.



Nous désignons par Ox' la position que vient occuper Ox lorsqu'on fait tourner zOx autour de Oy de manière à amener Oz en OZ.

Nous avons donc :

$$z = Z \cos i - x' \sin i,$$
$$x = Z \sin i + x' \cos i.$$

Nous désignons l'angle $x'OX$ par α, et nous avons donc :

$$x' = X \cos \alpha - Y \sin \alpha,$$
$$y = X \sin \alpha + Y \cos \alpha.$$

En éliminant x' entre ces relations nous trouvons les formules de transformation :

$$\begin{cases} x = X \cos \alpha \cos i - Y \sin \alpha \cos i + Z \sin i, \\ y = X \sin \alpha + Y \cos \alpha, \\ z = - X \cos \alpha \sin i + Y \sin \alpha \sin i + Z \cos i. \end{cases}$$

Ces formules nous permettent de calculer trois variables que nous rencontrerons dans la suite ; savoir : les angles de pente p_1 et p_2 des axes OX et OY dans le système $Oxyz$, et l'angle de pente p, dans le même système, d'une direction quelconque OD définie par ses coordonnées polaires β et γ dans le système OXYZ.

Nous savons en effet que les multiplicateurs de X, Y, Z dans les formules de transformation sont les cosinus directeurs des axes OX, OY et OZ.

Nous avons donc :

$$\sin p_1 = -\cos \alpha \sin i,$$
$$\sin p_2 = +\sin \alpha \sin i.$$

Quant à l'angle de pente p, il suffit pour le trouver d'appliquer la dernière formule de transformation à un point situé sur OD à une distance de l'origine égale à 1, c'est-à-dire à un point pour lequel on a $z = \sin p$, $X = \cos \beta \cos \gamma$, $Y = \sin \beta \cos \gamma$, $Z = \sin \gamma$. Nous avons donc :

$$\sin p = \sin \gamma \cos i - \cos \gamma \sin i \cos (\alpha + \beta).$$

Dans l'emploi du niveau, les angles p_1, p_2, p, i et γ sont voisins de zéro et les trois dernières formules peuvent être remplacées par les relations approximatives :

$$p_1 = -i \cos \alpha,$$
$$p_2 = i \sin \alpha,$$
$$p = \gamma - i \cos (\alpha + \beta).$$

21. — **Relations entre la lecture *L* et les variables dont elle dépend.**

Donnons-nous deux angles quelconques p_1 et p_2. Plaçons par la pensée, l'axe OX dans une position telle qu'il ait un angle de pente égal à p_1. Faisons de même tourner l'instrument autour de OX, de manière à amener OY à avoir l'angle de pente p_2.

L'instrument étant dans cette position, on ne peut plus faire varier la lecture L qu'en agissant sur le dispositif de réglage. La lecture L est donc une fonction des trois variables p_1, p_2 et r, et de ces trois variables seulement.

$$L = F(p_1, p_2, r).$$

Or dans l'emploi du niveau p_1, p_2, et r ont de très petites valeurs.

Par conséquent la relation ci-dessus peut être remplacée par la formule approximative :

$$L = F(0, 0, 0) + r\left(\frac{dF}{dr}\right)_0 + p_1\left(\frac{dF}{dp_1}\right)_0 + p_2\left(\frac{dF}{dp_2}\right)_0.$$

Quelles que soient les quantités figurant dans ce développement, on peut toujours en déterminer trois autres K, β et γ, définies par les relations :

$$\left(\frac{dF}{dp_1}\right)_0 = K \cos \beta,$$

$$\left(\frac{dF}{dp_2}\right)_0 = K \sin \beta,$$

$$F(0, 0, 0) + r\left(\frac{dF}{dr}\right)_0 = K\gamma,$$

$$L = Kp.$$

On peut évidemment remplacer p_1 et p_2 par leurs valeurs — $i \cos \alpha$ et $i \sin \alpha$ trouvées plus haut. Par conséquent la formule approximative ci-dessus peut toujours être mise sous la forme :

$$\frac{L}{K} = p = \gamma - \cos(\alpha + \beta).$$

22. — **Axe d'un niveau à pivot.**

La valeur de $\frac{L}{K}$ et que nous avons trouvée à la fin du numéro précédent est identique à celle que nous avons déterminée au n° 20 pour calculer l'angle de pente p de la droite OD sur l'horizon. Par conséquent, tout niveau à bulle à pivot peut être considéré comme donnant l'angle de pente $p = (L : K)$, d'une droite OD ayant pour coordonnées polaires, dans le système OXYZ invariablement lié à l'instrument, les angles β et γ définis par les formules du n° 21 ci-dessus.

Nous donnons à cette droite OD le nom d'axe du niveau.

La constante K vaut $\left\{\left(\frac{dF}{dp_1}\right)_0^2 + \left(\frac{dF}{dp_2}\right)_0^2\right\}^{\frac{1}{2}}$, et la quantité γ dépend exclusivement de r et en est une fonction linéaire.

23. — Signification de la constante K.

Considérons une ligne quelconque traversant les traits de la graduation de la fiole et divisée par ces traits en parties égales. Désignons par l les longueurs mesurées sur cette ligne à partir du point zéro jusqu'au point correspondant à une graduation égale à L. Supposons que l'unité de longueur prise pour mesurer l soit le mètre. Nous aurons entre l et L une relation de la forme :

$$L = m \cdot l,$$

et par suite, en remplaçant L par sa valeur Kp :

$$\frac{K}{m} \cdot p = l.$$

Considérons d'autre part un angle au centre ayant pour mesure p, le radian étant pris pour unité, et le rayon R d'une circonférence telle que l'arc de cette circonférence intercepté par les deux côtés de l'angle p ait une longueur l. Nous avons :

$$R \cdot p = l.$$

Nous déduisons de cette formule et de la précédente :

$$K = m \cdot R$$

La précision d'un niveau est évidemment d'autant plus grande que le déplacement l est plus grand, pour un même angle p.

Cette précision augmente donc avec R et par suite avec la valeur de la constante K.

Cette constante peut, par suite, être considéré comme un coefficient de précision du niveau.

24. — Réglage du niveau à pivot.

Régler un niveau à pivot est une opération qui consiste à rendre son axe perpendiculaire au pivot, afin que cet axe soit horizontal lorsque le pivot est vertical, c'est-à-dire qu'on ait $p = 0$ pour $i = 0$, ou, ce qui revient au même que γ soit égal à zéro.

La quantité γ est donc l'erreur qui affecte les indications du niveau. Cette erreur est constante aussi longtemps qu'on n'agit pas sur le dispositif de réglage. Elle varie dès qu'on fait varier r en agissant sur ce dispositif.

Pour évaluer γ, donnons au niveau une position quelconque et faisons la lecture correspondante L′.

Nous avons en vertu de la formule trouvée au n° 21 :

$$\frac{L'}{K} = \gamma - i \cos(\alpha + \beta).$$

Faisons tourner le niveau de ± 200 grades autour du pivot, et faisons la lecture L″ dans la nouvelle position de l'instrument. Puisque l'angle β a varié de ± 200 gr. nous avons :

$$\frac{L''}{K} = \gamma + i \cos(\alpha + \beta).$$

En additionnant ces deux relations membre à membre on obtient

$$\gamma = \frac{L' + L''}{2K}.$$

En ce moment le niveau indique $\frac{L''}{K}$. Il marque en trop une quantité égale à γ. Il suffit donc, pour le régler, de laisser le pivot dans sa position i, mais d'agir sur le dispositif de réglage de manière à obtenir pour lecture $\frac{L}{K}$ une valeur égale à $\frac{L''}{K}$ diminué de l'erreur γ. On doit donc avoir :

$$\frac{L}{K} = \frac{L''}{K} - \frac{L' + L''}{2K},$$

ou :

$$L = \frac{L'' - L'}{2}.$$

On démontrerait comme pour le niveau à directrice que ce résultat peut être atteint en effectuant la lecture à droite ou à gauche de la bulle, sans se déplacer par rapport à l'instrument et en agissant sur le dispostif de réglage de manière à avoir :

$$d = (d' + d'') : 2,$$

ou :

$$g = (g' + g'') : 2.$$

Lorsqu'on applique les prescriptions ci-dessus au réglage d'un niveau précis, on réussit rarement d'une manière tout à fait satisfaisante, si l'on ne prend pas certaines précautions.

Une première précaution consiste à faire les lectures avec un soin extrême en observant les bords de la bulle à la loupe.

Une autre précaution s'impose généralement. Voici quelques explications à ce sujet.

Nous avons trouvé au n° 20 la formule exacte :

$$\sin p = \sin \gamma \cos i - \cos \gamma \sin i \cos (\alpha + \beta)$$

et remplacé cette formule par la relation approximative :

$$p = \gamma - i \cos (\alpha + \beta).$$

Pour trouver cette relation nous avons développé p en série de Maclaurin par rapport à la variable i, et nous nous sommes arrêté au terme du premier degré en i. Si nous avions poussé le développement plus loin nous eussions trouvé

$$p = \gamma - i \cos (\alpha + \beta) - \frac{i^2}{2} \operatorname{tg} \gamma \sin^2 (\alpha + \beta).$$

L'existence d'un axe étant admise pour un niveau, la suppression du dernier terme de l'égalité ci-dessus équivaut à une erreur sensiblement égale à ce terme.

Or, cette erreur est nulle pour $\sin (\alpha + \beta) = 0$. Par conséquent pour la réduire sensiblement à zéro, on doit faire le réglage du niveau en prenant $(\alpha + \beta)$ égal à zéro ou à deux droits. On reconnait que le niveau occupe cette position, lorsque la lecture $p = \gamma - i \cos (\alpha + \beta)$ atteint sa valeur maximum ou minimum.

En résumé, pour effectuer l'opération du réglage de la manière la plus avantageuse, on prend la précaution de faire tourner le niveau autour du pivot jusqu'à ce que la lecture passe par un maximum ou un minimum, et de commencer seulement alors les lectures et le retournement prescrits.

Au lieu de rechercher la position du maximum ou du minimum comme nous venons de l'indiquer, on peut procéder plus sûrement en cherchant les deux positions du niveau pour lesquelles la bulle est entre ses repères et en le plaçant ensuite dans une position bissectrice des deux précédentes.

Désignons en effet par β'_0, β''_0 et β_0 les valeurs de l'angle β pour les trois positions en question.

Désignons de même par β_1 et β_2 les valeurs du même angle correspondant au maximum et au minimum de p.

Nous avons :

$$\sin(\alpha + \beta_1) = 0 = \sin(\alpha + \beta_2)$$

et, par suite :

$$\beta_1 = -\alpha,$$
$$\beta_2 = \pi - \alpha.$$

Nous avons, d'autre part :

$$0 = \gamma - i \cos(\alpha + \beta'_0),$$

et :

$$0 = \gamma - i \cos(\alpha + \beta''_0).$$

Par conséquent, en désignant par λ le plus petit angle positif dont le cosinus vaut $(\gamma : i)$, nous avons :

$$\beta'_0 = -\alpha + \lambda,$$
$$\beta''_0 = -\alpha - \lambda.$$

La valeur bissectante β_0 est la moyenne arithmétique de β'_0 et β''_0 ou cette moyenne arithmétique augmentée de π.

Nous avons donc

$$\beta_0 = -\alpha,$$

ou

$$\beta_0 = \pi - \alpha.$$

Nous voyons par là que la position bissectante β_0 coïncide bien avec la position maximum ou minimum β_1 ou β_2.

25. — Méthode rationnelle pour rendre vertical le pivot d'un niveau.

Le procédé le plus simple, le plus exact et le plus rationnel pour rendre vertical un pivot OZ consiste à l'armer de deux niveaux placés à angle droit et réglés indépendamment l'un de l'autre, de manière à obtenir deux axes OD et OD' perpendiculaires à OZ.

Pour rendre vertical un pivot ainsi armé, il suffit d'agir simultanément sur deux des vis calantes qui le supportent, et d'amener ainsi les deux bulles entre leurs repères.

Puisque les axes OD et OD′ sont rendus ainsi horizontaux, et que le pivot OZ est perpendiculaire à ces axes, ce pivot est nécessairement vertical.

26. — **Procédé usité.**

Les constructeurs d'instruments s'imaginent, sur la foi des auteurs, qu'il suffit d'armer un pivot d'un seul niveau réglé, et d'amener la bulle entre ses repères en donnant successivement deux positions perpendiculaires à la fiole.

L'expérience prouve que ce procédé réussit rarement.

Le fait n'est pas étonnant, car en rendant horizontal l'axe du niveau dans une première position, et en répétant l'opération pour une deuxième position, on détruit en totalité ou en partie, dans la deuxième opération, le résultat obtenu par la première. Il y a néanmoins moyen d'opérer méthodiquement et de corriger ce que le procédé usité a de défectueux.

Désignons, en effet, par A, B et C les trois vis calantes qui supportent un pivot OZ armé d'un seul niveau *préalablement réglé.*

Plaçons le niveau dans une position perpendiculaire à la direction déterminée par les vis A et B, et amenons la bulle entre ses repères en agissant sur la vis C.

Avant de donner la deuxième position au niveau, agissons sur la vis A de manière à faire dévier la bulle d'une division et notons au moyen d'un artifice quelconque, par exemple en faisant un trait sur la tête de la vis, le déplacement α donné à la vis.

Agissons ensuite sur la vis B de manière à ramener la bulle entre ses repères, et notons de même le déplacement β de B. Nous savons ainsi qu'en donnant aux vis A et B des déplacements simultanés proportionnels à α et β l'axe correspondant à la première position reste horizontal. Cela étant, faisons tourner le niveau de $\pm$ 100 grades autour du pivot, et donnons aux vis A et B des déplacements simultanés proportionnels à α et β de manière à amener la bulle entre ses repères.

Puisque l'axe correspondant à la deuxième position est rendu

ainsi horizontal, et que le premier a conservé sa direction le pivot est nécessairement vertical.

Il est à peine besoin d'ajouter que l'évaluation des déplacements α et β et la manœuvre des vis A et B exige une certaine habileté qu'on n'acquiert que par la pratique.

Il vaut toujours mieux faire ajouter un second niveau aux pivots qui n'en ont qu'un, et opérer comme il est dit au numéro précédent.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE PREMIER

PRÉLIMINAIRE

	PAGES
Historique	1
Difficultés relatives à l'emploi du niveau	3
Améliorations nouvelles	3
Classification des niveaux longitudinaux	4
Graduation du niveau	5
Dispositif de réglage	5
Principaux perfectionnements matériels	6

CHAPITRE II

DU NIVEAU A DIRECTRICE

Origine, extrémité et inclinaison de la directrice	8
Variables dont dépendent les indications d'un niveau à directrice	8
Influence de la température	8
Inclinaison transversale. Nivelette transversale	9
Formules	10
Premier problème pratique résolu à l'aide du niveau à directrice	11
Deuxième problème pratique	11
Troisième problème pratique	13
Réglage du niveau à double graduation	14
Remarques relatives au niveau à patin	16

CHAPITRE III

DU NIVEAU A PIVOT

Définition et description sommaire du niveau à pivot	17
Axes coordonnés	17
Formules de transformation	18
Relations entre la lecture *L* et les variables dont elle dépend	19
Axe d'un niveau à pivot	20
Signification de la constante K	21
Réglage du niveau à pivot	21
Méthode rationnelle pour rendre vertical le pivot d'un niveau	24
Procédé usité	25

COUP D'ŒIL RÉTROSPECTIF (*)

SUR

LES DIPTÈRES DU SUCCIN DE LA BALTIQUE

PAR

F. MEUNIER (**)
Conservateur du Muséum d'histoire naturelle
de la Société Royale de Zoologie d'Anvers.

Orthorapha.

Nemocera.

TIPULIDAE [1]

Brevipalpi.

Genre *Dicranomyia*, O. Sacken.
Dicranomyia lobata, Meun.
Genre *Ramphidia*, Meig.
Ramphidia pulchra, Loew (Meun.).
Genre *Elephantomyia*, O. Sacken.
Elephantomyia pulchella, Loew (Meun.).
» longirostris, Loew (Meun.).
» brevipalpa, Loew (O. Sacken).
Genre *Antocha*, O. Sacken.
Antocha succinea, Meun.
Genre *Erioptera*, Meig.
Erioptera perspicillata, Meun.
» (Hoplolabis) circumcincta, Meun.

(*) Voir ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE, t. XXXVIe année 1911-1912. Premier fascicule. Première Partie p. 87.

(**) La liste des diptères fossiles de H. Loew, uniquement mentionnés par un nom latin, a été donnée en 1899 dans MISCELLANEA ENTOMOLOGICA.

Genre *Trimicra*, O. Sacken.
Trimicra minuta, Meun.
Genre *Gnophomyia*, O. Sacken.
Gnophomyia procera. Meun.
» magna, Meun.
Genre *Gonomyia*, O. Sacken.
Gonomyia elegantula, Meun.
» pulcherrima, Meun.
» pulchella, Meun.
» graciosa, Meun.
» borussica, Meun.
» pulchra, Meun.
Genre *Empeda*, O. Sacken.
Empeda prolifica, Meun.
» elongata, Meun.
Genre *Limnophila*, Macquart.
Sous-genre Prionolabis, O. Sacken.
Prionolabis producta, Meun.
» exigua, Meun.
Sous-genre Lasiomastix, O. Sacken.
Lasiomastix longicornis, O. Sack. (Meun.).
Sous-genre Dactylolabis, O. Sacken.
Dactylolabis brevipetiolata, Meun.
» continuata, Meun.
» pulchripennis, Meun.
» concinna.
Sous-genre Limnophila, Mq.
Limnophila vulcana, Meun.
» elongata, Meun.
» gracilis, Loew, O. Sacken, (Meun.).
» robusta, Meun.
» speciosa, Meun.
» fastuosa, Meun.
» (Dactylolabis) elegantissima. Le Naturaliste 1906.
Genre *Polymera*, Macquart.
Polymera magnifica, Meun.
Genre *Trichoneura*, Loew.
Trichoneura vulgaris, Loew (Meun).
» decipiens, Meun.

Genre *Eriocera*, Macquart.
Eriocera palpata, O. Sacken (Meun.).
Eriocera succini, Loew, O. Sacken, (Meun.).
Genre *Ula,* Haliday.
Ula hirtipennis, Loew, O. Sacken, (Meun.).
Genre *Idioplasta,* O. Sacken.
Idioplasta spectrum, Loew, (O. Sacken).
Longipalpi.
Genre *Tipula*, Linné.
Tipula graciosa, Meun.
» media, Meun.
» major, Meun.
» longipalpis, Meun.
» grandissima, Meun.
Genre *Brachypremna,* O. Sacken.
Brachypremna eocenica, Meun.
Genre *Dixa*, Meigen.
Dixa minuta, Meun.
» succinea, Meun.

CECIDOMYIDAE [2]

Genre *Bryocrypta*, Kieffer.
Bryocrypta girafa, Meun.
» capitosa, Meun.
» vetusta, Meun.
» elegantula, Meun.
» fagioïdes, Meun.
Genre *Palaeocolpodia,* Meun.
Palaeocolpodia eocenica, Meun.
Genre *Colpodia*, Winnertz.
Colpodia xylophaga, Meun.
» curvinervis, Meun.
» brevicornis, Meun.
Genre *Epidosis*, H. Loew.
Sous-genre Dicroneurus, Kieff.
Dicroneurus magnificus, Meun.
» elegantulus, Meun.
Sous-genre Epidosis, H. Loew.

Epidosis gibbosa, Meun.
» minuta, Meun.
» noduliformis, Meun.
» titana, Meun.

Genre *Camptomyia*, Kieff.
Camptomyia sinuosa, Meun.

Genre *Winnertzia*, Rond. (Kieffer).
Winnertzia radiata, Meun.
» cylindrica, Meun.
» affinis, Meun.
» separata, Meun.

Genre *Monardia*, Kieffer.
Monardia submonilifera, Meun.

Genre *Campylomyza*, Meigen.
Campylomyza crassitarsis, Meun.

Genre *Joannisia*, Kieffer.
Joannisia monilifera, (Loew), Meun.

Genre *Lestremia*, Macquart.
Lestremia pinites, Meun.

Genre *Frirenia*, Kieffer.
Frirenia eocenica, Meun.

Genre *Heteropeza*, Winn.
Heteropeza pulchella, Meun.

Genre *Ledomyiella*, Meun.
Ledomyiella succini, Meun.
» rotundata, Meun.
» eocenica, Meun.
» pygmaea, Meun.
» crassipes, Meun.

Genre *Palaeospaniocera*, Meun.

Genre *Meunieria*, Kieffer, (Miastor du succin).

Sciaridae [2]

Genre *Palaeoheterotricha*, Meun.
Palaeoheterotricha grandis, Meun.

Genre *Heterotricha*, H. Loew.
Heterotricha hirta, Loew, (Meun.).

Genre *Sciara*, Meigen.

Sciara splendida, Meun.
» errans, Meun.
» botuli, Meun.
» Sendelina, Meun.
» difficilis, Meun.
» verticillata, Meun.
» variabilis, Meun.
» eocenica, Meun.
» diabolica, Meun.
» orientalis, Meun.
» rara, Meun.
» bella, Meun.
» ignorata, Meun.
» preciosa, Meun.
» Klebsii, Meun.
» prolifica, Meun.
» Rübsaamenia, Meun.
» tertiaria, Meun.
» robusta, Meun.
» morosa, Meun.
» palmnickii, Meun.
» minuscula, Meun.
» villosoïdes, Meun.
» villosa, Meun.

Genre *Bradysia,* Winnerts.

Bradysia curiosa, Meun.
» electra, Meun.
» morosoïdes, Meun.
» infernalis, Meun.
» agilis, Meun.
» umbrosa, Meun.
» Conwentzii, Meun.

Genre *Corynoptera*, Winnert.

Corynoptera dubia, Meun.

Genre *Willistoniella*, Meun.

Willistoniella magnifica, Meun.

Genre *Heeriella*, Meun.

Heeriella bifurcata, Meun.

Genre *Cerato*, Meun.
Cerato longipalpis, Meun.
Genre *Palaeognoriste*, Meun.
Palaeognoriste sciariforme, Meun.
Genre *Sciarella*, Meun.
Sciarella mycetophiliformis, Meun.
Genre *Rübsaamenia*, Meunier.
Rübsaamenia semibrachyptera, Meun.

MYCETOPHILIDAE (2)

Genre *Mycetobia*, Meig.
Mycetobia callida, Meun.
Genre *Macrocera*, Meig.
Macrocera longicornis, Meun.
» abundare, Meun.
» ciliata, Meun.
» filiformis, Meun.
» elegantissima, Meun.
Genre *Platyura*, Meig.
Platyura Ehrhardti, Loew (Meun.).
» Kunowi, Meun.
» Verrali, Meun.
» graciosa, Meun.
» moniliformis, Meun.
» Ectorsii, Meun.
» Mikii, Meun.
» distincta, Meun.
» ceroplatoïdes, Meun.
» ceroplatites, Meun.
» conjuncta, Loew (Meun.).
Genre *Asindulum*, Bosc.
Asindulum longipalpis, Meun.
» Girschneri, Meun.
» curvipalpis, Meun.
» elegantulus, Meun.
Genre *Sciophila*, Winnertz.
Sciophila Helmi, Meun.

Sciophila subquadrata, Meun.
» crassicornis, Meun.

Genre *Empheria*, Winnertz.

Empheria minor, Meun.
» major, Meun.

Genre *Polylepta*, Winnertz.

Polylepta filipes, Meun.

Genre *Palaeoempalia*, Meun.

Palaeoempalta crassipes, Meun.
» Brongniarti, Meun.
» cylindrica, Meun.
» succini, Meun.
» mutabilis, Meun.
» Broeckii, Meun.

Genre *Empalia*, Winn.

Empalia subtriangularis, Meun.

Genre *Loewiella*, Meun.

Loewiella indistincta, Meun.
» incompleta, Meun.
» tenebrosa, Meun.
» ciliata, Meun.
» mucronata, Meun.
» asinduloïdes, Meun.
» empalioïdes, Meun.

Genre *Lasiosoma*, Winnertz.

Lasiosoma curvipetiolata, Meun.

Genre *Tetragoneura*, Winnertz.

Tetragoneura elongatissima, Meun.
» elongata, Meun.
» rectangulata, Meun.
» glabra, Meun.
» borussica, Meun.
» gracilis, Meun.
» minuta, Meun.

Genre *Syntemna*, Winnertz.

Syntemna elongata, Meun.
» pinites, Meun.
» compressa, Meun.

Syntemna subcylindrica, Meun.
» subquadrata, Meun.
» sciophiliformis, Meun.
Genre *Palaeoanaclinia*, Meun.
Palaeoanaclinia curvipetiolata, Meun.
» distincta, Meun.
» affinis, Meun.
Genre *Proanaclinia*, Meun.
Proanaclinia Giebeli, Meun.
» gibbosa, Meun.
Genre *Anaclileia*, Meun.
Anaclileia anacliniformis, Meun.
» sylvatica, Meun.
» Gazagnairei, Meun.
» dissimilis, Meun.
Genre *Palaeophthinia*, Meun.
Palaeophthinia aberrans, Meun.
Genre *Archaeboletina*, Meun.
Archaeboletina tipuliformis, Meun.
Genre *Palaeoboletina*, Meun.
Palaeoboletina grandis, Meun.
» elongatissima, Meun.
Genre *Proboletina*, Meun.
Proboletina syntemniformis, Meun.
Genre *Boletina*, Winnertz.
Boletina anacliniformis, Meun.
» oustaleti, Meun.
» pilosa, Meun.
» fimbriata, Meun.
» hirta, Meun.
» hirtella, Meun.
» subhirta, Meun.
» conspicua, Meun.
» serrata, Meun.
Genre *Dianepsia*, Loew (Meun.).
Dianepsia hissa, Loew (Meun.).
Genre *Proneoglaphyroptera*, Meun.
Proneoglaphyroptera eocenica, Meun.

Genre *Neoglaphyroptera*, O. Sacken.
Neoglaphyroptera longipetiolata, Meun.
» crassipalpis, Meun.
» longipalpis, Meun.
Palaeodocosia brachypezoïdes, Meun.
Genre *Docosia*, Winnertz.
Docosia petiolata, Meun.
» varia, Meun.
» subtilis, Meun.
Genre *Allodia*, Winnertz.
Allodia fungicola, Meun.
» succinea, Meun.
» separata, Meun.
» brevicornis, Meun.
Genre *Brachycampta*, Winnertz.
Brachycampta exstincta, Meun.
» antiqua, Meun.
» procera, Meun.
» tomentosa, Meun.
Genre *Palaeotrichonta*, Meun.
Palaeotrichonta brachycamptites, Meun.
Genre *Trichonta*, Winnertz.
Trichonta brachycamptoïdes, Meun.
» crassipes, Meun.
Genre *Phronia*, Winnertz.
Phronia ciliata, Meun.
Genre *Palaeoepicypta*, Meun.
Palaeoepicypta longicalcar, Meun.
Genre Mycothera, Winnertz.
Mycothera cordyliformis, Meun.
» agilis, Meun.
Genre *Dynatosoma*, Winnertz,
Dynatosoma crassicornis, Meun.
Genre *Ceroplatus*,
Ceroplatus major, Meun.
Genre *Azana*, Winnertz.
Azana rarissima, Meun.

Genre *Acnemia*, Winnertz.
Acnemia Bolsiusi, Meun. (*)

CHIRONOMIDAE (²)

Genre *Chironomus*, V. d. Wulp.
Chironomus vagabundus, Meun.
» tenebrosus, Meun.
» elegantulus, Meun.
» umbraticus, Meun.
» meticulosus, Meun.
» umbrosus, Meun.
» inglorius, Meun.
» uliginosus, Meun.
» tenebricosus, Meun.
» abietarius, Meun.
» paludosus, Meun.
» caliginosus, Meun.
» lacunus, Meun.
» lacus, Meun.

Genre *Cricotopus*, V. d. Wulp.
Cricotopus crassicornis, Meun.
» antiquus, Meun.
» amniculus, Meun.
» alluvionis, Meun.
» pygmaeus, Meun.
» delicatus, Meun.
» robustus, Meun.
» permutabilis, Meun.
» variabilis, Meun.
» pulchellus, Meun.
» ambiguus, Meun.
» dilapsus, Meun.
» abiegnus, Meun.
» paganus, Meun.
» insolitus, Meun.

(*) Voir aussi : Palaeognoriste affinis, Meun. BULL. DE LA SOC. ENT. de FRANCE, n° 3, Paris 1912.

Cricotopus saltuosus, Meun.
» coniferus. Meun.
» exstinctus, Meun.
» nemorivagus, Meun.
» minutissimus, Meun.
» minutus, Meun.

Genre *Tanytarsus*, v. d. Wulp.
Tanytarsus insularis, Meun.
» Wulpii, Meun.

Genre *Eurycnemus*, V. d. Wulp.
Eurycnemus vulgaris, Meun.
» stagnum, Meun.
» tenellus, Meun.
» appendiculatus, Meun.
» hyalinus, Meun.
» pilosellus, Meun.

Genre *Camptocladius*, V. d. Wulp.
Camptocladius flexuosus, Meun.
» sinuosus, Meun.

Genre *Tanypus*, Meigen.
Tanypus fusiformis, Meun.
» porrectus, Meun.
» compactus, Meun.
» subrotundatus, Meun.
» eridanus, Meun.
» longicornis, Meun.
» parvus, Meun.
» filiformis, Meun.

Genre *Ceratopogon*, Meigen.
Ceratopogon turbinatus, Meun.
» unculus, Meun.
» piriformis, Meun.
» prominulus, Meun.
» eminens, Meun.
» defectus, Meun.
» speciosus, Meun.
» flagellus, Meun.
» elongatus, Meun.
» cothurnatus, Meun.

Ceratopogon cothurnatulus, Meun.
» spiniger, Loew (Meun.).
» lacus, Meun.
» falcatus, Meun.
» sinuosus, Meun.
» clunipes, Loew (Meun.).
» spinosus, Meun.
» forcipiformis, Meun.
» obtusus, Meun.
» gracilitarsis, Meun.

PSYCHODIDAE (3)

Genre *Pericoma*, Walker.
Pericoma formosa, Meun.
» speciosa, Meun.
Genre *Psychoda*, Latreille.
Psychoda oxyptera, Loew (Meun.).
» eocenica, Meun.
Genre *Trichomyia*, Curtis.
Trichomyia pulchra, Meun.
» formosula, Meun.
» concinna, Meun.
» decora, Meun.
» tenera, Meun.
» procera, Meun.
» nova, Meun.
» distincta, Meun.
Genre *Diplonema*, Loew.
Diplonema longicornis, Loew (Meun.).
» crassicornis, Meun.
Genre *Sycorax*, Curtis.
Sycorax tumultuosa, Meun.
» prompta, Meun.
Genre *Eatonisca*, Meun.
Eatonisca tertiaria, Meun.
Genre *Phlebotomus*, Rondani.
Phlebotomus (Phlebotomiella) tipuliformis, Meun.

Bibionidae [4]

Genre *Scatopse*, Geoffroy.
Scatopse grassaris, Meun.
» subsimilis, Meun.
» fasciola, Meun.
» crassicornis, Meun.
Genre *Plecia*, Hoffmg.
Plecia borussica, Meun.

Simulidae [4]

Genre *Simulia*, Latreille.
Simulia pulchella, Meun.
» affinis, Meun.
» importuna, Meun.

Rhyphidae [4]

Genre *Rhyphus*, Latreille.
Rhyphus Thirionus, Meun.
» splendidus, Meun.

Culicidae [5]

Genre *Mochlonyx*,
Mochlonyx velutinus, Meun.
Genre *Corethra*, Meigen [6].
Corethra ciliata, Meun.

Brachycera

Tabanidae [7]

Genre *Silvius*,
Silvius laticornis, Loew (Meun.).

Xylophagidae [7]

Genre *Lophyrophorus*, Meun.
Lophyrophorus flabellatus, Meun.

Genre *Bolbomyia*, Loew ([8]).
Bolbomyia Loewi, Meun.
Genre *Xylophagus*, ([8])
Xylophagus eridanus, Meun.
» Mengeanus, Loew (Meun.).

Arthropidae ([9])

Genre *Arthropeas*,
Arthropeas nana, Loew (Meun.).
Genre *Arthropiella*, Meun.
Arthropiella eocenica, Meun.

Therevidae ([9])

Genre *Thereva*, Meigen.
Thereva magnicornis, Meun.
Genre *Psilocephala*,
Psilocephala agilis, Meun.

Leptidae ([10])

Genre *Leptis*, Meigen.
Leptis expassa, Meun.
» exporrecta, Meun.
» exsanguis, Meun.
» exposita, Meun.
» fascinatoris, Meun.
» fera, Meun.
» ignava, Meun.
Genre *Atherix*, Meigen.
Atherix evecta, Meun.
» examinata, Meun.
» exigua, Meun.
Genre *Palaeohilarimorpha*, Meun. (*)
Palaeohilarimorpha bifurcata, Meun.

(*) Ann. des Sc. nat. Paris, 8e série, t. XVI.

Phoridae (10)

Genre *Conicera*, Meigen.
  Conicera eocenica, Meun.
Genre *Aphiochaeta*, Brues.
  Aphiochaeta inflata, Meun.
    » sepulta, Meun.
    » exporrecta, Meun.
    » lauta, Meun.
    » insolita, Meun.
Genre *Phora*, Meigen.
  Phora territa, Meun.
    » inclusa, Meun.
    » alaceris, Meun.
    » vetusta, Meun.
    » petulans, Meun.
    » concitata, Meun.
    » concinna, Meun.
    » impedita, Meun.
    » abducta, Meun.
    » ablata, Meun.
    » eridana, Meun.
    » trepida, Meun.
    » vincta, Meun.
    » corrupta, Meun.

Empidae (ou Empididae) (11)

Genre *Drapetis*, Meigen.
  Drapetis brevis, Meun.
    » decolorata, Meun.
    » decoratum, Meun.
    » vitiosum, Meun.
    » mortuum, Meun.
Genre *Drapetiella*, Meun.
  Drapetiella definitum, Meun.
Genre *Phoneutisca*,

Phoneutisca eocenica, Meun.
» suspiciosa, Meun.
Genre *Tachydromia*, Meig.
Tachydromia egelata, Meun.
» voracis, Meun.
Genre *Elaphropeza*, Macquart.
Elaphropeza diabolica, Meun.
Genre *Platypalpus*, Macquart.
Platypalpus concitatus, Meun.
» predatoris, Meun.
» interfectoris, Meun.
» eversoris, Meun.
Genre *Hemerodromia*, Meig.
Hemerodromia detestata, Meun.
Genre *Phyllodromia*, Zetterstedt.
Phyllodromia dolosa, Meun.
» rustica, Meun.
» delicata, Meun.
Genre *Lepidomyia*, Bigot.
Lepidomyia vaga, Meun.
Genre *Parathalassiella*, Meun.
Parathalassiella problematica, Meun.
Genre *Palaeoparamesia*, Meun.
Palaeoparamesia Proosti, Meun.
Genre *Trichopeza*, Rondani.
Trichopeza longicornis, Meun.
Genre *Hybos*, Meigen.
Hybos tenuis, Meun.
» exilis, Meun.
Genre *Oedalea*, Meigen.
Oedalea robusta, Meun.
Genre *Leptopeza*, Macquart.
Leptopeza concinna, Meun.
Genre *Palaeoleptopeza*, Meun.
Palaeoleptopeza gracilis, Meun.
Genre *Meghyperiella*, Meun.
Meghyperiella porphyropsoides, Meun.
Genre *Euthyneuriella*, Meun.
Euthyneuriella longirostris, Meun.

Genre *Brachystoma,* Schiner.
Brachystoma gracilis, Meun.
Genre *Rhamphomyia*, Meig.
Rhamphomyia ablata, Meun.
» involuta, Meun.
» ungulina, Loew (Meun.).
» crinitarsis, Loew (Meun.).
» errabunda, Meun.
» porrecta, Meun.
» oedaloides, Meun.
» obtusa, Meun.
» insolita, Meun.
» angusta, Meun.
» media, Meun.
Genre *Hilara*, Meigen.
Hilara litigiosa, Meun.
» tarda, Meun.
» macilenta, Meun.
Genre *Empis*, Linné.
Empis exilis, Meun.
» inscita, Meun.
» malefica, Meun.
» personata, Meun.
» mala, Meun.
» mordax, Meun.
» tristis, Meun.
» pulvillata, Loew (Meun.).
» morosa, Meun.
Genre *Ragas*, Walker.
Ragas generosa, Meun.
Genre *Microphorus*, Macquart.
Microphorus putidus, Meun.
Genre *Holoclera*, Schiner.
Holoclera eocenica, Meun.
Genre *Palaeoedalea*, Meunier ([12]).
Palaeoedalea samlandica, Meun. ([12]).

Stratiomyidae [13]

Genre *Hermetiella*, Meun.
Hermetiella bifurcata, Meun.
Genre *Cacosis*, Loew. [14].
Cacosis sexannulata, Meun.

Asilidae [15]

Genre *Asilus*, Linné (Lophonotus).
Asilus Klebsii, Meun.

Cyrtidae [15]

Genre *Eulonchiella*, Meun.
Eulonchiella eocenica (*), **nov. sp.**

Bombylidae [16]

Genre *Corsomyza*, Loew.
Corsomyza crassirostris, Loew (Meun.).

Dolichopodidae [17]

Genre *Xiphandrium*, Loew.
Xiphandrium splendidum, Meun.
Genre *Porphyrops*, Meigen.
Porphyrops succinorum, Meun.
» inclytus, Meun.
» argutus, Meun.
Genre *Systenus*, Loew.
Systenus ciliatus, Meun.
Genre *Achalcus*, Loew.
Achalcus latipennis, Meun.
Genre *Medeterus*, Fischer de Waldheim.

(*) Bull. de la Soc. Ent. de France, n° 9, pp. 177-179 et 2 fig. Paris 1910.

Medeterus elegantulus, Meun.
» flammeus, Meun.
» lascivus, Meun.
» mustela, Meun.
» vanus, Meun.

Genre *Thrypticus*, Loew.
Thrypticus sobrius. Meun.
» molestus, Meun.
» gestuosus, Meun.
» gulosus, Meun.

Genre *Lyroneurus*, Loew.
Lyroneurus venustus, Meun.

Genre *Prochrysotus*, Meun.
Prochrysotus magnus, Meun.

Genre *Chrysotus*, Meigen.
Chrysotus decorus, Meun.
» lepidus, Meun.
» concinnus, Meun.

Genre *Palaeochrysotus*, Meun.
Palaeochrysotus horridus, Meun.
» hirsutus, Meun.
» ignavus, Meun.
» lentus, Meun.
» languidus, Meun.
» fessus, Meun.
» lassatus, Meun.

Genrs *Gheynius*, Meun.
Gheynius bifurcatus, Meun.

Genre *Diaphorus*, Meigen.
Diaphorus tertiarius, Meun.

Genre *Nematoproctus*, Loew.
Nematoproctus originarius, Meun.
» pacatus, Meun.
» parcus, Meun.
» parvus, Meun.
» parvulus, Meun.

Genre *Psilopus*, Meigen.
Psilopus pellucidus, Meun.
» perastutulus, Meun.

Psilopus peratticus, Meun.
Genre Neurigona, Rondani.
Neurigona corcula, Meun.
Genre *Argyra*, Macquart.
Argyra debellata, Meun.
» debilis, Meun.
» deceptoria, Meun.
» mutabilis, Meun.
Genre *Hygroceleuthus*, Loew.
Hygroceleuthus titana, Meun.
» minuta, Meun,
Genre *Poecilobothrus*, Mik.
Poecilobothrus ciliatus, Meun.
Genre *Gymnopternus*, Loew.
Gymnopternus devinctus, Meun.
» interceptus, Meun.
» intremulus, Meun.
» inumbratus, Meun.
Genre *Dolichopus*, Latreille.
Dolichopus monotonus, Meun.
» morbosus, Meun.
» negotiosus, Meun.
» notabilis, Meun.
» noxialis, Meun.
» vulgaris, Meun.
Genre *Campsicnemus*, Loew.
Campsicnemus gracilis, Meun.
Genre *Thinophilus*, Loew.
Thinophilus piratus, Meun.
Genre *Wheelerenomyia*, Meun.
Wheelerenomyia eocenia, Meun.
Genre *Anepsius*, Loew.
Anepsius planipedius, Meun.

Cyclorrapha (18)

SYRPHIDAE

Genre *Palaeoascia*, Meun.
Palaeoascia uniappendiculata, Meun.

Genre *Palaeosphegina*, Meun.
Palaeosphegina elegantula, Meun.
Genre *Spheginascia* Meun.
Spheginascia biappendiculata, Meun.
Genre *Xylota*, Meigen.
Xylota pulchra, Meun.
Genre *Syrphus*, Fabricius.
Syrphus curvipetiolatus, Meun. ([19])
Genre *Palaeopipiza*, Meun. ([19])
Palaeopipiza xenos, Meun.

CONOPIDAE

Genre *Palaeomyopa*, Meun.
Palaeomyopa tertiaria, (*) **nov. sp**

PIPUNCULIDAE ([20])

Genre *Verralia*, Mik.
Verralia (Pipunculus) exstincta, Meun.
» succinia, Loew. (Meun.)

ACALYPTERAE

Agromyzinae ([21])

Genre *Agromyza*, Fallen.
Agromyza minuta, Meun.
» aberrans, Meun.
Genre *Napomyza*, (Phytomyza), Haliday.
Napomyza robusta, Meun.

HELOMYZINAE ([22])

Genre *Helomyza*, Fallen..
Helomyza major, Meun.
» media, Meun.
» minuta, Meun.

(*) BULL. DE LA SOC. ENTOMOLOGIQUE DE FRANCE, n° du 26 avril, Paris 1899.

Genre *Leria*, D. Desvoidy.
Leria alacris, Meun.
» sapromyzoïdes, Meun.
Genre *Heteromyza*, Fallen.
Heteromyza dubia, Meun.
Genre *Palaeoheteromyza*, Meun.
Palaeoheteromyza crassicornis, Meun.

AJOUTES

Diopsinae

Sphyracephala breviata, Meun. (*)

Empidae

Rhamphomyia corrupta, Meun.

(*) Ann. des Sc. nat. 8e série, Paris, t. XVI.

INDEX

des genres de Diptères de l'ambre de la Baltique

A.

Acalypterae. 21
Achalcus. 18
Acnemia. 10
Agromyza. 21
Agromyzinae. 21
Allodia. 9
Anaclileia. 8
Anepsius. 21
Antocha. 1
Aphiochaeta. 15
Archaeboletina. 8
Argyra. 20
Arthropeas. 14
Arthropidae. 14
Arthropiella. 14
Asilidae. 18
Asilus. 18
Asindulum. 6
Atherix. 14
Azana. 10

B

Bibionidae. 13
Bolbomyia. 14
Boletina. 8
Bombylidae. 18
Brachycampta. 9
Brachycera. 13
Brachypremna. 13
Brachystoma. 17
Bradysia. 5
Brevipalpi. 1
Bryocrypta. 3

C

Cacosis. 18
Campsicnemus. 20
Camptocladius. 11
Camptomyia. 4
Campylomyza. 4
Cecidomyidae. 3
Cerato. 6
Ceratogon. 11
Ceroplatus. 9
Chironomidae. 10
Chironomus. 10
Chrysotus. 19
Colpodia. 3
Conicera. 15
Corethra. 13
Corsomyza. 18
Corynoptera 5
Cricotopus. 10
Culicidae. 13
Cyclorapha. 20
Cyrtidae. 18

D

Dactylolabis. 2
Dianepsia. 8
Diaphorus. 19
Dicranomyia. 1
Dicroneurus. 3
Diplonema. 12
Dixa. 3
Docosia. 9
Dolichopodidae. 18
Dolichopus. 20
Drapetiella. 15
Drapetis. 15
Dynatosoma. 9

E

Eatonisca. 12
Elaphropeza. 16
Elephantomyia. 1
Empalia. 7
Empeda. 2
Empidae. 15
Empis. 17
Empheria. 7
Epidosis. 3
Eriocera 3
Erioptera. 1
Eulonchiella. 18
Eurycnemus. 11
Euthyneuriella. 16

F

Frirenia. 4

G

Gheynius. 19
Gnophomyia. 2
Gonomyia. 2
Gymnopternus. 20

H

Heeriella. 5
Helomyza. 21
Helomyzinae.
Hemerodromia. 16
Hermetiella. 18
Heteromyza. 21
Heteropeza 4
Hilara. 17
Holoclera. 17
Hoplolabis (Erioptera). 1
Hybos. 16
Hygroceleuthus. 20

I

Idioplasta. 3

J

Joannisia. 4

L

Lasiomastix. 2
Lasiosoma. 7
Ledomyiella. 4
Lepidomyia. 16
Leptidae. 14
Leptis. 14

Leptomyza. 16
Leria. 21
Lestremia. 4
Limnophila. 2
Loewiella. 6
Longipalpi. 3
Lophionotus (Asilus).
Lophyrophorus. 13
Lyroneurus. 19

M

Macrocera. 6
Medeterus. 18
Meghyperiella. 16
Meunieria. 4
Microphorus. 17
Mochlonyx. 13
Monardia. 4
Mycetobia. 6
Mycetophilidae. 6
Mycothera. 9

N

Napomyza. 21
Nematoproctus. 19
Nemocera. 1
Neoglaphyroptera. 9
Neurigona. 20

O

Oedalea. 16
Orthorapha. 1

P

Palaeoanaclinia. 8
Palaeoascia. 20
Palaeoboletina. 8
Palaeochrysotus. 19
Palaeocolpodia. 3
Palaeoedalea. 17
Palaeodocosia. 9
Palaeoempalia. 7
Palaeoepicypta. 9
Palaeognoriste. 6, 21
Palaeoheteromyza. 21
Palaeoheterotricha. 4
Palaeohilarimorpha. 14
Palaeoleptopeza. 16
Palaeomyopa. 21
Palaeoparamoesia. 16
Palaeopipiza. 21
Palaeophthina. 8
Palaeoplatyura.
Palaeospaniocera. 4
Palaeosphegina. 21
Parathalassiella. 16
Palaeosphegina. 21
Palaeotrichonta. 9
Pericoma. 12
Phlebotomus. 12
Phoneutisca. 15
Phora. 15
Phoridae. 15
Phyllodromia. 16
Phronia. 9
Pipunculidae.
Platypalpus. 16
Platyura. 6
Plecia. 13
Poecilobothrus. 20
Polylepta. 7
Polymera. 2
Porphyrops. 18
Proboletina. 8

Proanaclinia. 8
Prochrysotus. 19
Prionolabis. 2
Proboletina. 8
Proneoglaphyroptera. 8
Psilocephala. 14
Psilopus. 20
Psychoda. 12
Psychodidae. 12

R

Ragas. 17
Ramphidia. 1
Rhamphomyia. 17
Rhyphidae. 13
Rhyphus. 13
Rübsaamenia. 6

S

Scatopse. 13
Sciara. 4
Sciarella. 6
Sciaridae. 4
Sciophila. 6
Silvius. 13
Simulia. 13
Simulidae. 13
Spheginascia. 21
Stratiomyidae. 18
Sycorax. 12
Syntemna. 7
Syrphus. 21
Systenus. 18

T

Tabanidae. 13
Tachydromia. 16
Tanypus. 11
Tanytarsus. 11
Tetragoneura. 7
Therevidae. 14
Thereva. 14
Thinophilus. 20
Tipula. 3
Trichonta. 9
Trichomyia. 12
Trichoneura. 2
Trichopeza. 16
Trimicra. 2
Thrypticus. 19

U

Ula. 3

V

Verralia. 21

W

Wheelerenomyia. 20
Willistoniella. 5
Winnertzia. 4

X

Xylophagidae. 13
Xylophagus. 14
Xyphandrium. 1
Xylota. 21

BIBLIOGRAPHIE (1)

(1) Ann. des Sciences naturelles, Paris, 1906.
(2) Ann. Soc. scientifique de Bruxelles, 1904.
(3) Ann. Musei Nationalis, Hungarici, Budapest, 1905.
(4) Jahrb. der K. K. preuss. geologischen Landesanstalt, Berlin. 1904.
(5) Revue du Bourbonnaís, Moulins, 1902.
(6) Bull. Soc. entomologique de France, n° 4. Paris 1904.
(7) Ann. Sciences Naturelles, t. XVI. Paris.
(8) Ann. Soc. scient. de Bruxelles, 1902.
(9) Ibid., 1908.
(10) Jahrb. der K. K. preuss. geologischen Landesanstalt, 1909.
(11) Ann. des Sciences Naturelles, Paris, t. VII, 1908.
(12) Ann. Soc. scient. de Bruxelles, 1902.
(13) Ibid., 1908.
(14) Bull. Soc. Entomologique de France, 1910.
(15) Ibid., 1908.
(16) Ibid., 1910.
(17) Le Naturaliste, Paris, 1908.
(18) Jahrb. der K. K. preuss. geologischen Landesanstalt, Berlin, 1903.
(19) Ann. Soc. scient. de Bruxelles, 1902.
(20) Revue scientifique du Bourbonnais, 1902.
(21) Ann. Soc. Scient. de Bruxelles, 1904.
(22) Feuille des Jeunes Naturalistes, Paris, 1904.

(1) Voir aussi les travaux de Cockerell et Melander.

Application de la Géométrie analytique

aux Problèmes de Topographie, de Géodésie et d'Astronomie

Problème de Snellius, dit Problème de Pothenot et Problème de Hansen

PAR

P. J. E. GOEDSEELS

Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique
Professeur à l'Université catholique de Louvain

---

§ I. AVERTISSEMENT

Avant d'aborder le sujet de notre étude, nous tenons à avertir le lecteur qu'il n'y trouvera ni questions ni résultats nouveaux. Nous y insérerons bien quelques idées personnelles, fruit d'une longue expérience, mais notre principal but sera de montrer, par quelques exemples simples, comment on devrait traiter les questions topographiques, géodésiques et astronomiques pour que les étudiants, familiarisés avec la géométrie analytique, ne rencontrent plus, dans ces questions, les difficultés qui les arrêtent habituellement, mais y trouvent au contraire des applications attrayantes des théories mathématiques qu'ils se sont assimilées au cours de leurs études préparatoires.

Nous avons choisi nos exemples dans la topographie pour avoir l'occasion de donner au sujet d'un de ces exemples, le problème de Snellius, indûment attribué à Pothenot, des détails historiques trop peu connus, et que plusieurs topographes nous ont demandé de publier. A la rigueur, l'exposé de ce seul problème eût suffi à notre thèse. Mais nous y avons ajouté le problème de Hansen, ainsi que deux autres problèmes qui simplifient considérablement la résolution de ceux-ci, en sont inséparables au point de vue pratique, et constituent, avec eux, l'ensemble des diverses opérations topographiques du premier ordre.

§ II. TRIANGULATION TOPOGRAPHIQUE

Une triangulation topographique est une suite d'opérations dans lesquelles chaque point inconnu, M, est considéré comme le sommet d'un triangle dont les deux autres sommets ont été déterminés préalablement. Dans les travaux soignés, les seuls que nous ayons en vue ici, on rapporte les points à un système rectangulaire OXYZ dont l'axe OZ est vertical. Les opérations sur le terrain ont pour but de mesurer, directement ou indirectement, les azimuts L_1 et L_2 des côtés MM_1 et MM_2 du triangle MM_1M_2.

En désignant par (X, Y, Z), (X_1, Y_1, Z_1), (X_2, Y_2, Z_2) les coordonnées rectangulaires respectives des trois sommets, et par D_1 et D_2 les projections horizontales des côtés MM_1 et MM_2 :

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} X_1 - X &= D_1 \cos L_1, \\ Y_1 - Y &= D_1 \sin L_1, \\ X_2 - X &= D_2 \cos L_2, \\ Y_2 - Y &= D_2 \sin L_2. \end{aligned} \right.$$

Ces relations sont linéaires par rapport à D_1, D_2, X et Y et on peut en déduire les coordonnées inconnues X et Y.

On pourrait évidemment éviter l'intervention des quantités inconnues D_1 et D_2 en considérant les relations :

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} Y_1 - Y &= (X_1 - X) \operatorname{tg} L_1 \\ Y_2 - Y &= (X_1 - X) \operatorname{tg} L_2 \end{aligned} \right.$$

qui sont aussi linéaires par rapport à X et Y.

Pour déterminer la coordonnée Z il suffit de placer un théodolite ou un tachéomètre au-dessus d'un des sommets M, M_1 ou M_2, par exemple au-dessus de M, de diriger la ligne de visée de l'instrument sur le centre du voyant d'une mire verticale placée au point M_1 ou M_2, et de lire l'angle de pente p_1 ou p_2 sur le cercle vertical de l'instrument.

Si l'on a visé ainsi le point M_1. Si l'on a de plus mesuré la hauteur I de l'instrument au-dessus du point M, et la hauteur H_1 du centre du voyant au-dessus du point M_1, on a :

$$(3) \qquad Z_1 + H_1 - Z - I = D_1 \operatorname{tg} p_1.$$

Si l'on a visé le point M_2 on a de même :

$$(4) \qquad Z_2 + H_2 - Z - I = D_2 \operatorname{tg} p_2.$$

Dans les levés planimétriques, on s'en tient généralement à la résolution des équations (2). C'est un tort, à notre avis, car on se prive ainsi de précieuses vérifications permettant de découvrir éventuellement les erreurs d'observation ou de calcul qui échappent inévitablement aux meilleurs topographes.

Voici comment il convient de procéder.

La résolution des quatre équations (1) par rapport à D_1 et D_2 donne :

$$D_1 = \frac{(X_2 - X_1)\sin L_2 - (Y_2 - Y_1)\cos L_2}{\sin(L_1 - L_2)},$$

$$D_2 = \frac{(X_2 - X_1)\sin L_1 - (Y_2 - Y_1)\cos L_1}{\sin(L_1 - L_2)},$$

ou bien, en désignant par D la distance réduite $M_1 M_2$ et par A son azimut :

$$D_1 = \frac{D\sin(L_2 - A)}{\sin(L_1 - L_2)},$$

$$D_2 = \frac{D\sin(L_1 - A)}{\sin(L_1 - L_2)}.$$

Ayant calculé ainsi D_1 et D_2 on déduit la valeur de X de la première équation (1), puis de la troisième, et on déduit de même la valeur de Y de la seconde équation (1) et de la quatrième. Si l'on a fait quelque *erreur de calcul*, les valeurs obtenues ainsi sont discordantes.

Si l'on a bien calculé, on trouve toujours deux valeurs identiques pour X, et deux valeurs identiques pour Y, mais les plus grandes *erreurs d'observation* ou les distractions les plus grossières passent encore inaperçues.

Pour éviter cela, il convient, même dans les levés purement planimétriques, de calculer la valeur de Z au moyen de l'équation (3) et aussi au moyen de l'équation (4). On sait, par expérience, quels sont les plus grands écarts qui peuvent exister entre ces deux valeurs de Z du chef des erreurs inévitables des observations. Chaque fois que l'on obtient deux valeurs de Z dont la différence surpasse ces plus grands écarts, on doit nécessairement en conclure qu'il y a eu erreur soit dans la mesure des angles de pente, soit dans le levé planimétrique proprement dit.

Le second cas se présente aussi souvent que le premier, et c'est pourquoi nous prétendons qu'on doit déterminer les valeurs de Z même dans les travaux purement planimétriques. Une longue expérience dans la direction des travaux topographiques à l'École de guerre, à l'École militaire et à l'Université catholique de Louvain, nous a du reste montré maintes fois la grande utilité de ce calcul de Z dans les opérations planimétriques.

Comme conséquence le *cercle géodésique*, c'est-à-dire le théodolite dépourvu du cercle vertical permettant de mesurer les angles de pente, est un instrument dont l'emploi devrait être proscrit même des travaux uniquement planimétriques.

On nous a objecté parfois qu'en ne calculant pas les coordonnées Z on peut vérifier l'exactitude d'un levé par les erreurs de fermetures finales.

Nous en convenons volontiers. Seulement si une erreur de fermeture est trop grande, on ignore à quels endroits précis du levé le travail est défectueux, et celui-ci, qui a parfois pris plusieurs semaines de travail sur le terrain, doit être entièrement recommencé. Le système que nous préconisons décèle les erreurs aux moments et aux endroits où elles se produisent, ne fait recommencer que les triangles défectueux, et ne donne donc jamais lieu à des erreurs de fermeture dépassant les tolérances compatibles avec le degré de précision des observations. Au surplus, nous pourrions encore ajouter que deux ou plusieurs grandes erreurs, faites au cours d'un levé, peuvent se compenser accidentellement, ne pas affecter l'erreur de fermeture finale, et donner ainsi à un mauvais travail l'apparence d'un très bon.

§ III. DÉTERMINATION ORDINAIRE DES AZIMUTS

Le moyen ordinaire et le plus simple pour déterminer l'azimut, par exemple l'azimut L_1 d'un côté $M\,M_1$; est de mesurer préalablement l'azimut L d'une direction NM aboutissant au point M, en visant ce dernier point à l'aide d'un théodolite ou d'un tachéomètre placé et bien orienté au-dessus d'un point N. On mesure ensuite au moyen du même instrument, placé au-dessus du point M la projection horizontale, V, de l'angle NMM_1 et on a par conséquent :

$$L_1 = L + V \pm 180^\circ.$$

Il importe évidemment de ne pas confondre l'angle NMM_1 avec M_1MN, ou, ce qui revient au même, de ne pas se tromper quant au signe à attribuer à V.

Il n'est pas toujours possible d'orienter exactement un instrument au-dessus d'un point N, et, par suite, d'opérer comme nous venons de l'indiquer. Dans ce cas, on est obligé d'avoir recours à l'un ou l'autre des deux problèmes que nous traiterons ci-après.

§ IV. PROBLÈME DE SNELLIUS DIT DE POTHENOT

Ce problème consiste à déterminer planimétriquement un point inconnu M en mesurant au moyen d'un théodolite, d'un tachéomètre ou d'un cercle géodésique les angles réduits à l'horizon, sous lesquels on voit de ce point les droites joignant deux à deux trois points connus M_1, M_2, M_3.

Ce problème est souvent attribué à Pothenot, à tel point que beaucoup de topographes disent qu'ils ont fait « *un pothenot* » lorsqu'ils ont déterminé un point par le procédé en question. En réalité, c'est Snellius qui a résolu le premier ce problème.

Le nom de ce célèbre géodésien est trop connu pour qu'il soit nécessaire de donner des indications biographiques à son sujet. Celui de Pothenot l'est beaucoup moins. Nous avons seulement trouvé dans l'*Histoire de l'Académie royale des sciences depuis 1986 jusqu'à son renouvellement en 1699* (t. II, p. 229), le renseignement suivant :

« Laurent POTHENOT, Professeur de Mathématiques dans la chaire de Ramus, *Géomètre,* admis en 1682. Exclu par absence avant 1699, mort en 1723. »

Le problème auquel on a indûment donné le nom de Pothenot a été résolu par lui, sous la date du 31 décembre 1692, dans le tome X des MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DEPUIS 1666 JUSQU'EN 1669 (pp. 150-153) ; mais Snellius l'avait publié 73 ans auparavant, en 1617, dans son ouvrage *Eratosthenes Batavus...* (Ch. X, p. 199).

Pour nous le problème au sujet duquel nous venons de donner quelques détails historiques se présente sous un aspect nouveau.

Il a uniquement pour but de trouver l'azimut d'une des directions MM_1, MM_2, MM_3, par exemple l'azimut A_1 de MM_1 connaissant les

coordonnées planimétriques des points M_1, M_2, M_3 et les valeurs L_2 et L_3 des projections horizontales des angles M_1MM_2, M_1MM_3.

La détermination des coordonnées X, Y, Z du point M s'effectue en suivant la marche exposée dans le § II ci-dessus.

Pour résoudre ce qui reste donc du problème de Snellius, désignons par A_2 et A_3 les azimuts également inconnus des directions MM_2 et MM_3. Nous avons :

$$\begin{aligned}(Y - Y_1) &= (X - X_1) \operatorname{tg} A_1 \\ (Y - Y_2) &= (X - X_2) \operatorname{tg} (A_1 + L_2) \\ (Y - Y_3) &= (X - X_3) \operatorname{tg} (A_1 + L_3)\end{aligned} .$$

Ces trois équations sont linéaires par rapport aux inconnues X et Y. En éliminant ces deux inconnues il reste une équation en $\operatorname{tg} A_1$ dont la résolution donne :

$$\operatorname{tg} A_1 = \frac{(X_2 - X_3) + (X_3 - X_1) \cot L_3 + (X_1 - X_2) \cot L_2}{(Y_3 - Y_2) + (Y_3 - Y_1) \cot L_3 + (Y_1 - Y_2) \cot L_2}.$$

Un croquis même très grossier permet de voir lequel des deux angles définis par cette formule convient dans chaque cas concret.

§ V. Problème de Hansen

Ce problème consiste à déterminer deux points inconnus m_1 et m_2 en mesurant les angles, réduits à l'horizon, sous lesquels on voit de ces deux points une droite joignant deux points connus M_1 et M_2.

On attribue souvent la première solution de ce problème à Hansen, parce que cet astronome l'a traité dans les Astronomische Nachrichten, en 1841 (t. XVIII, pp. 165-176).

De même que pour le problème de Snellius, la question se réduit pour nous à déterminer les azimuts des lignes de visée m_1M_1, m_1M_2, m_2M_1, m_2M_2, ou, ce qui revient au même, un de ces azimuts et les angles formés par les lignes de visée réduites à l'horizon.

Pour résoudre ce problème, nous commençons par rapporter les points à des axes provisoires m_1xyz dont l'origine coïncide avec le point m_1, dont l'axe positif m_1x rencontre la verticale du point m_2 et qui soit droitier ou gaucher (rétrograde ou direct) comme les axes OXYZ auxquels on a rapporté le terrain.

Nous mesurons au moyen d'un théodolite, ou d'un tachéomètre les angles réduits $m_2m_1M_1$, $m_2m_1M_2$, $m_1m_2M_1$ et $m_1m_2M_2$ sous lesquels on voit les droites m_2M_1 et m_2M_2 du point m_1 et les droites m_1M_1 et m_1M_2 du point m_2.

Nous avons ainsi les azimuts provisoires des directions m_1M_1, m_1M_2, m_2M_1 et m_2M_2 par les relations :

$$a_1 = m_2m_1M_1,$$
$$a_2 = m_2m_1M_2,$$
$$\alpha_1 = m_1m_2M_1 \pm 2 \text{ droits},$$
$$\alpha_2 = m_1m_2M_2 \pm 2 \text{ droits}.$$

Les observations étant faites, nous attribuons une longueur arbitraire, par exemple 1000^m, à la distance réduite m_1m_2, et nous calculons, dans cette hypothèse, les coordonnées provisoires (x_1, y_1) du sommet M_1 du triangle $m_1M_1m_2$, et les coordonnées provisoires (x_2, y_2) du sommet M_2 du triangle $m_2M_2m_1$.

Connaissant ces coordonnées provisoires, nous calculons l'azimut provisoire a de la direction M_1M_2. Nous calculons aussi l'azimut A de la même direction dans le système OXYZ, et nous désignons par C l'erreur des azimuts provisoires. Nous avons donc :

$$A = a + C$$

et par suite :

$$C = A - a.$$

Les azimuts définitifs des côtés M_1m_1 et M_2m_1 du triangle $M_1M_2m_1$ valent donc

$$(a_1 + C \pm 2 \text{ droits}),\ (a_2 + C \pm 2 \text{ droits}).$$

Les azimuts définitifs des côtés M_1m_2 et M_2m_2 du triangle $M_1M_2m_2$ valent de même

$$(\alpha_1 + C \pm 2 \text{ droits}),\ (\alpha_2 + C \pm 2 \text{ droits}).$$

Les coordonnées des sommets m_1 et m_2 peuvent enfin être calculées d'après le procédé exposé au § II.

Cette manière de résoudre le problème de Hansen n'est peut-être pas la plus simple en théorie, mais nous savons par expérience qu'elle se prête le mieux à la pratique, occasionne le moins de fatigue et donne lieu au minimum d'erreurs.

Sur deux nouveaux théorèmes de géométrie réglée

PAR

J. NEUBERG

Voici les énoncés de ces théorèmes :

A. *Étant donné un hexagone gauche quelconque* $A_1A_2 \cdot A_6 \equiv H$, *marquons respectivement sur les diagonales* $A_6A_2, A_1A_3, \cdots A_5A_1$ *les points* $B_1, B_2, \cdots B_6$ *et posons*

$$\frac{B_1A_6}{B_1A_2} = m_1, \quad \frac{B_2A_1}{B_2A_3} = m_2, \quad \frac{B_3A_2}{B_3A_4} = m_3,$$

$$\frac{B_4A_3}{B_4A_5} = m_4, \quad \frac{B_5A_4}{B_5A_6} = m_5, \quad \frac{B_6A_5}{B_6A_1} = m_6.$$

Si le produit

$$\mu \equiv m_1\, m_2\, m_3\, m_4\, m_5\, m_6 = 1,$$

les six droites $A_rB_r \equiv g^r$ $(r = 1, 2, \cdots 6)$ *sont des rayons d'un même complexe linéaire.*

B. *Étant donné un pentagone gauche quelconque* $A_1A_2 \cdot\cdot A_5 \equiv P$, *marquons respectivement sur les diagonales* $A_5A_2, A_1A_3, \cdot\cdot A_4A_1$ *les points* $B_1, B_2, \cdot\cdot B_5$ *et posons*

$$\frac{B_1A_5}{B_1A_2} = m_1, \quad \frac{B_2A_1}{B_2A_3} = m_2, \quad \frac{B_3A_2}{B_3B_4} = m_3,$$

$$\frac{B_4A_3}{B_4A_5} = m_4, \quad \frac{B_5A_4}{B_5A_1} = m_5.$$

Si le produit

$$\mu \equiv m_1\, m_2\, m_3\, m_4\, m_5 = -1,$$

les cinq droites $A_rB_r \equiv g_r$ $(r = 1, 2, \cdot\cdot 5)$ *sont des rayons d'une même congruence bilinéaire.*

Les propositions générales A et B m'ont été suggérées par les cas particuliers où les droites g_r sont les bissectrices intérieures des angles des polygones H et P ; un nombre pair de ces bissectrices peuvent être remplacées par les bissectrices extérieures correspondantes. Ces cas m'avaient été communiqués, sans démonstration, par M. Mehmke, professeur à l'École polytechnique de Stuttgart ; il les établit très simplement au moyen de l'*analyse ponctuelle* (Punktrechnung) de H. Grassmann. Ma démonstration et une Note de M. Mehmke sur le même sujet paraîtront prochainement dans le *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung*.

1. Qu'il me soit permis de reproduire ici mes démonstrations des théorèmes A et B. Je les préciserai davantage et j'ajouterai de nouveaux développements.

Appelons x_r, y_r, z_r, t_r les coordonnées barycentriques absolues du point A_r par rapport à un tétraèdre de référence quelconque, et adoptons pour coordonnées radiales de la droite A_rA_s les mineurs de la matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_r & y_r & z_r & t_r \\ x_s & y_s & z_s & t_s, \end{matrix} \right.$$

en convenant que s vienne après r dans la suite 1 2 3 4 5 6 1.

Les coordonnées radiales de la droite B_1A_1 sont proportionnelles aux mineurs de la matrice

$$\left\| \begin{matrix} x_6 - m_1x_2 & y_6 - m_1y_2 & z_6 - m_1z_2 & t_6 - m_1t_2 \\ x_1 & y_1 & z_1 & t_1 ; \end{matrix} \right.$$

donc si l'on désigne les côtés A_6A_1, A_1A_2, ... de H par a_1, a_2, ... et les coordonnées de la droite a_r par

$$p_{r1}, p_{r2}, p_{r3}, p_{r4}, p_{r5}, p_{r6},$$

les coordonnées de g_1 sont représentées par

$$p_{11} + m_1p_{21}, \; p_{12} + m_1p_{22}, \; \ldots, \; p_{16} + m_1p_{26}.$$

Une permutation du premier indice de la lettre p et de l'indice de la lettre m donnera successivement les coordonnées des autres droites g_2, g_3, ... g_6.

Cela posé, formons le déterminant Δ dont les colonnes com-

prennent respectivement les coordonnées des droites $g_1, g_2, \dots g_6$, et le déterminant Δ' des coordonnées des droites $a_1, a_2, \dots a_6$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_{11}+m_1p_{21} & p_{21}+m_2p_{31} & \dots & p_{61}+m_6p_{11} \\ p_{12}+m_1p_{22} & p_{22}+m_2p_{32} & \dots & p_{62}+m_6p_{12} \\ p_{13}+m_1p_{23} & p_{23}+m_2p_{33} & \dots & p_{63}+m_6p_{13} \\ p_{14}+m_1p_{24} & p_{24}+m_2p_{34} & \dots & p_{64}+m_6p_{14} \\ p_{15}+m_1p_{25} & p_{25}+m_2p_{35} & \dots & p_{65}+m_6p_{15} \\ p_{16}+m_1p_{26} & p_{26}+m_2p_{36} & \dots & p_{66}+m_6p_{16} \end{vmatrix},$$

$$\Delta' = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{61} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{62} \\ p_{13} & p_{23} & \dots & p_{63} \\ p_{14} & p_{24} & \dots & p_{64} \\ p_{15} & p_{25} & \dots & p_{65} \\ p_{16} & p_{26} & \dots & p_{66} \end{vmatrix}.$$

On peut décomposer Δ en une somme de déterminants partiels dont les colonnes sont constituées par les *files* [1] des colonnes de Δ. Le déterminant formé avec les premières files est égal à Δ' ; celui qui comprend les secondes files, est égal à $-\mu\Delta'$; tous les autres sont nuls comme ayant deux colonnes qui diffèrent seulement par un facteur m. Par conséquent

$$\Delta = \Delta' (1 - \mu).$$

Or, pour que six droites appartiennent à un même complexe linéaire bien déterminé, il faut et il suffit que le déterminant de leurs coordonnées soit nul et que l'un au moins des premiers mineurs de ce déterminant soit différent de zéro.

Si les six côtés de H appartiennent à un même complexe linéaire U, on a $\Delta' = 0$, et par suite $\Delta = 0$ quelle que soit la valeur de μ. Ce résultat s'explique aisément : le point A_1, par exemple, est l'intersection de deux rayons A_1A_6, A_1A_2 de U ; c'est

(1) Lorsque les éléments d'une colonne sont des polynomes d'un même nombre de termes, on appelle ***première file*** la colonne des premiers termes de ces polynomes, ***deuxième file*** la colonne des seconds termes, etc.

donc le pôle du plan $A_6A_1A_2$, et la droite A_1B_1 de ce plan est encore un rayon de U. Si l'on suppose $m_1 = 0$, Δ se ramène facilement à Δ' et l'on retombe sur le cas précédent.

Les six côtés de H appartiennent à une même congruence bilinéaire, si les sommets A_1, A_3, A_5 sont collinéaires ainsi que les sommets A_2, A_4, A_6 ; dans ce cas, les six droites g_r font partie de la même congruence, quel que soit μ.

Dans ce qui suit, nous supposerons l'hexagone H quelconque, de sorte que $\Delta' \neq 0$. Alors, si $\mu = 1$, on a $\Delta = 0$, et le théorème A est démontré.

Réciproquement, si $\Delta = 0$ et $\Delta' \neq 0$, on a nécessairement $\mu = 1$.

2. Le théorème B se démontre de la même manière.

En effet, considérons un pentagone gauche *général* P ; soient a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 les côtés A_5A_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5. Les notations étant celles du numéro précédent, les coordonnées radiales des droites g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 sont les éléments de la matrice à cinq colonnes et six lignes

$$(\mathrm{E}) \quad \left\{ \begin{matrix} p_{11}+m_1p_{21} & p_{21}+m_2p_{31} & \cdots & p_{51}+m_5p_{11} \\ p_{12}+m_1p_{22} & p_{22}+m_2p_{32} & \cdots & p_{52}+m_5p_{12} \\ p_{13}+m_1p_{23} & p_{23}+m_2p_{33} & \cdots & p_{53}+m_5p_{13} \\ p_{14}+m_1p_{24} & p_{24}+m_2p_{34} & \cdots & p_{54}+m_5p_{14} \\ p_{15}+m_1p_{25} & p_{25}+m_2p_{35} & \cdots & p_{55}+m_5p_{15} \\ p_{16}+m_1p_{26} & p_{26}+m_2p_{36} & \cdots & p_{56}+m_5p_{16} \end{matrix} \right. ;$$

celles de a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 constituent la matrice

$$(\mathrm{E}') \quad \left\{ \begin{matrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{51} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{52} \\ p_{13} & p_{23} & \cdots & p_{53} \\ p_{14} & p_{24} & \cdots & p_{54} \\ p_{15} & p_{25} & \cdots & p_{55} \\ p_{16} & p_{26} & \cdots & p_{56} \end{matrix} \right.$$

Pour que les cinq droites g_r appartiennent à une même congruence linéaire et à une seule, il faut et il suffit que tous les déterminants formés avec cinq lignes de (E) soient nuls, sans que tous les mineurs du quatrième ordre de (E) le soient. Or, un

mineur du cinquième ordre de (E) est égal au mineur correspondant de (E′) multiplié par $(1+\mu)$. Si P est un pentagone gauche *général,* ses côtés sont les rayons d'un seul complexe linéaire, et les mineurs du cinquième ordre de (E′) ne sont pas tous nuls ; de plus, les mineurs du quatrième ordre de E, qui sont des sommes de mineurs de cet ordre de (E′) multipliés par des facteurs différents de $(1+\mu)$ ne s'annulent pas à la fois. Donc, *dans un pentagone gauche général, si* $\mu = -1$, *les cinq droites* g_r *sont les rayons d'une même congruence linéaire,* et réciproquement.

3. Considérons un hexagone gauche général $A_1A_2 \ldots A_6A_1$, et appelons *diagonale opposée à un sommet* celle qui joint le sommet précédent au sommet suivant ; la diagonale opposée à A_1 est donc A_6A_2 ...

La proposition A admet une foule de cas particuliers, dont nous allons indiquer les plus simples.

a) Si les m_r sont égaux à l'unité, les droites g_r sont les parallèles menées par les sommets aux diagonales opposées ; si les m_r sont égaux à -1, les droites g_r joignent les sommets au milieu de la diagonale opposée ; on peut aussi associer deux ou quatre de ces médianes aux parallèles menées par les autres sommets aux diagonales opposées.

b) Soient $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ les longueurs des côtés $a_1, a_2, \ldots$ Si les droites g_r sont les bissectrices intérieures ou extérieures des angles de l'hexagone, on a :

$$m_1 = \mp \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad m_2 = \mp \frac{\alpha_2}{\alpha_3}, \cdots ;$$

par suite $\mu = 1$, si le nombre des bissectrices intérieures est pair. De là, la proposition de M. Mehmke.

c) Si l'on prend pour les g_r les symédianes des triangles $A_6A_1A_2$, $A_1A_2A_3$, ... issues respectivement de A_1, A_2, ... ou les tangentes en ces points aux cercles circonscrits, on a :

$$m_1 = \mp \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2}, \quad m_2 = \mp \frac{\alpha_2^2}{\alpha_3^2}, \cdots ;$$

d) On peut prendre pour les points $B_1, B_2, \ldots$ les points d'intersection des diagonales A_6A_2, A_1A_3, ... avec un plan quelconque ; car si l'on désigne par $\delta_1, \delta_2, \ldots$ les distances de ce plan aux

sommets A_1, A_2, ..., ces distances étant soumises à la règle des signes, on a :

$$m_1 = \frac{\delta_6}{\delta_2}, \quad m_2 = \frac{\delta_1}{\delta_3}, \ldots,$$

d'où :

$$\mu = 1.$$

En supposant le plan sécant à l'infini on retrouve la première des propositions *a*).

e) L'hypothèse $m_1 m_3 m_5 = m_2 m_4 m_6 = 1$ donne la proposition suivante :

Étant donnés dans l'espace deux triangles quelconques $M_1M_2M_3$, $M'_1M'_2M'_3$, *si une transversale* d *coupe les côtés de* $M_1M_2M_3$ *en* N_1, N_2, N_3 et *qu'une transversale* d' *rencontre les côtes de* $M'_1M'_2M'_3$ *en* N'_1, N'_2, N'_3, *les six droites* $M_1N'_1$, $M_2N'_2$, $M_3N'_3$, M'_1N_1, M'_2N_2, M'_3N_3 *sont des rayons d'un même complexe linéaire.*

Une interprétation semblable s'applique à l'hypothèse

$$m_1 m_3 m_5 = m_2 m_4 m_6 = -1.$$

4. Le théorème B admet également de nombreux cas particuliers. Nous nous bornons à en signaler cet autre énoncé :

On joint les sommets A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 *d'un pentagone gauche à des points* B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 *pris sur les côtés opposés* A_3A_4, A_4A_5, A_5A_1, A_1A_2, A_2A_3. *Si le produit*

$$\frac{B_1A_3}{B_1A_4} \cdot \frac{B_2A_4}{B_2A_5} \cdot \frac{B_3A_5}{B_3A_1} \cdot \frac{B_4A_1}{B_4A_2} \cdot \frac{B_5A_2}{B_5A_3} = -1,$$

les cinq droites A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4, A_5B_5 *appartiennent à une même congruence linéaire.*

En effet, le pentagone $A_1A_3A_5A_2A_4A_1$ admet pour diagonales opposées aux sommets les côtés opposés du pentagone $A_1A_2A_3A_4A_5$.

5. Étant données six droites quelconques g_r ($r = 1, 2, \ldots 6$), proposons-nous de trouver un hexagone $A_1A_2 \ldots A_6$ tel que les droites g_r passent par un sommet et s'appuient sur la diagonale opposée.

A cet effet, cherchons d'abord un triangle $A_1A_3A_5$ dont les sommets soient situés sur g_1, g_3, g_5 et dont les côtés A_1A_3, A_3A_5, A_5A_1 rencontrent respectivement g_2, g_4, g_6. Si par un point *quelconque*

A_1 de g_1 on mène une droite rencontrant g_2 en B_2, g_3 en A_3 ; que par le point ainsi obtenu A_3 on mène une droite rencontrant g_4 en B_4 et g_5 en A_5 ; qu'enfin on mène par A_5 une droite rencontrant g_6 en B_6 et g_1 en A'_1, généralement les points A_1, A'_1 sont différents. Mais en déplaçant le point de départ A_1 sur g_1 on obtient des ponctuelles projectives $[A_1]$, $[B_1]$, $[A_3]$, ... $[A'_1]$. Il suffit donc de prendre pour le point cherché A_1 l'un des deux points doubles des deux ponctuelles projectives marquées sur g_1.

On trouvera semblablement un triangle $A_2A_4A_6$ dont les sommets sont situés sur g_2, g_4, g_6 et dont les côtés rencontrent les droites g_1, g_3, g_5.

Le polygone $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ jouit de la propriété exprimée par l'égalité $\mu = 1$, si les six droites g_r appartiennent à un même complexe linéaire.

6. Cinq droites quelconques, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 déterminent généralement un complexe linéaire U. Le théorème A peut servir à trouver d'autres rayons de U.

En effet, par un point quelconque A_1 de g_1 menons une droite s'appuyant sur g_2 en B_2 et sur g_3 en A_3 ; par A_3, menons une droite s'appuyant sur g_4 en B_4 et sur g_5 en A_5 ; par un point quelconque A_2 de g_2 menons une droite s'appuyant sur g_3 en B_3 et sur g_4 en A_4. Nous allons voir que les points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 peuvent être considérés comme cinq sommets d'un hexagone variable H, et les points B_2, B_3, B_4 comme appartenant à trois diagonales de H. Si A_6 désigne le sixième sommet de H, les diagonales A_2A_6, A_4A_6 doivent rencontrer respectivement g_1, g_5 ; par suite A_6, est nécessairement un point de la ligne d'intersection l des deux plans A_2g_1, A_4g_5. On peut prendre pour A_6 un point quelconque de l. En effet, soient B_1 le point de rencontre de la droite A_2A_6 avec g_1, B_5 celui de la droite A_4A_6 avec g_5 ; les quantités m et μ ayant la signification indiquée plus haut, l'égalité $\mu = 1$ détermine la valeur de m_6. Si donc on partage la droite A_5A_1 au point B_6 de manière que l'on ait B_6A_5 ; $B_6A_1 = m_6$, la droite $A_6B_6 \equiv g_6$ est un rayon du complexe U.

La droite g_6 s'appuie sur les droites l et A_1A_3. Le point A_6 de l détermine complètement le point B_6 de A_1A_5. Inversement, à un

point B_6 de A_5A_1 correspond un seul point A_6 de l. Car si L est le point de rencontre des droites B_1B_5 et A_2A_4, on a

$$\frac{B_1A_6}{B_1A_2} \cdot \frac{LA_2}{LA_4} \cdot \frac{B_5A_4}{B_5A_6} = 1, \text{ ou } m_1m_5\frac{LA_2}{LA_4} = 1,$$

et le produit m_1m_5 est connu, puisque m_2, m_3, m_4, m_6 sont donnés et $\mu = 1$; donc le point L est déterminé, et une droite qui, menée par L en s'appuyant sur g_1 et g_5, fait connaître les points B_1, B_5 et par suite le point A_6.

Concluons de là que les points A_6, B_6 se correspondent dans deux ponctuelles projectives ; donc leur jonction A_6B_6 engendre un système réglé.

Si l'on remplace la droite A_2A_4 par une autre quelconque s'appuyant sur g_2, g_3, g_4, les points A_2, A_4 se correspondront dans deux ponctuelles projectives ; les plans A_2g_1, A_4g_5 seront des éléments homologues de deux faisceaux projectifs, et leur intersection l engendrera un système réglé.

7. Les droites g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 de la proposition B offrent une particularité remarquable. On sait qu'elles ont deux transversales communes x, y ; soient X_r, Y_r les points de rencontre de x, y avec g_r. Or, si par un point quelconque A'_1 de g_1 on mène une droite s'appuyant sur g_2 en B'_2 et sur g_3 en A'_3 ; que par A'_3 on mène une droite rencontrant g_4 en B'_4 et g_5 en A'_5 ; que par A'_5 on trace une droite s'appuyant sur g_1 en B'_1 et sur g_2 en A'_2 ; que par A'_2 on mène une droite s'appuyant sur g_3 en B'_3 et sur g_4 en A'_4 ; enfin que par A'_4 on mène une droite rencontrant g_5 en B'_5 et g_1 en A''_1, les points A'_1 et A''_1 se correspondront dans deux ponctuelles projectives. Les points X_1, Y_1 sont évidemment des points doubles de ces ponctuelles ; mais le sommet A_1 du pentagone donné P est également un point double. Par suite, A''_1 coïncide toujours avec A'_1. Donc *il existe une infinité de pentagones* $A_1A_3A_5A_2A_1$ *dont les côtés successifs sont des génératrices des systèmes réglés* $g_1g_2g_3$, $g_3g_4g_5$, $g_5g_1g_2$, $g_2g_3g_4$, $g_4g_5g_1$.

Peut-on confirmer cette conclusion par le calcul ?

8. Soient maintenant g_1, g_2, g_3, g_4 quatre droites quelconques admettant deux transversales communes x, y. Elles déterminent une congruence bilinéaire V.

Le théorème B peut servir à déterminer d'autres rayons de V

sans recourir aux transversales x, y. En effet, par un point quelconque A_1 de g_1 menons une droite rencontrant g_2 en B_2 et g_3 en A_3, et par un point quelconque A_2 de g_2 une droite rencontrant g_3 en B_3 et g_4 en A_4. Les plans A_2g_1, A_3g_4 se coupent suivant une droite l. Tout point A_5 de l forme avec A_1, A_2, A_3, A_4 un pentagone P tel que g_1, g_2, g_3, g_4 passent par un sommet et rencontrent la diagonale opposée. Les quantités m_1, m_2, m_3, m_4 sont connues et la relation $\mu = -1$ détermine m_5. Si donc on marque sur la droite A_4A_1 un point B_5 tel que l'on ait $B_5A_4 : B_5A_1 = m_5$, la droite A_5B_5 est un rayon de V. Tous les rayons ainsi obtenus s'appuient sur x, y, l et A_1A_4 ; donc ils appartiennent à un système réglé.

MYRMÉLÉONIDES (Ins. Névr)

NOUVEAUX OU PEU CONNUS

PAR LE

R. P. LONGIN NAVAS, S. J.

---

1. TRIBU DES PALPARINS

Clé dichotomique des genres de la tribu des Palparins,

1. Cubitus de l'aile postérieure anguleux avant sa moitié, émettant visiblement de l'angle un rameau oblique avec lequel s'unit intérieurement le postcubitus et duquel part extérieurement un rameau arqué, le *ramus recurrens*. 2

— Cubitus de l'aile postérieure courbe avant la moitié, sans rameau oblique visible ; postcubitus long, sensiblement parallèle au cubitus, sans rameau récurrent 9

2. Espace costal avec deux ou plusieurs séries de cellules, surtout à l'aile antérieure 3

— Champ costal entièrement simple ou uniaréolé avant le stigme. 4

3. Ailes comme tronquées à l'extrémité, marge externe nettement concave . . . . 1. **Crambomorphus** ML.

— Ailes plus ou moins atténuées et pointues vers l'extrémité ; marge externe convexe ou légèrement sinueuse. 2. **Stenares** Hag.

4. Antennes longues, à peine dilatées en massue ; abdomen plus court que les ailes ; ailes grandes, larges, sa marge externe avec deux échancrures visibles. . . . . . . 3. **Symmathetes** ML.

— Antennes généralement robustes, nettement dilatées en massue à l'extrémité ; ailes à peine sinuées à la marge externe . 5

5. Membrane des ailes presque totalement coloriée et opaque. 7

— Membrane alaire hyaline dans les espaces non tachés, pas ou légèrement teintée. 6

6. Deux secteurs du radius bien visibles du moins à l'aile antérieure, le premier portant le rameau oblique s'anastomosant avec les cubiti ; cellules du tiers apical hexagonales allongées, ce qui rend l'aile comme ridée . . . . 4. **Nosa** Nav.

— Un seul secteur du radius, son rameau postérieur portant le rameau oblique ; cellules discales généralement rectangulaires, plus larges, membrane lisse . . . . . . 5. **Palpares** Rb.

7. Sous-costale dilatée à l'extrémité ; ailes larges, arrondies au bout . . . . 8. **Pamexis** Hag.

— Sous-costale amincie à l'extrémité, ailes plus atténuées ou pointues vers l'extrémité 8

8. Antennes peu distantes à l'insertion, allongées, avec massue longue; ailes tachées de bandes transverses. 6. **Palparellus** nov.

— Antennes distantes à l'insertion, courtes, à massue grosse et courte ; ailes marquées de stries étroites . 7. **Tomatares** Hag.

9. Ailes très larges, arrondies ; réticulation très serrée ; éperons antérieurs égalant le premier article des tarses ; antennes minces, aiguës . . . . 9. **Echthromyrmex** ML.

— Antennes fortes, en massue ; ailes plus étroites, réticulation plus laxe. 10

10. Éperons antérieurs plus longs que le premier article des tarses, égalant les deux premiers . . 10. **Palparidius** Péring.

— Éperons antérieurs plus courts que le premier article des tarses . . . . 11. **Dimares** Hag.

1. **Stenares irroratus** sp. nov. (fig. 1)

Caput facie flava, labro testaceo, palpis fuscis, labialium ultimo articulo longo, tenui, clava elongata, apice obtusa ; antennis nigris (maxima pars deest) ; vertice fornicato, medio sulcato, griseo ; oculis grandibus, globosis, fuscis.

Thorax testaceus, albo longiter pilosus. Prothorax antice angustatus, fusco trilineatus, pilis lateralibus longis, nigris. Mesonotum lineis media et lateralibus fuscis. Pleuræ subtotæ fuscæ.

Abdomen subfuscum, albo pilosum.

Pedes toti fusco-nigri, nigro pilosi, calcaribus anterioribus duos primos tarsorum articulos superantibus, posterioribus æquantibus.

Alæ longæ, membrana hyalina, leviter albido tincta ; stigmate flavescente ; margine externo leviter bisinuato ; apice subacuto ;

area costali tota in ala anteriore, ad basim in posteriore biareolata ; reticulatione fusco et albido varia, radio subtoto fusco.

Ala anterior tota atomis fuscis ad venas venulasque irrorata, in area radiali et inter fascias rarioribus, in tertio posteriore densioribus, aliquot quasi lineam præter marginem formantibus in medio alæ externo. Fasciæ fuscæ transversæ dilutæ : 1ª basilaris pone ramum posteriorem sectoris usque ad cubitum ; 2ª ante medium cubitorum ad medium disci ; 3ª antestigmalis dissoluta, a radio ad cubitorum anastomosim, ad venas obscurior ; 4ª apicalis in area apicali densa, postice in duas nubeculas evanescens. Maculæ intercubitales majusculæ.

Ala posterior (fig. 1) parcius maculata, aliquot guttis punctisque ad marginem posteriorem et externum. Fasciæ fuscæ partim tessellatæ sive areolatæ ita dispositæ : 1ª macularis rotundata a

Fig. 1
Stenares irroratus ♂ Nav. Aile postérieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Londres)

sectore radii ultra cubitum ; 2ª lata oblonga a radio ultra ramum recurrentem ; 3ª antestigmalis a costa ultra sectorem seu medium alæ, post medium angustata ; 4ª apicalis in duas longitudinales divisa. Pilula disco lato, testaceo.

Long. al. anter. ♂ 62 mm.
— — poster. 58 »

Patrie. Muscat, Arabie, A. S. G. Jayakar. Un échantillon ♂ au musée de Londres, lui manquant l'extrémité de l'abdomen.

2. Genre **Symmathetes** Mac Lachl.

Journ. Linn. Soc. 1867, vol. IX, p. 237.

Ce genre a été formé par Mac Lachlan (l. c.) sans en préciser les caractères, pour les espèces *contrarius* Walk., *gigas* Dalm., *mœstus* Hag. et *falcatus* Mac Lachl.

Les auteurs postérieurs ont contesté ce genre. En particulier

Van der Weele (BULL. SCIENTIF. DE LA FRANCE ET DE LA BELGIQUE, 1907, p. 251) lui attribue tout au plus le rang de sous-genre. Dernièrement Banks (ANN. ENTOM. SOC. OF AMERICA, 1911, p. 2) semble aussi être du même avis.

Je pense pourtant qu'en prenant pour type l'espèce *mœstus* Hag. et en délimitant les caractères, on pourrait conserver au *Symmathetes* le titre de genre. C'est ce que j'essayerai.

La diagnose serait :

Antennæ elongatæ, acutæ, vix in clavam ampliatæ.

Abdomen alis multo brevius, cercis ♂ simplicibus, arcuatis, interne spinulosis.

Pedes robusti, calcaribus tres primos tarsorum articulos haud æquantibus ; tarsis ultimo articulo ceteris simul sumptis æquilongo.

Alæ grandes, latæ, margine externo manifeste bisinuato, seu ad apicem cubitorum et secundi rami sectoris emarginato.

Cetera ut in *Palpare*.

Les différences avec les *Palpares* se trouvent surtout dans la forme des antennes, grêles et allongées, à peine dilatées en massue, contrairement aux *Palpares*, la forme des cerci très caractéristique et celle des ailes.

Les autres différences de grandeur, brièveté de l'abdomen, etc., sont plus secondaires.

3. **Nosa lupina**, sp. nov. (fig. 2)

Minor, fusca.

Caput facie fulva, fusca, labro basi et apice linea pilorum nigrorum hispido ; palpis nigris, maxillaribus apice truncatis, labialibus articulo ultimo longo, clava fusiformi, apice longiter attenuata ; oculis fulvo-fuscis ; vertice fornicato, sulcato, fulvo, fascia transversa lata pone antennas nigra, alia transversa brevi posteriore fusca.

Thorax fulvo-fuscus, albido pilosus. Prothorax antice angustatus, fascia longitudinali media fusca, postice dilatata in ⊥, margine postico interrupta, in meso- et metanoto continuata, lata ; macula grandi laterali in mesonoto fusca. Pleuræ stria duplici ad suturas fusca.

Abdomen fusco- fulvum, albido pilosum, apice pilis nigris, primo segmento macula dorsali fusca.

Pedes testacei, nigro pilosi ; tibiis dorso, maxime ad medium et apicem fuscis, apice fusco annulatis ; calcaribus nigris, anterioribus duos primos tarsorum articulos subæquantibus ; tarsis unguibusque nigris.

Alæ membrana hyalina, fusco maculata, margine externo toto fusco dilute limbato ; reticulatione subtota fusca, testaceo variegata.

Ala anterior venis radiali, cubitali cum ramo obliquo fuscis. Multæ venulæ fusco limbatæ : pleræque costales usque ad stigma, intercubitales et cubitales in duobus tertiis basilaribus, aliquot præter ramum obliquum et venas seu ramos inde procedentes, marginalibus posterioribus plerisque in apice. Radiales aliquot venulæ initio sectoris, ad medium et pone stigma latius limbatæ. Præterea macula obliqua ad ramum obliquum rami posterioris sectoris ad alæ medium et apicalis transversa irregularis, nec ad apicem pertingens.

Ala posterior (fig. 2) macula ad originem sectoris radii, alia grandi subrotunda ad medium alæ, a radio ultra ramum recurrentem ; fascia stigmali arcuata ex tribus maculis composita. Præterea

FIG. 2
Nosa lupina ♀ Nav. Aile postérieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Paris)

venulæ costales pleræque fusco limbatæ et aliquot guttulæ in seriem longitudinalem ab anastomosi cubiti et postcubiti, atomi pauci marginales ab apice rami obliqui.

Long. corps ♀ 43 mm.
— al. ant. 54 »

Patrie. Haut Dahomey, Cercle de Djougon-Kouandé, Lieu[t] Brot (Mus. de Paris).

OBS. Très voisin du *Nosa tigris* Dalm., surtout par les dessins des ailes ; mais il est plus petit, beaucoup plus obscur, les palpes diverses, presque entièrement noires ; aussi les pattes différentes.

4. **Nosa calceata**, sp. nov. (Fig. 3)

Similis *tigri* Dalm. et *hamatæ* Kolbe.

Caput flavum, fascia transversa lata pone antennas nigra, macula transversa subtriangulari superiore in vertice fusca ; antennis nigris, longis, clava mediocriter dilatata, acuta, primo articulo flavo ; palpis flavis, ultimo articulo maxillarium in duobus tertiis apicalibus nigro ; labialibus haud duplo longioribus, articulo ultimo testaceo, clava fusiformi, fusca. Pili in labro et antennarum basi longi, nigri.

Prothorax flavus, transversus, antice angustatus, pilis fuscis, fascia media longitudinali retrorsum ampliata et quasi triangulari,

Fig. 3
Nosa calceata ♀ Nav. $\frac{1}{1}$ (Mus. de Londres)

ad marginem posticum lateraliter dilatata, fusca. Meso- et metathorax postice fulvo pilosi ; fascia centrali et macula triangulari ad basim alarum anteriorum fuscis. Pleuræ flavæ, albido pilosæ, ad suturas fusco lineatæ. Pectus fusco-ferrugineum.

Abdomen fulvum vel fuscescens, albido pilosum, cercis ♂ fulvo-testaceis, inferne longiter, interne breviter nigro pilosis, dente superno ad finem partis basilaris [1].

Pedes flavi, nigro hispidi ; tibiis intermediis antice ferrugineis, apice tibiarum et tarsis nigris ; calcaribus castaneis, anterioribus tres primos tarsorum articulos subæquantibus ; unguibus castaneis.

Alæ (fig. 3) hyalinæ, apice acutæ, margine externo leviter

(1) Ils sont brisés, la plupart manquent.

sinuato ; reticulatione subtota flava ; stigmate flavo, rufescente ; ad marginem posticum et externum in duobus tertiis apicalibus fusco limbatæ.

Ala anterior venulis multis fusco limbatis : plerisque costalibus in aream subcostalem penetrantibus, propioribus basi ad basim tantum, aliquot radialibus, intercubitalibus et cubitalibus in medio interno, præter ramos a ramo obliquo cubiti procedentes in tertio alæ posteriore, dilutius extrorsum ; punctis ad apicem venularum marginalium. Fasciæ quatuor fuscæ incompletæ : 1ª ad ortum sectorum, nec procubitum attingens ; 2ª ante medium in duas divisa, anteriorem ad radium subrotundam, posteriorem ad cubitos ; 3ª antestigmalis obliqua, usque ad anastomosim cubitorum, nec radium attingens, pone quem binæ guttæ ante stigma ; 4ª apicalis in duas divisa, costalem et mediam.

Ala posterior venis costalibus marginatis, aliquot guttulis in tertio posteriore. Fasciæ quatuor incompletæ : 1ª ad radicem sectoris usque ad cubitum ; 2ª media a radio ultra medium ; 3ª stigmalis in duas divisa, posteriorem subrotundam, prope marginem ; 4ª apicalis aream oblongam ad marginem claudens.

Long. corp. ♂	(sine cerc.)	51 mm.	
— al.	anter.	60	»
— —	poster.	69	»

Patrie. Nigritie, Rosenberg, 1903. Un échantillon ♂ au musée de Londres, communiqué sous le nom de *Palpares submacutatus* Kolbe.

Obs. Les dessins des ailes et la couleur semblent l'éloigner de la *N. tigris* Dalm., avec laquelle elle a beaucoup de ressemblance. La forme des cerci l'approche de *N. hamata* Kolbe, mais les dimensions, la couleur et les dessins l'en éloignent.

5. **Palpares caffer** (fig. 4)

Burm. *Handb.* II, p. 998, n. 23. Hagen, *Stray Notes, Can. Entom.*, 1887, p. 119, n. 7.

Le ♂ a les ailes plus étroites que la ♀, mais les taches semblables. Le prothorax a également la même figure et le même dessin.

Le neuvième segment de l'abdomen du ♂ est prolongé supérieurement en un processus noir, jaune au bout. Les cerci sont arqués supérieurement vus de côté, déprimés vus par dessus, avec une dent obtuse intérieure vers la moitié ; noirs, poilus (fig. 4).

FIG. 4
Palpares caffer ♂ Burm. Extrémité de l'abdomen vue de côté et par dessus (Mus. de Vienne)

Afrique méridionale, Cap, Lorenzo Marquez, Griqualand, Port Elisabeth, Natal (Mus. de Vienne).

6. **Palpares compositus** sp. nov. (fig. 5)

Minor.

Caput nigrum, labro flavo, vertice flavo maculato, palpis fuscis.

Thorax nigro et flavo-testaceo maculatus, vage trilineatus, nigro pilosus.

Abdomen fulvum, nigro breviter pilosum ; duobus primis segmentis et ultimis nigrescentibus ; inferne fuscum ; cercis ♂ recurvis seu superne concavis, cylindricis, fuscis, parallelis et vicinis, breviter pilosis, basi flavidis ; lamina genitali prominula.

Pedes nigro pilosi, femoribus basi, tibiis tarsisque nigris ; calcaribus duos primos tarsorum articulos superantibus unguibusque ferrugineis.

Alæ angustæ, apice subacutæ ; membrana hyalina ; reticulatione pallida, inter maculas fusca, in quarto apicali venulis etiam inter maculas pallidis ; stigmate pallido, vix sensibili.

Ala anterior costa, subcosta, radio, cubito ejusque ramo obliquo subtotis fuscis ; membrana multis guttulis fuscis conspersa, in quarto posteriore et apicali densioribus, in tertio anteriore inter fascias rarioribus ; in area costali plerisque venulis ad extrema fusco limbatis ; aliis maculis majoribus fasciis transversis respondentibus. Fasciæ transversæ tres : basalis obsoleta, solummodo gutta grandiore ad ramum cubiti repræsentata ; antemedia irre-

gularis, ante procubitum angustata, ante marginem in maculas resoluta ; antestigmalis sinuosa, ad radium plena, ante marginem evanescens in guttulas ; stigmalis in duas maculas oblique divisa, utrimque ad margines costalem et externum maculosa.

Ala posterior (fig. 5) venis plerumque fuscis ; tribus fasciis latis fuscis, ad marginem areolam liberantibus ; antestigmalis interne ad medium guttam hyalinam cingente et cum media connexa ;

Fig. 5
Palpares compositus ♀ Nav. Aile posterieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Vienne)

apicali cum anteriore ad marginem continuata et spatium irregulare hyalinum ad marginem costalem relinquente. In area costali a prima fascia retrorsum maculis ad venulas magnitudine decrescentibus, ad basim obsoletis. Pilula disco rufo.

Long. corp. ♀		41	mm.
—	al. ant.	44	»
—	— post.	41	»
—	cerc. (pars apic.)	4	»

Patrie. Afrique méridionale ? Un échantillon ♂ au Musée de Vienne, sans indication de localité, nommé par Brauer *Palpares damarensis* Mac Lachl.

7. **Palpares costatus** sp. nov. (fig. 6)

Flavus. Similis *radiato* Ramb.

Caput flavum, palpis flavis, ultimo articulo labialium longo, superne fusco ; vertice valde fornicato, sulco longitudinali et linea fusco-nigra.

Thorax flavus, flavido pilosus, superne tribus vittis longitudinalibus nigris ; pleuris flavis, stria anteriore obliqua fusca.

Abdomen flavum, pallide pilosum, linea dorsali angusta fusca.

Pedes flavi, robusti, nigro et flavo pilosi ; calcaribus nigris, duos primos tarsorum articulos superantibus ; tarsis fusco-nigris ; unguibus longis, ferrugineis, apice nigris.

Alæ (fig. 6) longæ, membrana leviter flavo tincta, reticulatione plerumque pallida, inter maculas fusca ; stigmate flavo ; margine externo leviter fusco limbato ; maculis fusco-ferrugineis, discalibus medio anteriore tessellatis sive areolatis.

Fig. 6
Palpares costatus ♀ Nav. $\frac{1}{1}$ (Mus. de Vienne)

Ala anterior costa tota fusca, in tertio basilari fusco limbata. Cubitus cum parte basilari furcæ fusco limbatus. Fasciæ ita dispositæ : 1ª basalis macula ad radicem sectoris et striola ramo cubiti parallela repræsentata ; 2ª ante medium duabus maculis, anteriore inter radium et procubitum oblonga, posteriore ad medium alæ subtriangulari ; 3ª post medium tribus maculis irregularibus ; 4ª stigmalis gutta pone radium ; 5ª apicalis stria obliqua sinuosa in apicem alæ attenuata. Præterea striolæ longitudinales præter venas : 1ª anterior inter sectoris ramos, media inter cubitos, 2-3 posteriores pone cubitum.

Ala posterior fascia basilari ad angulum cubiti, præter cubitum introrsum attenuata, ad ramum recurrentem extensa, indeque cum 2ª fascia conjuncta, gutta ad extremum rami cubiti ; 2ª ante medium obliqua, integra, ultra medium alæ extensa, gutta marginali separata ; 3ª post medium in duas maculas divisa, anteriorem angulatam, posteriorem rotundatam, ultra medium alæ 4ª in duas maculas, quarum anterior subrotunda cum macula rectangulari usque ad costam continuatur, posterior obliqua in 5ª apicali in duas fascias latas separata, anteriorem costalem, posteriorem oblongam, obliquam, in apicem finientem.

Long.	corp.	♀	49	mm.
—	al.	anter.	64	»
—	—	poster.	60	»

Patrie. Khartum. Un échantillon au Musée de Vienne, avec l'étiquette *Myrmeleon Pharaonis* Kollit. in Russeger.

8. **Palpares dispar** sp. nov. (fig. 7)

Fulvus, similis *P. Martini* Weele.

Caput facie pallide flava ; palpis fuscescentibus, labialibus articulo ultimo clava pyriformi tenui ; antennis fuscis, ad basim et apice inferne ferrugineis ; vertice fornicato, sulcato, flavo, postice leviter fuscato ; oculis plumbeis.

Thorax albo pilosus, superne flavus, fusco trilineatus, in mesonoto alia lineola laterali interjecta, inferne fusco violaceus.

Abdomen fulvum, albo pilosum, in ♂ longius, medio apicali lateraliter et infra fuscatum ; cercis ♂ fulvis, interne fuscis, fusco pilosis, ad basim geniculatis, sursum tendentibus, dein rectis, apicem versus modice incrassatis, obtusis.

Pedes fusco violacei, tibiis initio pallidioribus, tarsis unguibusque obscurioribus ; calcaribus duos primos tarsorum articulos superantibus.

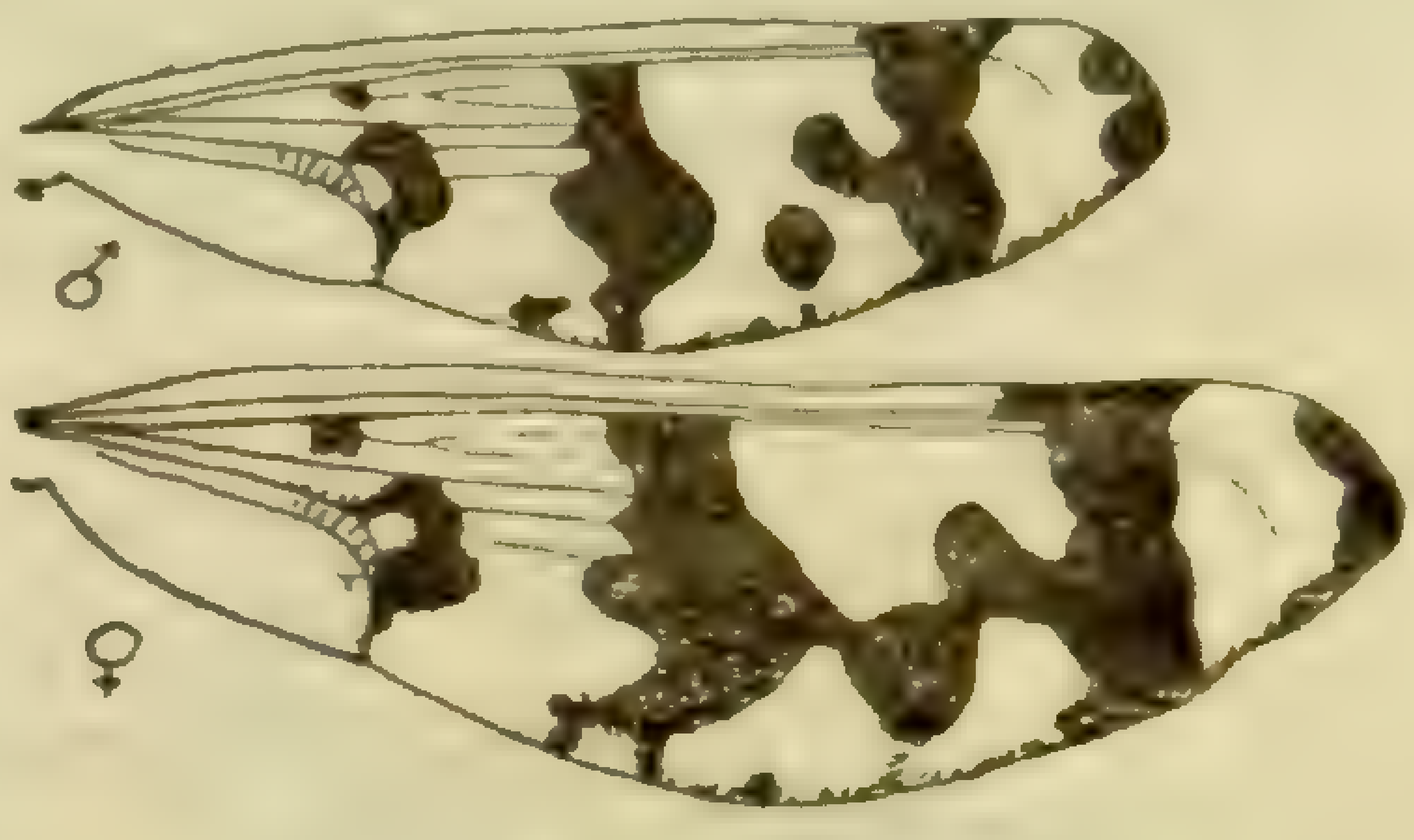


Fig. 7
Palpares dispar Nav. Aile postérieure, ♂ ♀ ¦ (Coll. m.)

Alæ angustæ, latiores in ♀, reticulatione subtota albida ; membrana hyalina, fusco maculata, magis in ♀ ; stigmate albido ; apice obtuse rotundato ; margine externo anguste et leviter fusco limbato.

Ala anterior venulis costalibus plerisque, aliquot radialibus, intercubitalibus et cubitalibus anguste fusco limbatis ; multis guttulis fuscis in tertio posteriore, stria fusca parallela ramo obliquo et externa, a margine fere ad medium alæ. Fasciæ quatuor incompletæ : 1ª tribus maculis, duabus ad radium, tertia intercubitali ; 2ª ante medium, a radio ultra alæ medium ; 3ª post medium

brevior, a radio ad procubitum ; 4ª apicalis ultra stigma, utrimque ad margines macularis, apice ipso late hyalino, guttulis fuscis resperso. Reticulatio etiam inter maculas pallida.

Ala posterior (fig. 7) quatuor fasciis : 1ª basali guttula ad sectoris originem et macula reniformi ad furcam cubiti et ortum rami recurrentis ; 2ª ad medium a radio, ampliata post medium, attenuata vel obsoleta aut divisa ad marginem ; 3ª stigmali completa a costa ad marginem, ad medium interne ramum antrorsum emittente, cum macula subrotunda media conjuncta et cum præcedente fascia continuata vel sejuncta ; 4ª apicali angusta, interne sinuata. Pilula ♂ disco transverso, ferrugineo.

		♂	♀
Long.	corp.	60 mm.	46-50 mm.
—	al. anter.	44 »	52-52 »
—	— poster.	40 »	49-50 »
—	abdom.	49 »	33-36 »
—	cerc.	5'4 »	

Patrie. Égypte, Pyramides, Rolle, Berlin (Coll. m.).

9. **Palpares extensus** sp. nov. (fig. 8)

Testaceus, fusco pictus.

Caput sublæve ; facie flava ; palpis fuscis, ultimo articulo longo,

Fig. 8
Palpares exstensus ♀ Nav. $\frac{1}{1}$ (Mus. de Londres)

leviter arcuato, clava dimidium apicale tenente, pyriformi, apice obtusa ; vertice pone antennas flavo, superne testaceo obscuro, fascia longitudinali maculisque callosis anticis fuscis ; antennis nigris (maxima pars deest).

Thorax albo pilosus, inferne fuscus, ferrugineo notatus, superne testaceo-ruber, fusco-nigro trifasciatus, fascia media latiore.

Abdomen testaceum, albo pilosum, inferne fuscum, superne tribus fasciis longitudinalibus fuscis, media in duas longitudinaliter divisa ; apice fusco.

Pedes fusco ferruginei, pilis nigris longis, albisque brevibus crebrisque vestiti ; calcaribus anterioribus apicem secundi tarsorum articuli haud attingentibus ; tarsis unguibusque fuscis.

Alæ (fig. 8) longæ, apice subacutæ, membrana hyalina, reticulatione fusca, per plagas alba, præcipue in disco in parte anteriore ante cubitos et ad marginem posteriorem ; stigmate rufescente.

Ala anterior fasciis brevibus : 1ª ab origine sectoris ad cubitum ; 2ª ante medium, a radio ultra cubitum, areolata ; 3ª ante stigma a sectore ad cubitum, ad ramum obliquum rami sectoris subevanescente ; 4ª apicali longitudinaliter interrupta, portione anteriore duabus maculis, posteriore stria oblonga. Stria obliqua ad apicem postcubiti, alia ad medium marginis posterioris, ex qua linea macularis ex atomis totum marginem usque ad apicem ambiens ; inter ipsam et margines rami densi fusco striati. Præterea aliquot venulæ fusco limbatæ : radiales pleræque ad basim, intercubitales, cubitales in medio basilari, marginales posteriores ad apicem.

Ala posterior fascia 1ª duabus maculis exiguis indicata, ad originem sectoris et inter cubitos ; 2ª a radio ad marginem, partim areolata, initio lata, post medium fortiter utrimque ampliata, ad marginem fortiter angustata ; 3ª stigmali a costa lata, post medium ampliata, furcata sive lobata, cum maculis grandiusculis fasciam ante marginem formantibus conjuncta ; 4ª apicali longitudinaliter in duas strias divisa. Præterea atomi aliquot in area apicali, ad ramum recurrentem, ante apicem rami obliqui ; striola ad ramos marginales.

Long. corp.	♀	52	mm.
— al. anter.		64	»
— — poster.		61	»

Patrie. Afrique orientale anglaise, C. S. Betton, 20 avril 1897. Un échantillon ♀ au Musée de Londres.

Obs. L'aspect général et la taille l'assimilent au *P. immensus* Mac Lachl., mais la couleur et les dessins des ailes postérieures l'en éloignent beaucoup.

10. **Palpares formosus** Banks

Ann. of Entom. Soc. of America, 1911, p. 4

Un échantillon ♀ du Musée de Vienne avec l'étiquette « Cap. b. sp. Cradocock » se conforme entièrement à la description du *formosus,* mais les dimensions semblent un peu plus grandes.

Longueur du corps et de l'aile antérieure 45 mm., de l'aile postérieure 42 mm.

Les antennes sont noires, la massue assez dilatée ; les pieds plutôt longs et grêles, les éperons égalant les deux premiers articles des tarses, le premier étant allongé, à peu près double du deuxième.

11. **Palpares geniculatus** sp. nov. (fig. 9)

Caput læve, flavum ; palpis fuscis, labialibus triplo longioribus quam maxillaribus, duobus articulis ultimis subæqualibus, ultimo clava elongata, tertium apicale tenente, obtusa ; antennis fuscis, articulo basilari flavo, clava forti, apice acuta ; vertice fornicato, sulcato, linea fusca longitudinali ; oculis fuscis.

Prothorax transversus, flavus, fusco trifasciatus, pilis anterioribus flavidis, lateralibus nigris. Meso- et metanotum flava, fusco trifasciata, fascia laterali lata, inter ipsam et mediam alia tenui interjecta in metanoto ; pilis posterioribus albidis, longitudine mediocribus. Pectus fusco ferrugineum, albido pilosum.

Abdomen fulvum, in medio apicali fuscescens, breviter albo pilosum. Cerci ♂ (fig. 9) longi, fulvi, fusco pilosi, parte basilari crassiore, sinuata, medium longitudinis haud tenente, parte apicali recta, sensim attenuata, apice fusco.

Pedes fusci, genibus flavis ; pilis longis nigris, aliis albis brevibus vestiti ; calcaribus duos primos tarsorum articulos superantibus.

Alæ fusco maculatæ, reticulatione albida, inter maculas fusca ; stigmate flavido.

Ala anterior in medio posteriore atomis guttisque fuscis conspersa, ad marginem ultra rami cubiti apicem grandioribus ; venulis costalibus plerisque fusco limbatis, basi propioribus exceptis, sequentibus aliquot tantum ad extrema ; aliquot radialibus ad radium. Fasciæ tres manifestæ : basalis obsoleta, macula ad ortum sectoris indicata ; 1a ante medium incompleta, a radio ultra

medium alæ, ad cubitum angustata ; 2ª post medium a subcosta fere ad marginem, sed ad cubitos interrupta, ad marginem macularis ; 3ª apicalis completa, sinuosa, ad utrumque marginem macularis, ab apice remota, in cujus spatio guttulæ fuscæ.

Ala posterior (fig. 9), tribus fasciis manifestis : basali obsoleta,

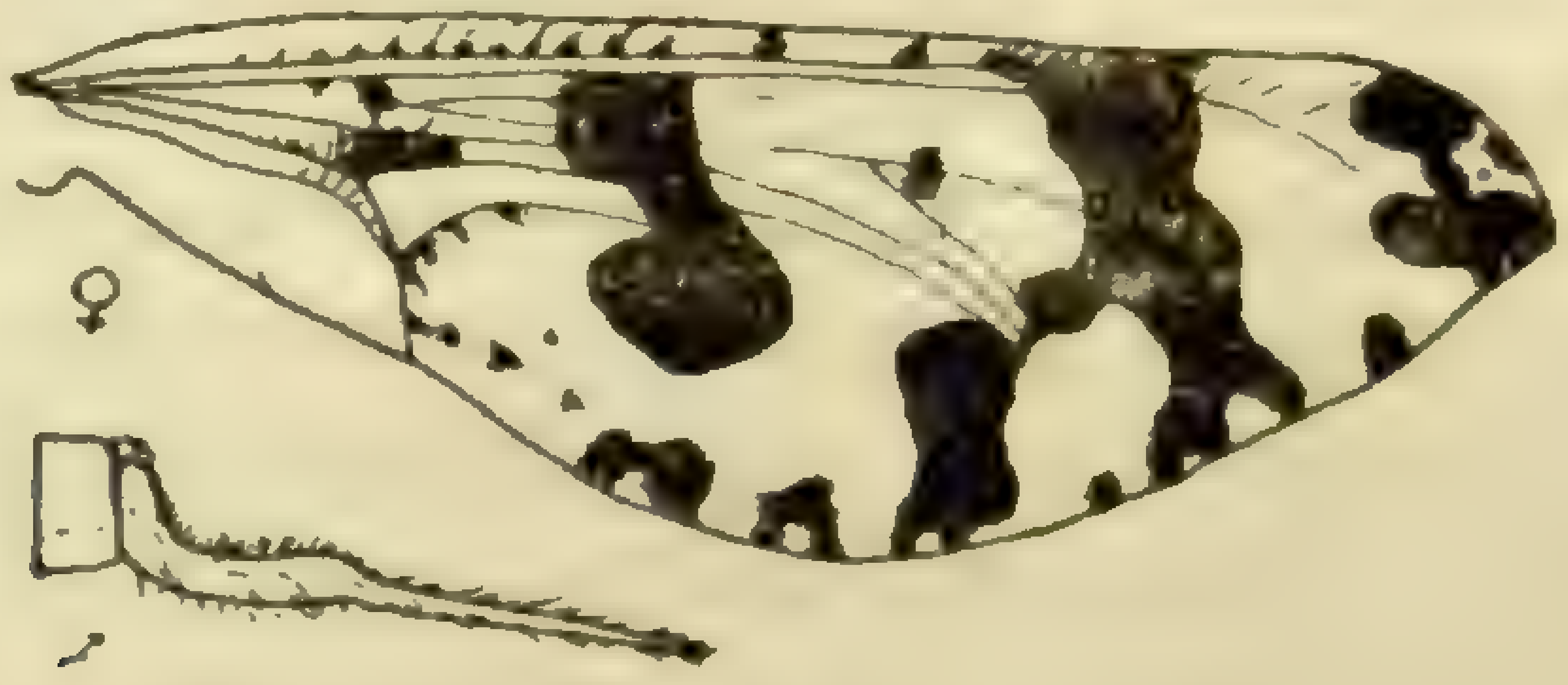


FIG. 9

Palpares geniculatus Nav. Aile postérieure ♀ ½ et extrémité de l'abdomen ♂ (Coll. m.)

duabus guttis, ad ortum sectoris et inter cubitos indicata ; 1ª ante medium a margine ultra medium alæ, lata ad cubitum angustata, apice reniformi; 2ª stigmali a costa ad marginem, obliqua, ad marginem breviter bi-trifurcata, post medium ramum internum curvum retrorsum emittente in ♀, in ♂ a fascia sejunctum ; 3ª apicali sinuosa, fascia anteriore et posteriore tractu unitis et spatium hyalinum supra apicem relinquentibus. Præterea aliquot venulæ costales ad medium areæ fusco limbatæ, aliquot guttulæ prope marginem posteriorem. Pilula ♂ parva, disco ferrugineo.

	♂	♀
Long. corp.	45 mm.	44 mm.
— al. ant.	54 »	57 »
— — post.	59 »	53 »
— cerc.	12 »	

Patrie. Agami (Afrique orientale ?). Un couple dans ma collection, de la maison Rolle, de Berlin.

12. **Palpares lentus** sp. nov. (fig. 10)

Caput labro flavo ; palpis ferrugineis, ultimo articulo fusco, labialium longo, clava longa, pyriformi ; fronte fusca ; antennis fuscis, clava elongata, mucronata ; vertice fornicato, sulcato, fascia longitudinali nigra, antice utrimque nigro puncto adjuncto, ad medium dilatata.

Thorax flavidus, albo pilosus. Prothorax antice angustatus, marginibus nigro pilosus, fascia longitudinali lata, laterali angusta, fusco-nigris. Meso- et metanotum fascia centrali et macula scapulari fuscis ; in mesonoto præterea lineola laterali interjecta.

Abdomen fulvum, albido pilosum, atomis fuscis ad pilorum basim, apice pilis nigris ; primo articulo superne fascia longitudinali et macula laterali fuscis.

Pedes testaceo-ferruginei, nigro pilosi ; calcaribus anterioribus duos primos tarsorum articulos longe superantibus ; tarsis ferrugineis.

Alæ latæ, apice elliptice rotundatæ, membrana hyalina leviter fulvo tincta ; reticulatione subtota fusca ; stigmate flavido.

Ala anterior aliquot atomis respersa, prope marginem crebrioribus, in tertio anteriore pone radium seu inter fascias nullis ; in area costali aliquot maculis rectangularibus, venulis fusco limbatis, apicem versus grandioribus. Fascia basilaris a radio usque ad marginem, præter ramum obliquum cubiti angustissima, subinterrupta, gutta ad originem sectoris a radio ad procubitum ;

Fig. 10
Palpares lentus ♀ Nav. Aile postérieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Londres)

2ª fascia ante medium oblonga, a radio ultra medium alæ, postice rotundata ; 3ª antestigmalis cum maculis costalibus continuata, obliqua, ultra medium usque ad marginem diluta et in atomos ferme dissoluta ; 4ª apicalis in duas stria longitudinali divisa, ad marginem externum diluta, spatium apicale liberans atomis fuscis respersum.

Ala posterior (fig. 10) maculis costalibus aliquot fuscis ; 1ª fascia basalis a radio usque ad cubitum latior, mox ad apicem rami obliqui angustissima ; 2ª lata a radio ad marginem, ubi triramosa et introrsum arcuata ; 3ª stigmalis a costa ad marginem, ubi ramosa, ad medium stria intercubitali introrsum producta ; 4ª apicalis ad utrumque marginem dirupta, interne sinuosa, externe

ab apice remota. Aliquot striæ marginales, insignior pone striam intercubitalem.

Long.	corp. ♀	43	mm.
—	al. anter.	61	»
—	— post.	58	»
Lat.	— ant.	19	»
—	— post.	18	»

Patrie. Kalahar Desert (Afrique), R. 9. Cuningham (Mus. de Londres).

13. **Palpares nigrita** sp. nov. (fig. 11)

Similis *tristi* Hag.

Caput flavum, lineola ad clypei latera fusca ; palpis maxillaribus testaceis, labialibus fuscis, articulo ultimo longo, extrorsum leviter arcuato, clava ad apicem pyriformi, apice obtuso ; vertice vitta longitudinali fusca ; antennis nigris, clava longa, mediocriter ampliata, apice acuta.

Thorax flavus, superne fusco trifasciatus, inferne ad coxas fusco lineato, pilis albidis.

FIG. 11
Palpares nigrita ♀ Nav. Aile postérieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Londres)

Abdomen testaceum, ad apicem obscurius, pilis pallidis.

Pedes flavi, nigro pilosi, femoribus inferne fusco-ferrugineis ; tibiis apice et tarsis totis, calcaribus duos primos tarsorum articulos superantibus, unguibus fusco-nigris.

Alæ membrana hyalina, reticulatione pallida, inter maculas fusca ; ultra medium ampliatæ ; stigmate flavescente ; fasciis guttisque (exceptis apicalibus) tessellatis, colore fulvo-ferrugineo in membrana, fusco in venis venulisque (ut in *tessellato* Ramb.).

Ala anterior tota guttis subrotundis sparsa, raris inter fascias, crebrioribus in medio posteriore, majoribus in areis costali et radiali. Fascia antemedia a radio ultra medium alæ interrupta, parte posteriore majore ; fascia antestigmalis a sectoris ramo ultra

medium, spatio hyalino præter et ante cubitorum anastomosim ; fascia apicalis bis in utrumque latus sinuosa, apicem haud attingens.

Ala posterior (fig. 11) præter maculas costales, paucis notis in disco fuscis : tribus distinctis ad ortum sectoris, rami obliqui et rami recurrentis ; guttis grandioribus elongatis ad marginem; fascia media initio pone radium angustata, vix radium attingens, ultra medium alæ producta, introrsum in ferrum equinum arcuata ; stigmalis irregularis, biloba, retrorsum triramosa, seu ramis tribus (externo sejuncto) in marginem continuata ; apicalis stria media in apicem ipsum continuata.

Long. corp. ♀ 46 mm.
— al. anter. 58 »
— — poster. 56 »

Patrie. Niger supérieur, Jebba, Dr Christy (Mus. de Londres).

14. **Palpares nigrita** Nav. var. **senegalensis** nov.

Obscurior, minor.

Abdomen fuscescens.

Maculæ alarum fusco-ferrugineæ, reticulatione inter ipsas fusca.

Ala anterior fascia antemedia haud interrupta ; antestigmali longiore, sectorem attingente.

Ala posterior fascia media radium attingente, initio haud angustata ; stigmali latiore, haud angustata.

Long. corp. ♀ 40 mm.
— al. anter. 55 »
— — poster. 56 »

Patrie. Sénégal, Dakar, Waterlot, 1905 (Mus. de Paris).

15. **Palpares nyicanus** Kolbe

Die Netzflugler Deutsch-Ost-Afrikas, 1897, p. 11, fig. 6.

La vue de deux exemplaires parfaits du musée de Vienne me permettra de compléter la description de M. Kolbe.

Antennæ nigræ, longæ, ad apicem mediocriter dilatatæ.

Abdomen testaceum ; apice fuscescens, inferne obscurius, superne fascia laterali fuscescente. Cerci testacei, nigro pilosi.

Pedes testacei, tibiarum apice et tarsis nigris.

		♂	♀
Long. corp.		46 mm.	44 mm.
—	al. anter.	55 »	58 »
—	— poster.	56 »	58 »
—	cerc.	5 »	

Patrie. Kigonsera (E. Afrique), J. N. Ertl.

16. **Palpares nudatus** sp. nov.

Flavus. Similis *nyicano* Kolbe.

Caput flavum, antennis nigris, vitta nigra in vertice et occipite.

Thorax flavus, nigro superne trivittatus, flavo pilosus, inferne nigro maculatus.

Abdomen nigrum, fascia dorsali flava et laterali ad connectivum ; vel flavum, inferne et lateraliter nigrum ; ultimis segmentis apice flavis.

Pedes rubri, apice tibiarum et tarsis nigris ; calcaribus ferrugineis, tres primos tarsorum articulos æquantibus.

Alæ ad medium ampliatæ, apice acutæ, membrana leviter et sordide flavo tincta ; reticulatione subtota flavida, inter maculas fusca ; stigmate exiguo, flavescente, fascia apicali obliqua, angusta, in ipsum apicem desinente, fusca ; nullis aliis fasciis transversis manifestis.

Ala anterior multis venulis fuscis angusteque fusco limbatis : plerisque costalium, radialium, intercubitalium, cubitalium ; aliis in disco pone cubitum et ad marginem series longitudinales formantibus ; fere omnibus venulis ad marginem posteriorem et exteriorem ; in regione apicali et stigmali densis atomis, spatio hyalino a fascia obliqua discretis.

Ala posterior similiter picta, maculis crassioribus in areis costali er radiali, paucioribus in disco et margine, in series breves magis dispositis ; ad medium vestigium maculæ tessellatæ ; quarto basilari fere maculis libero a radio ad marginem, exceptis quinque atomis marginalibus et uno antemarginali.

Long. corp.	♀		43 mm.
—	al.	anter.	52 »
—	—	poster.	51 »

Patrie. Afrique orientale, Baumann. Ikona. Le type au Musée de Vienne.

Obs. Par la grandeur et la couleur, et surtout par les taches des ailes et la bande oblique apicale de celles-ci on pourrait croire cette espèce une variété du *nyicanus* Kolbe à ailes moins tachetées ; mais la disparition complète des bandes transverses des ailes et les autres différences faciles à reconnaître m'ont empêché de réunir les deux formes sous une seule espèce.

Les antennes sont plus courtes et proportionnellement plus fortes, l'abdomen plus court et plus gros, les pattes plus rouges, toutes les taches bordant les veinules des ailes beaucoup plus étroites, simulant plutôt des stries que de vraies taches ou atomes arrondis.

17. **Palpares ornatus** sp. nov. (fig. 12)

Caput flavum, palpis fuscis, fronte macula grandi subquadrata ante antennas nigra ; vertice vitta nigra longitudinali, antice- et postice- ampliata- in **I**.

Thorax flavus, superne nigro trifasciatus, inferne nigro maculatus, pilis flavidis.

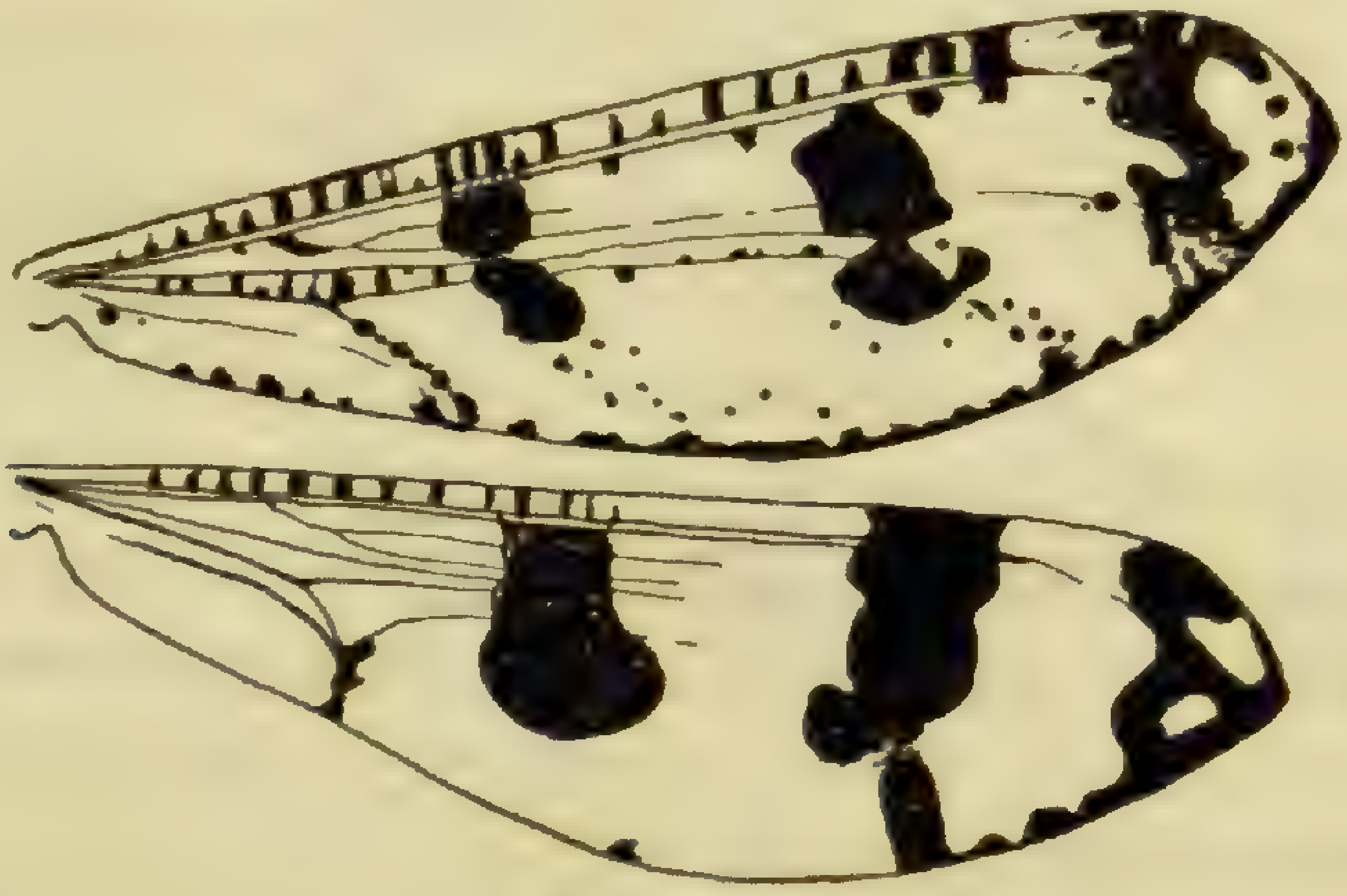


Fig. 12
Palpares ornatus ♀ Nav. $\frac{1}{1}$ (Mus. de Vienne)

Abdomen fuscum, duobus primis segmentis desuper duobus punctis flavis notatis, ultimis apice flavis ; pilis ad basim flavidis.

Pedes nigri, nigro hispidi ; calcaribus castaneis, duos primos tarsorum articulos superantibus.

Alæ (fig. 12) ultra medium ampliatæ, apice subacutæ ; membrana flavo leviter tincta ; stigmate sulphureo ; reticulatione sub-

tota flavida, inter maculas fusca, sed in quinto apicali venulis etiam inter maculas flavis ; costa, radio et cubito cum ejus ramo in tertio basilari fuscis.

Ala anterior margine toto ab extremo sectoris cubiti usque ad apicem fusco limbato ; area costali maculis ad plerasque venulas fuscis; area radiali aliquot maculis præter radium; aliquot guttulis exiguis inter cubitos, præter ramum obliquum cubiti, ad marginem posticum, in disco ad mediam partem posteriorem. Fasciæ fuscæ incompletæ : basalis obsoleta, solum gutta ad radicem sectoris ; 2ª ante medium ferme in duas divisa tessellatas, posteriore ultra medium alæ extensa ; 3ª antestigmalis item subdivisa, ad tertium posterius pertingens ; 4ª apicalis irregularis, sinuosa, ab apice spatio hyalino separata, retrorsum ramosa aut subevanida.

Ala posterior multo simplicior, maculis areæ costalis in medio interno, alia ad anastomosim postcubitalis usque ad marginem posteriorem exigua aut evanescens. Fasciæ tres : media lata, ad quartum posterius alæ pertingens, retrorsum latior et rotundata ; stigmalis sinuata, retrorsum attenuata et striam latam usque ad marginem emittens ; apicalis sinuosa, duo spatia hyalina utrimque ad apicem claudens, margine ipso apicis fusco in fasciam stigmalem postice excurrente.

Long. corp.		♀	48	mm.
— al.	ant.		62	»
— —	post.		61	»

Patrie. Tabora, Afrique orientale, Dr Fischer, 1892 (Mus. de Vienne).

18. **Palpares pardus** Ramb. var. **stellata** nov.

A typo differt :

Alis maculis pallidioribus, quasi tessellatis, reticulatione fusca inter ipsas visibili ; maculis minoribus frequentioribus, præcipue in ala anteriore angulosis et stellatis.

Patrie. Ceylan. Un échantillon ♂ au Musée de Vienne. Novara 57-59. Palpares pardus Rbr. det. Brauer.

Long. al. ant.	♂	46	mm.
— — post.		45'5	»

Obs. Les taches des ailes chez le type sont plus rondes et plus

brunes, de sorte que la réticulation est plus visible entre elles ; le contraire arrive chez la variété de Ceylan. En outre le brun des petites taches est presque réduit à la réticulation, ce qui leur donne un aspect anguleux ou étoilé.

19. **Palpares torridus** sp. nov. (fig. 13)

Fuscus, alis latis.

Caput nigrum, labro et tuberculis antenniferis flavis ; palpis fuscis ; antennis nigris, clava elongata, forti ; oculis fuscis.

Thorax fuscus, fulvo pilosus, maculis ferrugineis varius.

Abdomen fuscum, basi albido pilosum.

Pedes totaliter nigri, nigro hispidi ; calcaribus duos primos tarsorum articulos æquantibus aut superantibus ; unguibus longis, divergentibus.

Alæ latæ, apice parabolice rotundatæ, fusco maculatæ, maculis in medio interne tessellatis ; stigmate albido.

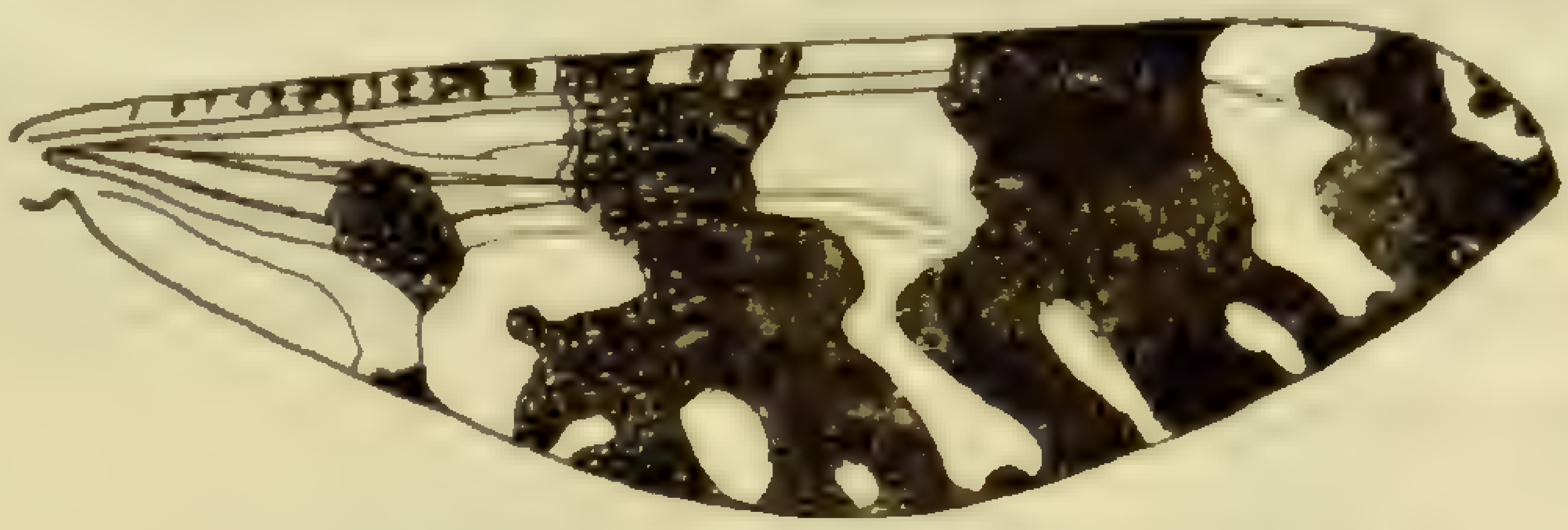


Fig. 13.
Palpares torridus ♀ Nav. Aile postérieure $\frac{1}{1}$ (Mus. de Vienne)

Ala anterior reticulatione plerumque flavo-testacea, inter maculas fusca ; membrana leviter flavido sordide tincta ; venulis costalibus et intercubitalibus in tertio basilari fusco limbatis ; in area costali maculis aliquot ante et post stigma ; area cubitali tota venulis fusco limbatis, externe latius et fere toto campo fuscato ; venulis aliquot marginalibus ad marginem fusco limbatis ; paucis guttulis in disco et ad axillam rami cubiti ; toto campo marginali ab extremo cubiti ad apicem maculis cuneiformibus introrsum angustatis et dilutioribus, ex maculis inter se connexis formatis, striis pallidis inter se separatis. Fasciæ fuscæ ita dispositæ : 1ª basilaris in guttam reducta ad originem sectoris ; 2ª ante medium a radio ultra medium alæ, apice cum tribus maculis cuneatis continuata ; 3ª ante stigma latior, item postice cum maculis cuneatis connexa ; 4ª apicalis stria obliqua hyalina in duas divisa. Gutta rotundata pone radium ante stigma.

Ala posterior (fig. 13) membrana hyalina, albida ; reticulatione pallida, inter maculas fusca ; venulis in medio apicali etiam inter maculas pallidis ; venis subtotis fuscis. Area costalis usque ad medium maculata. Fasciæ tres completæ latæ : 1ª ante medium retrorsum ampliata, tres cellulas marginales hyalinas claudens ; 2ª stigmalis similiter ampliata, ad marginem cum præcedente et sequente continuata, duasque cellulas marginales oblongas claudens ; 3ª apicalis retrorsum ampliata et areolam exiguam marginalem externam liberans, ad marginem anteriorem spatium latum hyalinum relinquens in quo duæ guttæ marginales. Præterea gutta ingens oblonga in angulo rami obliqui et guttula marginalis ad ejusdem rami apicem.

Long.	corp.	♀	50	mm.
—	al.	anter.	66	»
—	—	poster.	64	»
Lat.	—	anter.	21	»
—	—	poster.	19	»

Patrie. Afrique orientale, région du Kilimandjaro, Dr O. Baumann; 1896. Un échantillon ♀ au Musée de Vienne.

20. **Palparellus** gen. nov.

Avec les espèces de *Palpares* du groupe *spectrum* comprenant aussi *astutus* Walk., *flavofasciatus* Mac Lachlan, *genialis* Péring., *ovampoanus* Péring., *nyassanus* Nav. et *latro* Nav. on peut former un genre nouveau. Les caractères sont plus faciles à saisir par la vue qu'à exprimer par écrit. Je tâcherai pourtant de les préciser.

Statura minor.

Antennæ clava dilatata, thoraci longitudine subæquales. Palpi labiales articulo ultimo longo, apice fusiformi elongato.

Abdomen ala posteriore brevius.

Pedes mediocres, calcaribus subrectis, longitudine duos primos tarsorum articulos excedentibus ; tarsis longis, articulo primo longiore quam secundo, intermediis subæqualibus, quinto ceteris æquilongo vel longiore.

Alæ elongatæ, membrana tincta, opaca maximam partem ;

reticulatione densa, areolis plerisque rectangularibus ; abunde maculatæ.

Cetera ut in *Palpare.*

Le type de ce genre est le *spectrum* Ramb.

21. **Palparellus mistus** sp. nov. (fig. 14)

Similis *flavofasciato* Mac Lachl.

Caput fronte nigra, labro flavo, palpis nigris, antennis nigris, clava dilatata, scrobe flava ; vertice fusco, oculis fuscis, occipite testaceo.

Thorax fuscus, superne fascia media lata testacea.

Abdomen testaceo-fulvum, fulvo pilosum, inferne fuscum, superne ad extremum fuscum, margine segmentorum testaceo-fulvo.

Pedes nigri, nigro pilosi ; calcaribus castaneis, duos primos tarsorum articulos superantibus ; unguibus castaneis.

Ala anterior membrana flavo tincta, ad medium dilutius, saturate fusco maculata. Area costalis subtota fusca, ad subcostam colore interrupto. Margo posterior et exterior fusci, hic latius, guttis flavis crebris. Fasciæ fuscæ transversæ ita dispositæ : 1ª basalis ab origine sectoris radii ad apicem rami cubiti, retrorsum

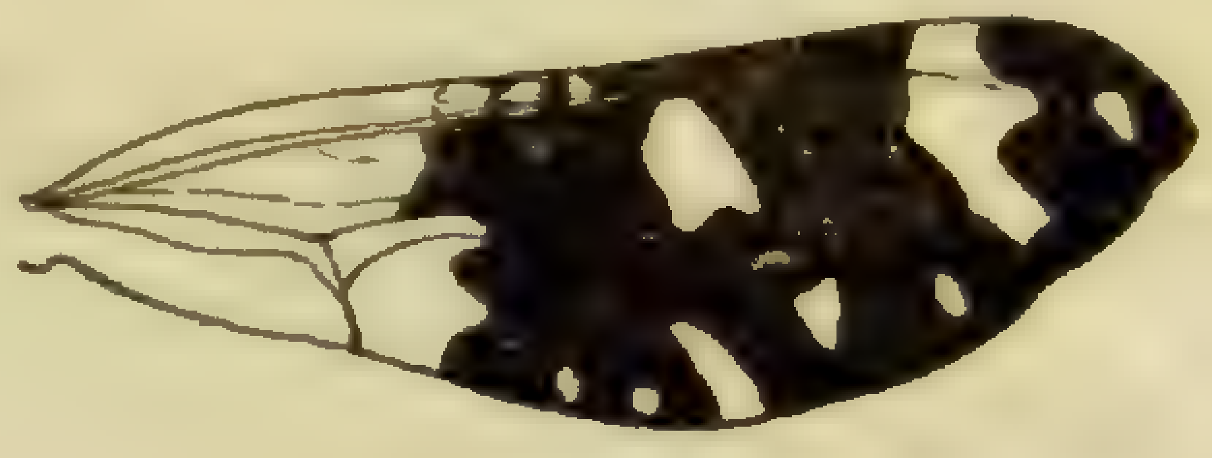


Fig. 14
Palparellus mistus ♀ Nav. Aile postérieure 1/1 (Mus. de Vienne)

præter tres cubitos areas procubitalem et cubitalem implens, postcubitalem invadens ; in area cubitali serie punctorum flavorum ; 2ª ante medium obliqua, interne a prima fascia obliqua angusta, a radio ad marginem divisa, externe vaga et ad cubitos cum sequente conjuncta ; 3ª ante stigma retrorsum angustata, cum limbo marginis conjuncta ; inter utramque duo spatia grandia, irregularia, albida ; 4ª stigmalis angusta, irregularis, pone radium subinterrupta, ad limbum marginalem cum apicali continuata ; 5ª apicalis plena, guttis flavidis ad apicem, interne fascia obliqua flava a costa ad limbum marginalem limitata.

Ala posterior (fig. 14) membrana albida, in tertio basilari hyalina ; fasciis tribus completis a costa ad marginem oppositum : 1ª media lata, ad costam maculari, ad marginem duas cellulas liberante, ad medium cum sequente late conjuncta ; 2ª stigmali, ad marginem spatium et guttam cingente et cum apicali continuata ; 3ª apicali lata, areola libera ante apicem.

Long. corp. ♀	33	mm.
— al. ant.	40	»
— — post.	38	»

Patrie. Afrique méridionale ? Un échantillon ♀ au Musée de Vienne, avec cette étiquette : Heyne, 1877, spectrum, det. Brauer. Il appartient certainement au groupe du *spectrum,* mais il est bien différent ; il suffit de voir la description de Rambur. Je l'ai comparé aussi au vrai *spectrum,* existant dans ma collection.

22. Genre **Palparidius** Péringuey

Annals of Sout Afr. Museum, 1910, p. 440.

Ce genre, créé par Péringuey (l. c.) avec une caractéristique courte a été identifié par Banks (Annals Entom. Soc. of America, 1911, p. 28) avec le genre *Echthromyrmex* Mac Lachl. (Journ. of Linn. Soc. London, 1867, p. 242), fondé aussi avec peu de caractères sur une espèce d'Asie.

Je trouve pourtant que la plupart des caractères assignés par Mac Lachlan à son genre *Echthromyrmex* ne conviennent guère aux espèces du *Palparidius* Pering., notamment les suivants : « Antennæ graciles clava acuminata. Alæ ad apicem valde dilatatæ, rotundatæ... venulis transversalibus pernumerosis ; areolis fere quadratis. Pedes breves, valde spinosi, calcaribus tarsorum articulo primo æqualibus ; plantula magna, penicillata. » Je suis donc contraint de séparer les deux genres et conséquemment de retenir le *Palparidius* Péring.

Seulement j'expliquerai la caractéristique du *Palparidius* en prenant pour type l'espèce nouvelle que j'ai sous les yeux et dont la description va suivre, et en utilisant en même temps quelques caractères indiqués par Banks.

Palparidius Pering.

Antennæ mediocres, clava dilatata, obtusa, brevissime mucronata. Palpi labiales articulo ultimo longo, apice clavato, obtuso.

Abdomen cylindricum, cercis ♂ longissimis.

Pedes mediocres vel graciles, calcaribus anterioribus duos primos tarsorum articulos æquantibus, posterioribus metatarsum superantibus ; tarsis longis, primo articulo secundo subduplo longiore, intermediis subæqualibus, quinto duos primos superante ; unguibus longis, plantula parva.

Alæ maculatæ, angustæ ; area costali uniareolata ; areis postcubitali et axillari simplicibus, seu uniareolatis.

Ala posterior venula ante sectorem ; cubito et postcubito concavis, hoc nullo ramo recurrente prædito, furca cubiti indistincta.

Habitat. Afrique méridionale.

Type : le *Palparidius festivus* sp. nov.

Ainsi constitué le genre *Palparadius* comprend les espèces suivantes :

Palparidius capicola Péring.
— *concinnus* Péring.
— *fascipennis* Banks.
— *festivus* sp. nov.

23. **Palparidius festivus** sp. nov. (fig. 15)

Caput nigrum, labro flavo, palpis flavis, apice segmentorum interne saltem fusco ; occipite testaceo, fusco maculato ; antennis nigris.

Thorax sublævis. Prothorax transversus, antice parum angustatus, testaceus, tribus fasciis fuscis a sulco ad marginem posticum. Meso- et metanotum testacea, tribus fasciis fusco-nigris. Pectus nigrum.

Abdomen flavo-testaceum, inferne fuscum, superne fascia laterali fusca, primo segmento subtoto fusco.

Pedes femoribus externe fusco-nigris, interne flavis ; tibiis inferne nigris, superne flavis ; tarsis flavis, apice segmentorum nigro ; calcaribus unguibusque ferrugineis.

Alæ (fig. 15) apice elliptice rotundatæ ; membrana hyalina, reticulatione pallida ; venis radiali, cubitali et postcubitali in medio basilari fuscis ; stigmate flavido.

Ala anterior area costali aliquot venulis ad medium juxta subcostalem fusco limbatis, aliquot ultra medium latius sed dilutius limbatis, maculam efficientibus ; puncto ad originem sectoris, atomis præter cubitum ejusque ramum obliquum, præter venulas marginales posteriores et prope marginem posteriorem et externum. Fasciæ tres ita dispositæ : 1ª ante medium obliqua, angusta, a radio ultra medium alæ ; secunda in disco in formam ferri equini, concavitate interna ; 3ª ante apicem in duas divisa, anteriorem in area apicali, posteriorem in striam longitudinalem ad medium, vix ultra radium protensam.

Fig. 15
Palparidius festivus ♀ Nav. Ailes de la gauche $\frac{1}{1}$ (Mus. de Vienne)

Ala posterior area costali ad medium aliquot venulis basi limbatis ; puncto ad originem sectoris ; toto margine externo fusco limbato. Fasciæ tres fuscæ ita dispositæ : 1ª ad medium alæ, margini posteriori propinquior subrotunda, interne concava, in formam ferri equini ; 2ª stigmalis in duas divisa, anteriorem grandem, in primo tertio a costa, posteriorem sinuatam et cum limbo marginis continuatam ; 3ª apicalis sinuosa ultra radium, areolam maginalem anteriorem complectens, in qua atomi fusci

Long. al. ant. ♀ 43 mm.
— — post. 40 »

Patrie. Damara (S. Afr.). Un échantillon ♀ au Musée de Vienne.

24. **Dimares nummatus** sp. nov. (fig. 16)

Similis *formoso* Banks.

Caput fuscum, facie punctis flavis ; labro flavo ; palpis fuscis, clava brevi, obtusa.

Prothorax flavescens, tribus lineis longitudinalibus, duabus

transversis, anteriore ad medium breviore et angustiore, posteriore ad marginem posticum longiore et latiore. Meso- et metanotum fusca, duabus lineis flavis, vel flavum tribus fasciis longitudinalibus fuscis, interruptis. Pectus subtotum fuscum, ad alarum insertionem flavum.

Abdomen fusco-ferrugineum in medio basilari, fuscum in medio apicali.

Pedes flavi, calcaribus testaceis, primum tarsorum articulum æquantibus vel superantibus ; tarsorum articulis apice anguste fusco annulatis.

Alæ hyalinæ, angustæ, ultra medium ampliatæ, apice subacutæ, reticulatione subtota fusca, venulis aliquot pallidis.

Ala anterior tribus fasciis transversis fuscis distincta : apicali lata, duas maculas hyalinas ad utrumque apicis latus liberantibus, inter et ante illas pallescente ; stigmali ab apicali parum distante et ad radium cum illa conjuncta, utrimque sinuosa, ad marginem fuscata, ramo interno pallidiore ; postmedia obliqua, angustiore, a costa ad marginem posteriorem, in parte anteriore obscuriore, a cubitis pallidiore et quasi tessellata, ante finem cum stigmali conjuncta. Præterea venulæ plures costales basi fusco puncto notatæ ; plures radiales, fere omnes intercubitales fusco limbatæ. In angulo sectoris cubiti duæ guttulæ et ad apicem ejusdem sectoris et antrorsum macula triangularis in plures dissoluta seu tessellata. Venulæ postcubitales punctis fuscis distinctæ.

Fig. 16
Dimares nummatus ♂ Nav. Aile postérieure. $\frac{2}{1}$ (Musée de Vienne)

Ala posterior (fig. 16) tribus fasciis fuscis inter se connexis distincta : apicali lata, duas cellulas grandiusculas hyalinas ad margines, anteriorem et posteriorem liberante ; 2ª stigmali bis cum apicali connexa, quasi tres maculas albas inter utramque relinquente, postice furcata ; 3ª post medium incompleta vel interrupta, antice macula orbiculari a subcosta ultra radium, postice fascia

lata, sinuosa, sub initium cum stigmali connexa. Punctum inter cubitum et postcubitum exiguum, unam venulam utrimque ambiens. Pilula ♂ disco rufo-testaceo.

Long.	corp.	♂	31	mm.
—	al.	ant.	30	»
—	—	post.	28	»
Lat.	—	ant.	9	»

Patrie. Un échantillon ♂ du Musée de Vienne porte cette étiquette : S. Elena, Galapagos, I., 4, II, 876, subdolus det. Brauer.

II

Nouvelle division des Myrméléonides en tribus

Lorsque j'ai essayé dans la revue Broteria la division de la famille des Myrméléonides en tribus, j'ai laissé dans la tribu des Myrméléonins un grand nombre de genres très différents entre eux. J'attendais, par suite de la publication de nouveaux genres, de la démembrer encore en la délimitant davantage, à l'aide de ces genres à introduire.

Ces genres étaient déjà en partie décrits et je me proposais de les publier tout de suite.

Mais pendant que j'attendais la publication de ce travail, M. Banks a entrepris pour son compte la division de la même famille en sous-familles et en tribus (Ann. of the Entom. Soc. of America, 1911, p. 1).

Ma division est faite directement en quatre tribus, *Palparini*, *Acanthaclisini*, *Myrmeleonini* et *Gymnocnemini*, et leur étendue est différente de celle assignée par Banks aux tribus du même nom, *Palparini* et *Myrmeleonini*.

Laissant arrêtée la caractéristique des tribus *Palparini* et *Acanthaclisini* telles que je les ai constituées dans les Annales de la Société scientifique de Bruxelles (1912, p. 203) et dans Broteria (1912, p. 40), je diviserai encore ma tribu *Myrmeleonini*, très complexe, en utilisant quelques divisions et quelques points de vue de Banks.

Alors la clé du reste des Myrméléonides, les Palparins et les Acanthaclisins exceptés, pourra être la suivante.

1. Champ radial de l'aile postérieure avec plusieurs vénules avant le secteur, éperons courts, en général plus courts que le premier article des tarses, ou peu plus longs . . . . 3. **Myrmeleonini** Banks.

— A l'aile postérieure peu de vénules (une ordinairement ou deux) avant le secteur du radius 2

2. Rameau oblique du cubitus à l'aile antérieure peu divergent, parallèle à la marge postérieure ; postcubitus long, parallèle au rameau oblique, relié avant le bout avec celui-ci par une ligne oblique . . . . 4. **Greagrini** nov.

— Rameau oblique du cubitus formant angle ouvert, courant obliquement à la marge postérieure 3

3. Tibias sans éperons . . . . . 5. **Gymnocnemini** Nav.

— Tibias avec éperons 4

4. Articles 2, 3, 4 des tarses longs, à peu près comme le premier, le 5 très long . . . . 6. **Megistopini**, nov.

— Articles 2, 3, 4 des tarses courts, les 1 et 5 longs . . . 5

5. Pattes grêles, les tibias I et II aussi longs ou plus longs que les fémurs I et II ; éperons longs comme les deux premiers articles tarsaux . . . . 7. **Dendroleini** Banks.

— Pattes plus courtes, les tibias I et II plus courts que leurs fémurs correspondants I et II 6

6. Éperons un peu plus longs que le premier article des tarses, qui est court . . . . 8. **Neuroleini** nov.

Éperons forts, longs comme les trois ou quatre premiers articles des tarses . . . . 9. **Formicaleonini** nov.

3. Tribu **Myrmeleonini** Banks restr.

Tribus Myrmeleonidarum.

Primus et quintus articulus tarsorum longi, intermedii breves. Calcaria recta aut curva, primo tarsorum articulo breviora aut vix longiora. Multæ venulæ radiales internæ in quaque ala, saltem quinque. Procubitus et cubitus separati.

Le type est l'antique genre *Myrmeleon* L., restr.

4. Tribu **Creagrini** nov.

Tribus Myrmeleonidarum.

Alæ plerumque angustæ. In ala anteriore ramus cubiti margini postico et postcubito longo parallelo. In ala posteriore una venula radialis interna seu ante sectorem. Calcaria longa vel nulla.

Le type est le genre *Creagris* Ramb.

On doit y ajouter mes genres *Gama* et *Obus* et un autre nouveau.

5. Tribu **Gymnocnemini** Nav.

Tribus Myrmeleonidarum.

Ala anterior ramo cubiti aperto seu oblique in marginem posteriorem tendente. Ala posterior una venula ante sectorem radii. Calcaria nulla.

Type : *Gymnocnemia* Schn.

On lui ajoutera *Maracanda* Mac Lachlan, *Maracandula* Currie, *Gymnoleon* Banks et d'autres.

6. Tribu **Megistopini** nov.

Tribus Myrmeleonidarum.

Ala anterior ramo obliquo cubiti aperto. Ala posterior una venula ante sectorem. Calcaria adsunt. Articuli 1, 2, 3, 4 tarsorum subæquales, elongati, 5° longiore.

Type : le genre *Megistopus* Ramb.

7. Tribu **Dendroleini** Banks restr.

Tribus Myrmeleonidarum.

Pedes graciles ; tibiæ I et II æquales femoribus I et II, vel illis longiores. Ala anterior ramo cubiti aperto. Ala posterior una venula ante sectorem.

Type : le genre *Dendroleon* Brau.

On lui ajoute le genre *Glenurus* Hag. et d'autres.

8. Tribus **Neuroleini** nov.

Tribus Myrmeleonidarum.

Ala anterior ramo cubiti aperto. Ala posterior una venula ante sectorem. Pedes fortes, tibiæ I et II breviores femoribus. Calcaria mediocria, longiora primo tarsorum articulo.

Le type est le genre *Neuroleon* Nav.

A cette tribu appartient aussi le genre *Nelees* Nav., etc.

9. Tribu **Formicaleonini** nov.

Tribus Myrmeleonidarum.

Ala anterior ramo cubiti aperto. Ala posterior una vel altera venula ante sectorem. Pedes fortes ; tibiæ I et II suis femoribus breviores ; calcaria robusta, tres primos tarsorum articulos æquantia vel superantia.

Le type est le genre *Formicaleo* Leach.

Mon genre *Banyutus* est aussi de cette tribu.

III

Formes nouvelles ou critiques

1. **Nesoleon cognatus** sp. nov.

Similis *abyssinico* Klapálek [1].

Testaceus, fusco-rufo notatus.

Caput testaceum, punctis et linea longitudinali in vertice fuscis.

Thorax et abdomen lineis tribus fuscis longitudinalibus dorsalibus, media crassiore et continua, lateralibus tenuibus et interruptis. Prothorax elongatus. Thorax testaceo-flavus.

Abdomen testaceum, inferne fuscescens, apicem versus obscurius.

Pedes testaceo-pallidi, nigro setosi ; calcaribus medium primi articuli tarsorum superantibus.

Alæ hyalinæ, latæ, reticulatione rufo-fusco et albido variegata ; stigmate flavo, interne haud fusco limitato ; area radiali multis venulis ante sectorem ; ramo cubiti in utraque ala aperto. Sector radii 10-11 ramis, ultima venula ante unionem quasi secundum sectorem simulante vel efficiente.

---

(1) Je rapporte au genre *Nesoleon* récemment créé par Banks l'espèce décrite par Klapálek sous le nom de *Myrmeleon abyssinicus* (Entom. Zeitschrift, 1911, p. 177, fig. 4 et 5).

Ala anterior area costali venulis omnibus simplicibus, apicali multis venulis gradatis.

Long. corp.	28	mm.
— al. ant.	31	»
— — post.	28	»

Patrie. Abyssinie. Un échantillon au Musée de Londres.

Il a le facies d'un *punctatissimus* Gerst., mais beaucoup plus pâle, à ailes non pointillées, ou les points ne débordant pas les veines et les vénules.

2. **Nesoleon divisus** sp. nov.

Similis *variegato* Klug.

Testaceo-pallidus, fusco notatus.

Caput testaceo-pallidum, fronte inter antennas fusca ; palpis maxillaribus gracilibus, apice fuscis, labialibus articulo ultimo crasso, acuto, externe toto fusco ; antennis mesothorace vix longioribus, fortibus, clava dilatata, fuscis, fulvo annulatis ; vertice et occipite fusco punctatis et lineatis ; oculis rufis.

Thorax superne tribus lineis longitudinalibus fuscis distinctus. Prothorax vix longior quam latior, marginibus lateralibus parallelis.

Pedes femoribus robustis, fuscescentibus, dorso fuscis ; tibiis palliis, anterioribus basi, medio et apice fusco annulatis, posterioribus inferne fusco lineatis, apice fuscis ; calcaribus rectis, medium primi articuli tarsorum superantibus ; tarsis apice articulorum fusco.

Alæ hyalinæ, latæ, apice obtusæ, reticulatione fusco et albido variegata, venulis intercubitalibus usque ad striam anteapicalem albis ; stigmate albido, interne fusco limitato ; sectore radii quasi in duos separato, 10 ramis ; multis venulis ante ipsum ; venulis ad utrumque latus striæ anteapicalis albis.

Ala anterior stria anteapicali longiore et posteriore breviore ante apicem rami cubiti fuscis, aliquot venulis radialibus initio fusco limbatis ; axillis furcularum marginalium fuscis.

Ala posterior stria anteapicali parum sensibili.

Long. al. ant.	24'5	mm.
— — post.	21	»

Patrie. Afrique orientale, Bulhar, Somaliland, R. E. Drake Brockman, 1911 (Mus. de Londres).

Il est voisin du *Nesoleon ? variegatus* Klug de l'Arabie ([1]). La forme des antennes et les dessins des ailes et des pattes l'en éloignent.

3. **Nesoleon interruptus** sp. nov. (fig. 17).

Similis *diviso* Nav.

Flavo-stramineus, fusco pictus.

Caput stramineum, vertice inter antennas macula fusca, antice emarginata, in duos lobos divergentes producta; palpis stramineis, labialibus articulo ultimo inflato, externe macula fusca notato; vertice et occipite lineis punctisque parvis notato; oculis nigris (fig. 17).

FIG. 17
Nesoleon interruptus Nav. Tête et prothorax. (Mus. de Londres).

Prothorax (fig. 17) longior quam latior, antrorsum angustatus, tribus lineis longitudinalibus fuscis. Meso- et metanotum similiter trilineata, in medio mesonoti quinque lineis.

Abdomen stramineum, inferne fuscescens, superne tribus lineis latis longitudinalibus fuscis, media ad apicem singulorum segmentorum interrupta.

Pedes teretes, femoribus densissime fusco punctatis; tibiis punctatis, apice fuscis, posterioribus linea inferna fusca; calcaribus testaceis, anterioribus primi tarsorum articuli medium superantibus; tarsorum articulis apice fuscis.

Alæ hyalinæ, reticulatione laxa, fusco et albido varia; stigmate

([1]) Mr. Banks cite sous ce nom (ANN. ENT. SOC. OF AM., 1911, p. 8), cette espèce de l'Abyssinie.

albido, interne fusco limitato, nullis venulis fusco limbatis nisi ad duas strias anteapicalem et posteriorem in ala anteriore ; anteapicali exigua in posteriore.

Long. corp. 26'5 mm.

Patrie. Afrique orientale, Somaliland (Mus. de Londres). Un échantillon très détérioré, sans antennes et sans le bout des ailes. Ce qui reste me semble suffisant pour le distinguer des espèces connues du même genre.

Du *variegatus* Klug se distingue d'abord par la brièveté du corps plus gros, puis par la forme du prothorax, atténué en avant, etc.

La même forme du prothorax la sépare nettement du *divisus*, et, quant aux ailes, la réticulation est beaucoup plus large dans le disque, avec moins de vénules entièrement blanches ; il y en a quelques-unes de brunes au champ intercubital.

4. **Nesoleon scalaris** sp. nov. (fig. 18)

Flavus, fusco pictus.

Caput fronte inter antennas fusca ; palporum labialium articulo ultimo grandi, inflato, externe, exceptis basi et apice, fusco ; antennis flavis, fortibus, clava parum dilatata, thorace multo brevioribus ; vertice fusco punctato, medio sulcato (fig. 18).

Fig. 18

Nesoleon scalaris Nav. Tête et thorax. (Mus. de Londres).

Thorax (fig. 18) superne tribus lineis longitudinalibus fuscis, inferne duabus lateralibus. Prothorax paulo latior quam longior, lineis lateralibus angustis, ad sulcum anticum interruptis ; pilis lateralibus longis, flavis.

Abdomen superne in singulis segmentis fascia apicali in lineam lateralem antrorsum dilatata, inferne linea centrali longitudinali et punctis lateralibus fuscis.

Pedes flavi, nigro raro setosi, atomis fuscis distincti ; calcaribus rectis, fuscescentibus, dimidium primi articuli tarsorum vix attingentibus.

Alæ angustæ, apice elliptice rotundatæ, hyalinæ, reticulatione subtota et stigmate flavis ; 10 venulis radialibus ante sectorem ; aliquot venulis gradatis externis et tribus ultimis radialibus fuscis.

Long.	corp.	25	mm.
—	al. ant.	26	»
—	— post.	22'5	»
Lat.	— ant.	6	»

Patrie. Afrique orientale, Bulhar, Somaliland, R. D. Drake-Brockman, 1911 (Mus. de Londres).

Obs. Les dessins du dos de l'abdomen simulant un escalier m'ont fait appeler cette espèce *scalaris*.

Par ses dessins elle est bien différente de toutes les autres espèces du genre que je connais, et non moins aussi par la forme des ailes, étroites et à bout arrondi.

5. **Nesoleon fasciatus** sp. nov.

Caput fronte fusco-rufa ; labro flavo ; palpis labialibus articulo ultimo grandi, fusco-rufo ; vertice fornicato, flavo, maculis fusco-rubris ; oculis plumbeo-cinereis ; antennis thorace brevioribus, clava dilatata, rufis.

Thorax fusco-rufus, flavo varius, marginibus flavis. Prothorax latior quam longior, antice modice angustatus, pilis lateralibus brevibus, medio et marginibus lateralibus a sulco transverso fuscus.

Abdomen flavum, medio apicali segmentorum fusco, inferne sæpe pallidius.

Pedes graciles, flavi, nigro breviter setosi, genibus fuscescentibus ; calcaribus dimidium primi articuli tarsorum attingentibus aut superantibus ; tarsorum articulis apice fuscatis.

Alæ hyalinæ, fortiter irideæ, parum ampliatæ, subobtusæ, stigmate pallido, parum visibili, reticulatione subtota fusco-rufa, venis partim flavido interruptis ; 8 ramis sectoris.

Ala anterior 9 venulis radialibus internis, linea plicata anteriore parum definita, venulis gradatis in area apicali.

Ala posterior 7-8 venulis radialibus internis.

Long. corp.	20	mm.
— al. ant.	21	»
— — post.	19	»

Patrie. Égypte. Le type dans ma collection. Désert Lybique 1907, P. Teilhard S. J., Pyramides, 1908, Rolle. Un échantillon dans le Musée de Londres, Bega, F. W. Jones, 1908.

Obs. Les bandes transverses de l'abdomen donnent à cette espèce une apparence du *Formicaleo annulatus* Klug, mais la brièveté des éperons ne permet pas de la placer dans ce genre. L'aspect général est d'un vrai *Myrmeleon*, la ligne plissée de l'aile antérieure étant peu marquée, mais elle existe pourtant, et ce caractère uni à la forme des tarses m'a obligé à inclure cette espèce dans le genre *Nesoleon* Banks.

6. **Myrmecælurus sectorius** sp. nov. (fig. 19)

Flavus, similis *subcostato* Banks.

Caput fronte rufa ; labro flavo ; antennis fuscis, basi testaceis, clava parum dilatata ; vertice fornicato, sulco medio longitudinali, puncto laterali fusco ; oculis plumbeis.

Prothorax longior quam latior, superne fusco trilineatus, linea media integra a margine antico ad posticum, lateralibus a sulco antico retrorsum ; inferne linea laterali fusca. Meso- et metanotum linea centrali lata, lateralibus angustis ; mesonoti præscuto inflato, linea anteriore transversa fusca cum media in formam T. Pleuræ flavæ, linea obliqua in mesothorace, puncto in metathorace fuscis.

Abdomen superne fusco trilineatum, linea media ad finem quarti segmenti obsoleta ; inferne bilineatum ; appendicibus geniculatis ♂ angustis, pilis flavis, aliquot fuscis longioribus. Pili flavi, ad abdominis apicem nigri.

Pedes mediocres, nigro setosi ; tibiis anterioribus et intermediis brevibus ; calcaribus primo tarsorum articulo longioribus ; tarsorum articulis apice testaceo.

Alæ angustæ, reticulatione flava, fusco notata ; stigmate flavido, parum sensibili.

Ala anterior (fig. 19) margine antico in quarto apicali, externo et postico, excepto quarto basilari, fusco limbato ; subcosta subtota fusca, colore fusco campum costalem et basim venularum costalium invadente ; area apicali venulis gradatis fuscis ; sectore radii subtoto fusco, ad apicem in striam latam margini anteriori parallelam nec apicem attingentem continuato. Atomi fusci sparsi ad axillas.

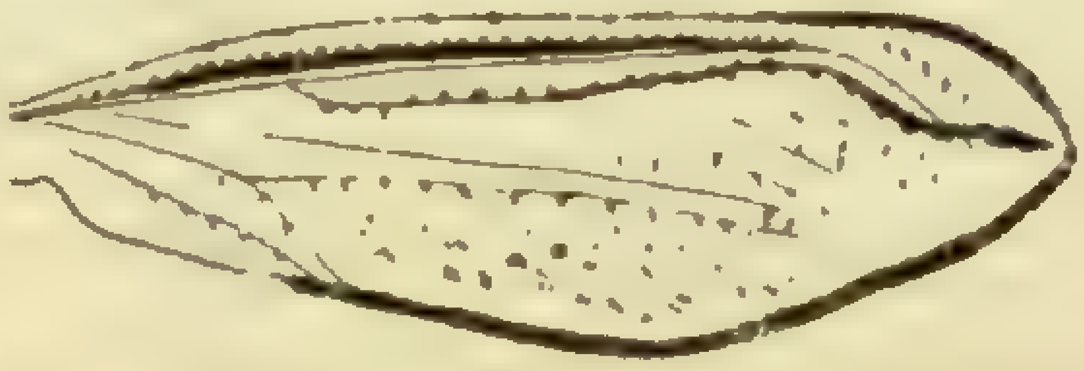


Fig. 19
Myrmecœlurus sectorius ♂ Nav. Aile antérieure (schéma)
(Mus. de Londres)

Ala posterior subcosta et sectore radii subtotis fuscis ; in area subcostali venulis plerisque basi seu ad subcostam fusco limbatis. Pauci atomi fusci ad aliquot venularum axillas.

Long.	corp. ♂	29	mm.
—	al. ant.	27	»
—	— post.	25	»

Patrie. Nigritie, Jebba, Dr C. Christy, octobre 1908, Zungeno, N. de Nigritie ; Dr J. W. Scott-Macfie, 8 novembre 1910 (Mus. de Londres).

7. **Myrmecælurus apicalis** sp. nov.

Similis *sectorio*. Flavus.

Caput flavo-testaceum ; palporum labialium ultimo articulo externe fusco notato ; vertice fornicato, testaceo-rubro, maculis obscuris insignito ; oculis globosis, nigris.

Thorax flavo-testaceus, superne fusco trilineatus, ad latera infra alam anteriorem linea obliqua fusca. Prothorax latior quam longior, linea media a margine antico ad sulcum, lateralibus a sulco ad marginem posticum.

Abdomen flavo-testaceum, linea superna longitudinali et duabus infernis angustioribus fuscis ; penicillis ♂ testaceis, gracilibus, pilis extremis fusco-nigris.

Pedes flavi, nigro setosi ; calcaribus testaceis ; anterioribus pri-

mum tarsorum articulum superantibus ; tarsorum articulis apice fuscis.

Alæ membrana leviter flavo tincta, reticulatione flava, fusco variata ; stigmate flavo ; margine externo leviter angusteque fuscato.

Ala anterior venis venulisque plerisque ad insertionem fuscis ; venulis costalibus in medio basilari ad subcostam fusco limbatis ; area radiali 7 venulis ante sectorem ; stria longitudinali fusco-pallida, ante alæ apicem obsoleta.

Ala posterior paucis venis venulisque ad harum insertionem fuscis ; venulis costalibus in medio basilari ad subcostam vix limbatis.

Long. corp.	♂	24 mm.
— al. ant.		25 »
— — post.		23'5 »

Patrie. Afrique, Nord de la Nigritie, Dr C. E. S. Watson (Mus. de Londres).

8. **Myrmeleon palpalis** sp. nov. (fig. 20)

Caput facie testacea, linea media longitudinali in clypeo, duplici transversa laterali in labro fuscis ; palpis testaceis, fuscescentibus,

Fig. 20
Myrmeleon palpalis Nav. *a)* Tête et prothorax ; *b)* Extrémité du palpe labial (Mus. de Londres)

maxillaribus gracilibus, labialibus articulo ultimo fusiformi, inflato, enormi, apice acuminato, externe castaneo, interne fuscescente (fig. 20, *b*) ; fronte fusca, linea ad antennarum basim flava, macula laterali inter antennas pallida ; vertice testaceo, maculis fuscis fere in duas lineas transversas dispositis ; occipite testaceo, fusco maculato ; antennis fortibus, brevibus, fuscis, fulvo anguste annulatis ; oculis fusco-cinereis.

Thorax fusco-rufus. Prothorax (fig. 20, *a*) transversus, duplici macula rotundata anteriore fulva. Meso- et metanotum lateraliter fusca, margine postico testaceo.

Abdomen fuscum, fulvo maculatum (maxima pars deest).

Pedes testaceo-ferruginei, fusco punctatissimi ; calcaribus subrectis, testaceis, dimidium primi articuli tarsorum attingentibus aut superantibus ; tarsis pallidioribus, 1° articulo sequenti duplo longiore, tribus intermediis brevibus, 5° longiore.

Alæ hyalinæ, acutæ, reticulatione fusco et albido variegata, lineis plicatis manifestis, sectore radii 10-11 ramis ; area radiali 8 venulis ante sectorem in anteriore, 5 in posteriore ; stigmate sordide albo, anteriore interne grandi macula fusca limitato.

Long. al. ant. 27 mm.
— — post. 26 »

Patrie. Afrique orientale anglaise, Machuma, Taru Desert, C. S. Betton (Mus. de Londres).

Obs. La forme renflée du dernier article des palpes labiaux est très différente des autres espèces congénères. La réticulation des ailes est semblables à celle du *M. obscurus* Ramb., mais la tache brune du stigme antérieur l'en écarte, ainsi que les dessins très singuliers de la tête.

9. **Myrmeleodes** gen. nov.

Similis *Myrmeleoni.*

Antennæ thorace breviores vel ei subæquales, clava manifesta.

Palpi labiales articulo ultimo fusiformi, acuminato.

Prothorax vix latior quam longior, parte antica trapezoidali.

Abdomen alis brevius.

Pedes mediocres, calcaribus 8° tarsorum articulo brevioribus ; tarsis longiusculis, 1° articulo longiore tribus sequentibus, sed breviore quinto.

Alæ area costali simplici ; radiali pluribus venulis internis ; sectore radii ultra ramum obliquum cubiti orto ; ramo obliquo cubiti aperto ; vena postcubitali in marginem directe de usinente ; area postcubitali angusta, simplici.

Ala anterior linea plicata manifesta ; area apicali venulis gradatis instructa ; duplici sectore radii manifesto.

Le type est l'espèce suivante.

Ce genre est très voisin du genre *Myrmeleon.* La forme du prothorax et la présence de deux secteurs à l'aile antérieure le distinguent clairement de celui-ci et des autres genres des Myrméléonides.

10. **Myrmeleodes medius** sp. nov. (fig. 21)

Caput fronte atra, nitida ; labro testaceo, basi fuscescente, margine antico leviter emarginato ; palpis pallidis, ultimo articulo medio late piceo, apice testaceo ; antennis fuscis, ferrugineo annulatis ; vertice nigro, opaco ; occipite atro, nitido, stria laterali transversa testacea.

Prothorax (fig. 21., a) angulis anticis fortiter et oblique truncatis, ita ut a sulco antico figuram trapezoidalem præferat ; disco testaceo, tribus lineis fuscis longitudinalibus, centrali integra, lateralibus a sulco ad marginem posticum. Meso-et metanotum fusco-cinerea, fusco lineata. Pectus cinereum.

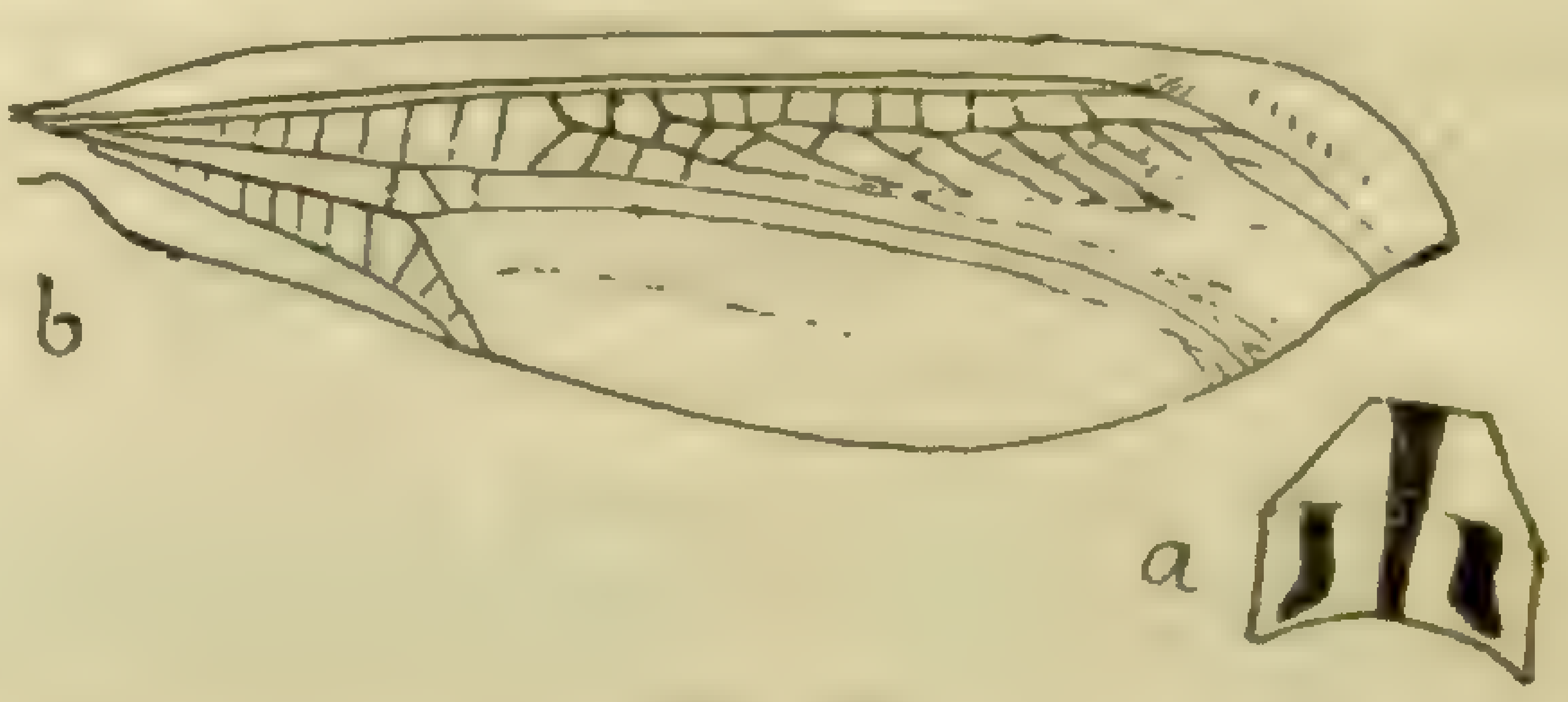


Fig. 21
Myrmeleodes medius Nav. *a)* Prothorax. — *b)* Aile antérieure (Part.)
(Mus. de Paris)

Abdomen fuscum, ad margines anguste testaceum ; pilis albidis.

Pedes testacei, tibiis posterioribus superne pallidis, inferne fuscis ; calcaribus vix curvatis et unguibus testaceis.

Alæ hyalinæ, immaculatæ, reticulatione subtota fusca ; vena procubitali (media) et venulis ramisque proximis pallidis ; sectoribus radii et parte basilari ramorum nigris ; venis subcostali et cubitali pallidis, ad venularum insertionem fuscis ; stigmate flavido, parum sensibili. Apex acutus, margo externus sub apicem leviter concavus. Area radialis 8 venulis internis in anteriore, 5 in posteriore.

Ala anterior primo sectore ultra ramum obliquum cubiti orto, secundo paulo post, venula interjecta, 8 ramis furcato.

Ala posterior costa leviter convexa ; margine postico toto suaviter rotundato, maxima dilatatione alæ ad medium.

Long.	corp.	♀	23	mm.
—	al.	ant.	26'5	»
—	—	post.	24'5	»
Lat.	—	ant.	7	»
—	—	post.	6	»

Patrie. Colonie du Cap, Steynsburg, F. Ellenberger, 1909 (Mus. de Paris).

11. Genre **Macroleon** Banks

JOURN. OF THE NEW YORK ENTOM. SOC., 1907, March.

Le même auteur a réduit ce genre au rang de sous-genre du *Myrmeleon* (ANN. OF THE ENTOM. SOC. OF AMERICA, 1911, p. 9).

Je préfère pourtant lui conserver sa valeur primitive ; seulement j'ajouterai quelque caractère à la caractéristique de Banks, en complétant ainsi la description.

Antennæ graciles, longæ, in clavam vix dilatatæ, acutæ.

Calcaria primo tarsorum articulo breviora.

Alæ angustæ, acutæ, area costali simplice, paucis venulis gradatis ante stigma ; area radiali pluribus venulis ante sectorem ; sectore radii ultra ramum obliquum cubiti orto ; angulo rami obliqui valde aperto.

Ala anterior linea plicata et ramo recurrente rami obliqui manifestis ; area radiali ante sectorem et cubitali partim biareolatis.

Ala posterior fere 5-6 venulis ante sectorem radii ; vena postcubitali fere in ramum obliquum cubiti nec directe in marginem desinente.

Le type de ce genre est le *M. validus* Mac Lachl.

Dans le même il faut inclure les espèces *M. quinquemaculatus* Hag. et *M. lynceus* F.

12. Genre **Hagenomyia** Banks.

ANN. ENTOM. SOC. OF AM., 1911, p. 8.

Le type de ce genre est le *Myrmeleon tristis* Walk, en même temps l'espèce unique signalée par Banks.

La forme des antennes est bien différente dans ce genre de celles du vrai *Myrmeleon* et elle n'est pas mentionnée dans la caractéristique très courte du genre donnée par Banks. Je crois donc qu'on pourrait la compléter dans la forme suivante.

Antennæ longæ, tenues, acutæ, clava vix sensibili ; seu parum ante apicem incrassatæ.

Calcaria primo tarsorum articulo haud longiora.

In utraque ala plures venulæ radiales internæ seu ante sectorem ; series venularum gradatarum in area apicali.

In ala anteriore nulla linea plicata longitudinalis in tertio apicali ; area costalis longe ante stigma biareolata, seu venis pluribus gradatis instructa ; sector radii ante ramum obliquum cubiti ortus.

Cetera ut in *Myrmeleone*.

13. **Hagenomyia luctuosa** sp. nov.

Caput atrum, nitens, labro antice flavo et lineola ad antennarum basim, puncto utrimque in vertice et in occipite flavis ; palpis atris, tenuibus, labialium articulo ultimo fusiformi, inflato ; antennis atris, clava parum dilatata, oculis fuscis.

Thorax ater, margine postico meso- et metanoti et lateralibus pronoti flavis.

Abdomen fuscum, griseo pilosum.

Pedes testaceo-rubri, nigro setosi ; calcaribus rectis, primo tarsorum articulo brevioribus.

Alæ hyalinæ, fortiter irideæ, immaculatæ ; stigmate flavescente, parum sensibili ; reticulatione fusca, tenui ; sectore radii 12 ramis.

Ala anterior linea plicata posteriore seu ramo recurrente manifesto ; area costali 14 venulis gradatis ante stigma ; area radiali 7 venulis internis.

Ala posterior 4 venulis internis.

Long.	corp.	26 mm.
—	al. ant.	29 »
—	— post.	28 »

Patrie. Transvaal, A. J. Cholmey, 1906, Tongaat, Natal, 1909, H. C. Burnup (Mus. de Londres). Un autre échantillon du Natal, dans ma collection.

14. **Nuglerus** gen. nov.

Anagramme de *Glenurus*.

Similis *Glenuro*.

Gracilis.

Caput transversum.

Prothorax elongatus.

Abdomen alis brevius.

Pedes graciles, longi, calcaribus longis, duos primos tarsorum

articulos æquantibus vel superantibus, parum arcuatis ; tarsorum articulo 1° longo, tribus sequentibus brevibus, sed longioribus quam latioribus, 5° paulo longiore primo, unguibus debilibus.

Alæ inæquales, anterior brevior et latior, membrana in area apicali convexa et quasi bullata.

Ala anterior area costali simplici, venulis fere omnibus simplicibus ; area radiali paucis venulis internis (3-4) ; ramo cubiti obliquo, in marginem posteriorem finiente.

Ala posterior area radiali 2 venulis internis, procubito et cubito longissimis, proximis, parallelis, ramo obliquo indistincto ; postcubito longo, in marginem posteriorem directe finiente.

Le type est l'espèce suivante.

15. **Nuglerus scalaris** sp. nov.

Fuscus, testaceo mistus.

Caput testaceum, vertice bina linea transversa fusca ; oculis globosis.

Prothorax duplo longior quam latior, antice parum angustatus, testaceus, marginibus lateralibus fuscis. Meso- et metanotum, fusca, testaceo mista.

Abdomen fuscum, gracile, aliquot segmentis macula dorsali basilari testacea notatis.

Pedes graciles, testaceo pallidi, tarsis apice segmentorum fuscis.

Alæ membrana hyalina, iridea, bulla apicali fusca, reticulatione subtota fusca ; basi angustæ, sensim dilatatæ usque ad quartum apicale ; apice subacutæ ; stigmate albo.

Ala anterior area subcostali maculis transversis pernumerosis fuscis venulas vel scalam simulantibus ; area intercubitali venulis rarioribus, fere alternis obliquis et fusco limbatis. Præterea aliquot venulæ anguste et pallide fusco limbatæ, quarum aliquot maculas efficiunt, obscuriorem ad apicem rami obliqui, dilutiores in quarto apicali alæ, ante et pone cubitos.

Ala posterior in area subcostali aliquot striis parum sensibilibus, duabus umbris in quarto apicali ante et pone cubitos, ceterum immaculata.

Long. corp. ♀		22 mm.
—	al. ant.	31 »
—	— post.	33'5 »

Lat. al. ant. (ad stigma) 10 mm.
— — post. » 7 »

Patrie. Brésil, 1868, Thorey (Mus. de Vienne).

16. **Myrmeleon tenellus** Klug

Je le rapporte au genre *Neuroleon*, d'après un échantillon de Matarieh, Égypte, existant dans ma collection, entièrement conforme à la description et figure de Klug. Mon échantillon a de grandes taches latérales fauves à l'abdomen. On dira donc *Neuroleon tenellus* Klug.

17. **Nemoleon pardalice** Banks

Par erreur on l'a appelé *Nemoleon* au lieu de *Neuroleon* (Annals of the Entom. Soc. of America, 1911, p. 21).

Après la création du genre *Nelees* Nav. il doit se placer dans ce genre et être appelé conséquemment *Nelees Pardalice* Banks. J'en ai vu un échantillon au Musée de Londres, étiqueté : Abyssinie, Tamasso, Miller, 29 janvier, 1902, Degen.

18. **Formicaleo natalicus** sp. nov.

Caput fuscum, clypeo, labro, palpis, linea ad antennarum basim testaceis ; vertice callis nigris ; occipite linea testacea ad latera callorum posticorum ; oculis fusco-rufis ; antennis fuscis, ferrugineo annulatis, clava dilatata, fusco ferruginea.

Thorax fuscus. Prothorax paulo latior quam longior, disco testaceo, medio linea cinerea, utrimque alia fusca longitudinali, ante sulcum anticum angusta, ad sulcum dentata.

Abdomen fuscum, apice rufum ; griseo pilosum.

Pedes fortes, testaceo-flavi ; tibiis anterioribus et intermediis fusco punctatis ; calcaribus testaceis, anterioribus externis tres primos tarsorum articulos æquantibus ; tarsorum articulis apice fuscis.

Alæ hyalinæ, ad insertionem testaceæ, reticulatione fusco et testaceo varia ; stigmate flavo, parum sensibili ; sectore radii 12 ramis ; secundo sectore manifesto.

Ala anterior in medio basilari et posteriore et sexto apicali atomis fuscis respersa ; aliquot venulis ad insertionem et axillis

furcularum fusco limbatis ; linea plicata manifesta ; 7 venulis ante sectorem.

Ala posterior solum axillis furcularum fuscatis ; una venula ante sectorem.

Long. corp	28	mm.
— al. ant.	29	»
— — post.	28	»

Patrie. Afrique méridionale, Natal, Howick. Le type dans ma collection.

19. **Formicaleo punctipennis** sp. nov.

Caput flavum, fronte et vertice nigris ; occipite nigro ; linea transversa juxta oculos flava ; oculis fuscis ; antennis fuscis, longis, fulvo annulatis.

Thorax flavus, superne fusco trilineatus, inferne bina linea fusca ad latera. Prothorax transversus, pilis lateralibus longis, albis.

Abdomen rufum, fulvo pilosum, testaceo vage maculatum.

Pedes flavi, nigro setosi ; tibiis anterioribus fusco punctatis, posterioribus linea inferna fusca ; calcaribus testaceis, anterioribus tres primos tarsorum articulos æquantibus ; tarsorum articulis apice fuscis.

Alæ hyalinæ, reticulatione fusca albido interrupta ; stigmate flavo, pallido ; apice acutæ ; margine externo sub apicem leviter concavo.

Ala anterior fere omnibus venulis et axillis furcularum marginalium fusco limbatis, distinctius latiusque in medio posteriore ; venulis costalibus ad subcostam, radialibus ad radium, intercubitalibus ad cubitum, gradatis externis et apicalibus ; area radiali 7 venulis ante sectorem ; sectore 12 ramis.

Ala posterior axillis furcularum in tertio externo alæ et venulis gradatis externis et apicalibus fusco limbatis ; una venula ante sectorem ; sectore 11 ramis.

Long. corp.	23	mm.
— al. ant.	27	»
— — post.	26'5	»

Patrie. Guinée française, 1909. Un échantillon dans ma collection.

L'AUTOLYSE ET L'ISOLEMENT DES FERMENTS PROTÉOLYTIQUES

PAR LE

Dr FRANS DAELS
Professeur à l'Université de Gand
en collaboration avec **M. C. Deleuze,** pharmacien-chimiste
préparateur à l'Université de Gand

On a donné le nom d'autolyse aux phénomènes de désagrégation albuminoïde, d'auto-digestion des tissus et des émulsions d'organes maintenus à l'état aseptique, auto-digestion qui s'opérerait par l'intermédiaire des ferments propres aux tissus ou ferments protéolytiques.

Si d'autres avaient observé déjà le phénomène, ce furent Salkowski et son école qui l'étudièrent de façon systématique et établirent la nature enzymatique du phénomène.

On étudia surtout, d'après Jacoby, l'action hydrolysante de ces ferments protéolytiques sur les substances albuminoïdes, en recherchant le passage de l'azote albuminoïde coagulable par la chaleur à l'état incoagulable. Schlesinger constata que la transformation s'arrête après une semaine environ.

Kikkoji observa le même arrêt quant à la formation de l'acide lactique au cours de l'autolyse.

A côté de l'autolyse, Jacoby nous apprit à connaître un autre phénomène de même ordre, l'hétérolyse, c'est-à-dire l'action digestive des ferments autolytiques d'un organe sur les albuminoïdes d'un autre organe. Il compara l'azote transformé en azote incoagulable après autolyses séparées et après autolyse combinée de deux tissus. Il compara, de même, la transformation plus lointaine en albumoses non précipitables par le sulfate de zinc à saturation. Il constata que le mélange de divers tissus n'amène

pas la désagrégation d'une plus grande quantité de matières albuminoïdes coagulables, mais que plus de matière albuminoïde incoagulable est transformée en imprécipitable par le sulfate de zinc, état de digestion plus avancée. L'action spécifique des ferments protéolytiques serait donc limitée aux albumines les plus élevées des organes, mais ne s'étendrait plus à leurs premiers produits de désagrégation.

Pétry établit que l'autolyse du tissu carcinomateux fournit les mêmes produits que l'autolyse de tissus normaux, mais affecte une marche plus rapide. Il ne put constater l'accumulation de produits d'autolyse dans les tumeurs. Il ne put retrouver de ferments protéolytiques dans le sang de carcinomateux.

Blumenthal et Wolff trouvèrent que le mélange de tissu néoplasique avec d'autres tissus normaux fait augmenter, au cours de l'autolyse, la quantité d'azote noncoagulable par la chaleur, contrairement aux données de Jacoby pour le mélange de tissus normaux. Neuberg ne constata point, pour ces mêmes mélanges de tissu néoplasique avec tissus normaux, la désagrégation plus avancée des albuminoïdes observée par Jacoby pour les mélanges de tissus normaux. Ils en conclurent que le tissu néoplasique possédait une action hétérolytique sur les albumines les plus élevées des tissus normaux, ce qui pouvait expliquer sa malignité.

Müller et Kolacjek observèrent, au contraire, que les tissus carcinomateux et sarcomateux n'exercent point d'action protéolytique marquée sur l'albumine du sérum de Loeffler, tandis que des ferments protéolytiques de tissus normaux possèdent cette action.

Hess, Saxl et Kepinow n'observèrent point de pouvoir hétérolytique spécial du tissu néoplasique ; les premiers constatèrent, même, au cours de l'autolyse de tissu néoplasique avec des tissus normaux, une diminution du passage de l'azote coagulable à l'état incoagulable, par contre une augmentation de l'azote imprécipitable.

Jacoby avait antérieurement réussi à démontrer la présence, dans les liquides, d'autolyse de véritables ferments protéolytiques jusqu'à un certain point isolables, Kepinow se basa sur les résultats de ses recherches pour contester l'activité de ces ferments isolés sur des albumines de tissus qu'on soumettait à leur action. Il prétendit que l'augmentation de l'azote incoagulable constatée

au cours de l'autolyse combinée de tissus avec la solution de ferments provenait uniquement de l'action du ferment sur les albumines de sa propre solution.

Au point de vue de l'autolyse et de l'isolement des ferments protéolytiques, au point de vue du pouvoir hétérolytique de tissus normaux et néoplasiques, nous nous trouvons donc en présence d'une série de données divergentes.

En cette courte communication nous ne voulons que résumer quelques résultats de recherches très étendues que nous avons menées dans le domaine en question [1].

TABLEAU I

Durée de l'autolyse	Muscle 2 gr.	Tumeur 2 gr. (sarcome)	Foie d'animal réceptif à la tumeur 2 gr.	Foie d'animal réfract. 2 gr.	Tumeur + foie de réceptif 2 gr.	Tumeur + foie de réfract. 2 gr.	Muscle + foie de réceptif 2 gr.	Muscle + foie de réfract. 2 gr.
Avant (Azote incoag.)	0,006	0,009	0,010	0,012	0,020 **0,019**	0,020 **0,021**	—	0,030 **0,025**
Après 2 j. 1/2	0,0112	0,017	0,018	0,024	0,0221 **0,035**	0,027 **0,041**	0,028 **0,029**	0,044 **0,035**
8 jours	0,016	0,020	0,017	0,025	0,053 **0,037**	0,053 **0,044**	0,053 **0,033**	0,073 **0,067**

Les recherches préliminaires nous ont fait adopter, comme technique, l'autolyse de tissus finement broyés au broyeur de Latapie, émulsionnés dans 10 fois leur volume d'eau physiologique et additionnés de 5 % de solution d'acide benzoïque dans l'acétone à 10 %. Nous avons reconnu le phénomène d'autolyse pour divers tissus, un premier arrêt du phénomène après environ huit jours d'autolyse. Nous avons reconnu qu'une série de données contradictoires résultaient de ce qu'on avait négligé d'étudier les courbes de l'autolyse.

---

(1) Un exposé détaillé sera publié dans les ARCH. DE MÉD. EXPÉR., 1911-1912.

Le premier tableau que nous vous soumettons démontre qu'après deux jours et demi d'autolyse de mélanges de tissus, la quantité d'azote incoagulable s'y trouvait être moins élevée (sauf pour le mélange de muscle et foie de réfractaire) que dans les autolyses séparées, et qu'après huit jours la situation inverse se présentait. Les chiffres en gros caractères indiquent la somme des quantités d'azote incoagulable dans les autolyses séparées. Le tissu néoplasique se comportait comme un tissu normal. Au cours de l'autolyse des mélanges les augmentations de l'azote incoagulable et de l'azote imprécipitable suivaient une marche parallèle (tableau II).

Tableau II

Durée de l'autolyse	Foie + muscle de lapin			
	Réunis après autolyse		Réunis avant autolyse	
	N. incoagul.	N. imprécip.	N. incoagul.	N. imprécip.
3 jours	0,035	—	0,0467	0,0368
6 jours	0,0483	0,038	0,0532	0,0502
12 jours.	0,058	0,050	0,068	0,068
27 jours.	0,0597	0,0565	0,065	0,068

L'étude de la courbe d'autolyse nous démontre des augmentations et des baisses périodiques de la quantité d'azote incoagulable. L'explication de ce phénomène fera l'objet de recherches ultérieures.

Jacoby avait réussi à isoler des ferments protéolytiques par précipitation, au moyen du sulfate ammoniaque et redissolution ultérieure dans l'eau. Rossell indiqua une méthode d'isolement des ferments protéolytiques par l'acétate d'urane. Muller fit des essais sur du tissu néoplasique, mais il ne parvint pas à isoler des tumeurs un ferment solubilisant l'albumine. Kepinow en arriva également à des conclusions négatives.

Nous avons essayé différentes méthodes de précipitation des

ferments protéolytiques, sulfate ammoniaque, sulfate zincique, acétate d'urane, alcool.

Pour mettre en évidence l'activité des solutions ou suspensions de ferment obtenues nous avons toujours comparé l'azote incoagulable obtenu après autolyse combinée et après autolyses séparées d'une certaine quantité de tissus avec une portion déterminée de solution de ferment. D'habitude nous y ajoutions un second contrôle : l'autolyse combinée de tissus avec une portion déterminée de solution de ferment préalablement soumise à l'ébullition, donc inactivée au point de vue hydrolysant.

Au moyen des différentes méthodes nous avons réussi à isoler des tissus et des tumeurs des ferments actifs. Au point de vue de la meilleure technique de préparation des ferments protéolytiques nous avons, jusqu'ici, pu établir les faits suivants :

1° Le ferment s'altère au cours de l'autolyse des tissus.

2° Le ferment ne commence à agir sur les albumines de tissus qu'on lui présente qu'après avoir fait passer à l'état incoagulable la majeure partie des albumines de sa propre solution.

3° Le mode le plus favorable d'extraction des ferments protéolytiques est la précipitation par l'alcool, après quelques jours (2-3) d'autolyse du tissu et autolyse de la solution de ferment, durant une semaine environ, suivie de reprécipitation.

TABLEAU III

	Ferment + foie autolysés ens.	Ferment + foie réunis après autolyse sép.
Ferment I	0,0537	0,015
Ferment II	0,0367	0,017
Ferment III	0,0335	0,0296
Ferment IV	0,0293	0,0265

Au moyen de ce procédé on obtient une solution de ferments présentant simultanément les avantages de préparation facile, de grande activité et de teneur relativement faible en substances albuminoïdes.

Le tableau III indique les résultats d'une expérience entreprise avec des ferments isolés de différentes façons.

Quatre portions de 100 grammes de foie de veau furent mises à autolyser dans l'eau physiologique additionnée d'acétone-acide benzoïque, suivant notre technique habituelle.

Dans la première portion, le ferment fut précipité par l'alcool après quelques heures de séjour à 37° ; la solution du ferment fut additionnée d'acétone-acide benzoïque et mise à autolyser durant 12 jours (Ferment I).

Pour la deuxième portion, le tissu autolysa 3 jours, et la solution de ferment (env. 100 cc.) 9 jours (Ferment II).

Pour la troisième portion, le tissu autolysa 6 jours et la solution de ferment 6 jours (Ferment III).

Pour la quatrième portion le tissu autolysa 9 jours et la solution de ferment 3 jours (Ferment IV).

L'activité des ferments fut essayée sur des portions de 2 gr. de foie de veau. Autolyse de 5 jours.

Nous voyons donc que le broyage du tissu et son mélange, durant quelques heures, avec l'eau physiologique, font passer en solution dans celle-ci une certaine quantité de substances albuminoïdes et de ferments protéolytiques. Après précipitation de ces ferments par l'alcool et l'autolyse de leur propre solution, ils sont capables d'attaquer les nouvelles substances albuminoïdes qu'on leur offre. Après 3 jours d'autolyse du tissu, le ferment semble avoir perdu de sa virulence. Entre 3 et 6 jours d'autolyse, une nouvelle désagrégation cellulaire, autolytique celle-ci, semble être survenue, une grande quantité de substances albuminoïdes sont passées en solution dans le liquide d'autolyse et le ferment précipité avec elles se trouve, après autolyse de sa propre solution, être beaucoup plus faible que les ferments précédents ; à ce passage en solution de nouvelles substances albuminoïdes ne semble donc pas correspondre un passage nouveau de ferments protéolytiques dans le liquide. Au point de vue de l'isolement du ferment, il y a donc tout intérêt à le précipiter du liquide d'autolyse après les premières heures de contact. Mais ici surgissent des difficultés techniques ; la filtration du liquide d'autolyse et la filtration du mélange alcoolique obtenu ultérieurement sont difficiles et lentes après quelques heures d'autolyse, rapides et faciles après 1-2 jours

d'autolyse. *A ce dernier point de vue, la méthode de choix pour l'isolement des ferments protéolytiques serait l'isolement du ferment par précipitation alcoolique après 1-2 jours d'autolyse du tissu et autolyse de la solution du ferment durant quelques jours.*

La technique de Jacoby (précipitation du ferment après 4 semaines d'autolyse) se trouve contre-indiquée de par les données nouvelles de nos expériences.

Des ferments protéolytiques néoplasiques développaient également *in vivo* une action protéolytique nette sur le tissu néoplasique.

Nous poursuivons ces recherches.

Nouvelle Simplification de la Méthode la plus approximative et de la Méthode de l'Approximation minimum

PAR

l'Abbé L. TITS
Docteur en sciences physiques et mathématiques

M. le Professeur Goedseels a publié, dans la troisième édition de la *Théorie des erreurs d'observation* (1909), une méthode dite *la plus approximative* et une méthode dite de l'*approximation minimum,* supérieures, à plusieurs points de vue, à la méthode des moindres carrés. Son éminent collègue M. le Professeur de la Vallée Poussin a exposé une première simplification de ces méthodes, dans un travail inséré aux ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE (t. XXXV, 2e partie, pp. 1-16). L'auteur des méthodes a fait connaître ultérieurement lui-même, dans les mêmes ANNALES (t. XXXV, 2e partie, p. 351), d'autres simplifications importantes, et en a fait une application tout à fait concluante à un exemple numérique emprunté aux observations topographiques.

Nous avons réussi, à notre tour, à réaliser un nouveau progrès dans la même voie, et à simplifier les deux méthodes plus que ne l'ont fait nos deux anciens maîtres.

L'exposé de ce nouveau progrès fait l'objet du présent travail (1).

---

(1) Il importe cependant de remarquer que, bien que nos recherches apportent un perfectionnement à la théorie des erreurs, et que nous les ayons entreprises dans ce but, elles ne dépendent nullement de cette théorie. Leur portée est beaucoup plus générale, et l'on peut s'en servir dans toutes les questions où l'on est amené à résoudre des inéquations du premier degré.

Nous y considérerons des expressions linéaires à deux ou plusieurs variables de la forme :

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z + \cdots l_1 u - m_1.$$

Nous désignerons ces expressions par la notation (e_i). Nous désignerons par Δ le déterminant $(a_1, b_2, \ldots l_n, m_{n+1})$ et par M_i le mineur d'un élément quelconque m_i dans ce déterminant.

Théorème I. 1° *Si* n *variables* x, y, z ... u *sont assujetties à vérifier* n + 1 *inéquations* [1] *de la forme :*

$$(e_i) \leqslant 0, \quad (i = 1, 2 \ldots n + 1),$$

si de plus la fraction $-\frac{\Delta}{M_k}$, *et toutes les fractions* $\frac{M_s}{M_k}$ *correspondant à un certain mineur* M_k *sont nulles ou négatives, tous les systèmes* (x, y, z ... u) *qui vérifient les inéquations* $(e_s) \leqslant 0$ *autres que* $(e_k) \leqslant 0$ *vérifient aussi cette dernière, et l'on peut, par suite, supprimer* $(e_k) \leqslant 0$ *de la série des* n + 1 *inéquations* $(e_i) \leqslant 0$ *sans changer les systèmes* (x, y, z ... u) *définis par ces inéquations.*

2° *La même proposition est vraie pour des inéquations de la forme* $(e_i) \geqslant 0$, *si la fraction* $\frac{+\Delta}{M_k}$ *et les fractions* $\frac{M_s}{M_k}$ *sont nulles ou négatives.*

1° Posons :

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z + \cdots l_1 u - m_1 = \lambda_1.$$

En éliminant les n variables $x, y, z \ldots u$ entre les $n + 1$ équations de la forme ci-dessus, nous obtenons une relation qui peut s'écrire :

$$\lambda_k = \frac{-\Delta}{M_k} - \lambda_1 \frac{M_1}{M_k} - \lambda_2 \frac{M_2}{M_k} - \cdots - \lambda_{k-1} \frac{M_{k-1}}{M_k} - \lambda_{k+1} \frac{M_{k+1}}{M_k} \cdots$$

Par conséquent, tout système de valeurs $(x, y, z \ldots u)$ qui vérifie les n inéquations $(e_i) \leqslant 0$ autres que $(e_k) \leqslant 0$, ou, ce qui

---

[1] Le mot « inéquation » utilisé dans certains manuels français, nous semble plus approprié ici que le mot « inégalité ».

revient au même, rend les quantités λ_i autres que λ_k inférieures ou égales à zéro, rend aussi égale ou inférieure à zéro la quantité λ_k et vérifie, par suite, l'inéquation $(e_k) \leq 0$.

2° La démonstration de la deuxième partie du théorème est identique à la précédente.

Il ne sera pas inutile, pour le cas de deux variables, d'énoncer le théorème précédent sous une forme quelque peu différente, qui permet de vérifier plus aisément l'existence des conditions requises pour l'application du théorème :

1° *Si deux variables* x *et* y *sont assujetties à vérifier les trois inéquations :*

$$a_i x + b_i y \leq c_i, \quad (i = 1, 2, 3)$$

si, de plus, les déterminants (a_1, b_2), (a_2, b_3) *et* $-(a_1, b_2, c_3)$ *sont nuls ou ont le même signe que le déterminant* (a_1, b_3), *les systèmes* (x, y) *qui vérifient la première et la troisième relation, vérifient aussi la seconde, et l'on peut supprimer celle-ci sans changer les systèmes* (x, y) *définis par les inéquations proposées.*

2° *La même proposition est vraie pour des inéquations de la forme :*

$$a_i x + b_i y \geq c_i, \quad (i = 1, 2, 3)$$

si les déterminants (a_1, b_2), (a_2, b_3) et (a_1, b_2, c_3) *sont nuls ou ont le même signe que le déterminant* (a_1, b_3).

Les théorèmes précédents permettent de simplifier, lorsque la chose est possible, les systèmes d'inéquations à n variables de la forme :

$$(e_i) \leq 0 \quad \text{ou} \quad (e_i) \geq 0$$

auxquelles conduit l'application des méthodes la plus approximative et de l'approximation minimum. Il suffit pour cela de découvrir dans le système proposé des groupes de $n + 1$ inéquations qui vérifient les conditions énoncées. En vue des applications pratiques, nous allons particulariser ces conditions, et formuler des propositions beaucoup plus avantageuses, dans certains cas, que les théorèmes généraux.

Il importe de remarquer que si le théorème II, qui va suivre,

n'est qu'un cas particulier du précédent, il n'en est pas de même du théorème III. Nous reviendrons plus tard sur ce sujet.

THÉORÈME II. 1° *Si deux variables* (x, y) *sont assujetties à vérifier les trois inéquations :*

$$ax + b_i y \leqslant c_i, (i = 1, 2, 3)$$

dans lesquelles a *est une constante positive, et les coefficients* b *sont rangés par ordre croissant. Si de plus, on a :*

$$\frac{c_3 - c_2}{b_3 - b_2} \leqslant \frac{c_2 - c_1}{b_2 - b_1}$$

on peut, sans changer les solutions du système proposé, supprimer l'inéquation intermédiaire (2).

2° *La même proposition est vraie pour des inéquations de la forme :*

$$ax + b_i y \geqslant c_i, (i = 1, 2, 3)$$

dans lesquelles a *est une constante positive, et les coefficients* b *sont rangés par ordre croissant, et où l'on a de plus*

$$\frac{c_3 - c_2}{b_3 - b_1} \geqslant \frac{c_2 - c_1}{b_2 - b_1}$$

On vérifie facilement que les conditions énoncées ici ne sont que celle du théorème I mises sous une autre forme.

THÉORÈME III. 1° *Si deux variables* x *et* y *sont assujetties à vérifier des inéquations de la forme :*

$$ax + b_i y \leqslant c_i \; (i = 1, 2, \ldots n)$$

dans lesquelles a *est une constante positive, et les coefficients* b *sont rangés par ordre croissant. Si, de plus, on a, pour toute valeur de l'indice :*

$$\frac{c_{k+1} - c_k}{b_{k+1} - b_k} \leqslant \frac{c_k - c_{k-1}}{b_k - b_{k-1}},$$

on peut, sans changer les solutions du système proposé, supprimer toutes les relations comprises entre la première et la dernière.

2° La même proposition est vraie pour des inéquations de la forme :

$$ax + b_i y \geqslant c_i, \ (i = 1, 2, \ldots n)$$

sauf à remplacer la dernière condition énoncée par la suivante :

$$\frac{c_{k+1} - c_k}{b_{k+1} - b_k} \geqslant \frac{c_k - c_{k-1}}{b_k - b_{k-1}}.$$

1° On peut d'abord, en vertu du théorème II, supprimer la deuxième inéquation. Pour montrer que le système formé par les inéquations restantes réalise les conditions énoncées, il suffit de montrer que l'on a

$$\frac{c_4 - c_3}{b_4 - b_3} \leqslant \frac{c_3 - c_1}{b_3 - b_1}$$

Or, cette inégalité découle immédiatement des suivantes :

$$\frac{c_4 - c_3}{b_4 - b_3} \leqslant \frac{c_3 - c_2}{b_3 - b_2} \leqslant \frac{c_2 - c_1}{b_2 - b_1},$$

car, les dénominateurs $b_3 - b_2$ et $b_2 - b_1$ étant positifs, on a, par un théorème d'arithmétique bien connu :

$$\frac{c_3 - c_2}{b_3 - b_2} \leqslant \frac{(c_3 - c_2) + (c_2 - c_1)}{(b_3 - b_2) + (b_2 - b_1)} = \frac{c_3 - c_1}{b_3 - b_1} \leqslant \frac{c_2 - c_1}{b_2 - b_1}.$$

2° La démonstration de la deuxième partie est identique à la précédente.

Ce théorème permet de supprimer d'un seul coup, dans certains cas, plusieurs inéquations consécutives, sans qu'il soit nécessaire, comme l'exigerait l'application du théorème I, de vérifier que tous les groupes possibles de trois inéquations réunissent les conditions voulues. On pourrait objecter que le théorème I permet en tout cas de supprimer successivement chacune des inéquations. Mais que l'on suppose par exemple que les coefficients b soient en progression arithmétique (comme c'est le cas pour l'exemple numérique traité plus loin), les différences $b_{k+1} - b_k$ sont alors constantes, et l'on a vite fait de calculer les différences $c_{k+1} - c_k$, tandis que la suppression successive des inéquations par le théorème I ne permettrait pas d'utiliser cet élément important de simplification. Il n'en reste pas moins vrai que les conditions

énoncées au théorème I sont moins restrictives que celles qu'impose le théorème III, et que par suite, après avoir utilisé celui-ci, on pourra encore recourir à celui-là pour des simplifications ultérieures.

Application numérique. Reprenons les inéquations proposées dans le mémoire de M. Goedseels (p. 358). Si l'on pose

$$y - \lambda = u, \quad y + \lambda = v$$

elles peuvent s'écrire :

Tableau II [1]

a	$x + 20v \geqslant 0{,}200$		a'	$x + 20u \leqslant 0{,}200$	
b	$x + 40v \geqslant 0{,}400$	s	b'	$x + 40u \leqslant 0{,}400$	s
c	$x + 60v \geqslant 0{,}600$	s	c'	$x + 60u \leqslant 0{,}600$	s
d	$x + 80v \geqslant 0{,}800$	s	d'	$x + 80u \leqslant 0{,}800$	
e	$x + 100v \geqslant 1{,}008$	s	e'	$x + 100u \leqslant 1{,}008$	s
f	$x + 120v \geqslant 1{,}218$	s	f'	$x + 120u \leqslant 1{,}218$	s
g	$x + 140v \geqslant 1{,}426$		g'	$x + 140u \leqslant 1{,}426$	s
h	$x + 160v \geqslant 1{,}628$	s	h'	$x + 160u \leqslant 1{,}628$	s
i	$x + 180v \geqslant 1{,}830$	s	i'	$x + 180u \leqslant 1{,}830$	s
j	$x + 200v \geqslant 2{,}036$		j'	$x + 200u \leqslant 2{,}036$	

En appliquant le théorème III aux inéquations (a, b, c, d, e, f), on supprime b, c, d, e. De même, en l'appliquant au système (g, h, i, j), on supprime h et i. L'application du théorème II au système (a, f, g) permet encore de supprimer f.

En appliquant le théorème III aux systèmes (a', b', c', d'), (e', f', g', h', i'), puis le théorème II aux groupes (d', e', i'), (d', e', j'), on supprime toutes les inéquations placées à droite, sauf a', d', j'.

[1] Pour faciliter la comparaison, nous conservons la même numérotation des tableaux.

Avec les six inéquations conservées, on forme le tableau suivant :

TABLEAU III

a	$-20\lambda - 20y + 0{,}200 \leqslant x \leqslant 20\lambda - 20y + 0{,}200$	a'
g	$-140\lambda - 140y + 1{,}426 \leqslant x \leqslant 80\lambda - 80y + 0{,}800$	d'
j	$-200\lambda - 200y + 2{,}036 \leqslant x \leqslant 200\lambda - 200y + 2{,}036$	j'

La comparaison des membres extrêmes fournit neuf inéquations, dont deux se réduisent à $\lambda > 0$. Le tableau IV de la page 360, qui comprend 90 inéquations, est donc remplacé par le suivant, qui en contient 7 :

TABLEAU IV

$g\,j'$	$180y - 1020\lambda \leqslant 1{,}830$	s	$j\,a'$	$180y + 220\lambda \geqslant 1{,}836$	
$a\,d'$	$180y - 300\lambda \leqslant 1{,}800$		$g\,a'$	$180y + 240\lambda \geqslant 1{,}839$	
$a\,j'$	$180y - 220\lambda \leqslant 1{,}836$		$j\,d'$	$180y + 420\lambda \geqslant 1{,}854$	s
			$g\,d'$	$180y + 660\lambda \geqslant 1{,}878$	

Les termes en y ont été préalablement réduits au même coefficient, qui est beaucoup plus petit que dans le mémoire cité. Le théorème IV permet encore de supprimer (j, d'), et la méthode de M. Goedseels permet de supprimer (g, j'), puisque λ est positif. La comparaison des 5 inéquations restantes donne finalement 6 inéquations en λ (au lieu des 60 du tableau VI). Une de celles-ci se réduit à $\lambda \geqslant 0$, et il reste :

TABLEAU VI

1) $520\lambda \geqslant 0{,}036$
2) $540\lambda \geqslant 0{,}039$
3) $960\lambda \geqslant 0{,}078$
4) $440\lambda \geqslant 0{,}003$
5) $880\lambda \geqslant 0{,}042$

La plus petite valeur de λ qui vérifie à la fois toutes ces inéquations est fournie par la relation (3). On trouve, en faisant le calcul :

$$\lambda = 0{,}0008126,$$

ce qui est, à une unité du dernier ordre près, la valeur calculée par M. Goedseels.

On voudra bien remarquer que nous n'avons fait appel qu'une seule fois à une simplification étrangère à celles que suggère notre méthode : celle qui supprime la première inéquation du tableau IV. Sans cela, nous aurions obtenu 9 inéquations finales, au lieu des 60 inéquations du mémoire cité, et des 2025 inéquations qu'il eût fallu calculer, si l'on n'avait utilisé aucune simplification.

M. le Professeur Goedseels a bien voulu nous fournir, au point de vue de la disposition et de la rédaction de nos théorèmes, d'utiles indications. Qu'il veuille agréer nos remerciements.

L'Aurignacien en Belgique

PAR

l'Abbé J. CLAERHOUT

Ce rapide aperçu est consacré à l'Aurignacien de la Belgique.

On appelle Aurignacienne, la première période de l'Age du Renne. C'est la première phase du Paléolithique supérieur, du Pleistocène le plus récent, qui s'est développé après la dernière période glaciaire, connue sous le nom de *Würmien*.

En Belgique la période aurignacienne correspond probablement à l'époque brabantienne.

L'Aurignacien est caractérisé par la faune du Mammouth et par un outillage spécial qu'on ne peut attribuer, ni au Moustérien antérieur, ni aux phases ultérieures de l'Age du Renne.

Le nom de cette période est emprunté au gisement typique de la grotte d'Aurignac, située dans la Haute-Garonne.

Certains auteurs rangent l'Aurignacien dans l'Age du Mammouth. M. J. Fraipont l'appelle le deuxième Age du Mammouth [1].

Esquissons dans trois paragraphes les caractères de l'Aurignacien, les gisements aurignaciens de la Belgique et l'ethnographie de la période aurignacienne.

---

(1) J. Fraipont, *La Belgique préhistorique et protohistorique*. BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE. CLASSE DES SCIENCES, n° 12, 1901, pp. 823-877. Cet exposé trace un tableau de la civilisation à l'époque aurignacienne, qu'à la page 839 il appelle deuxième âge du Mammouth.

I

CARACTÈRES

Pendant l'Age du Renne, on voit l'éclat de silex, qui a fait son apparition pendant le Moustérien, évoluer et revêtir les formes les plus variées et les plus délicates. L'os, l'ivoire et le bois de Renne deviennent l'objet d'un travail qui se perfectionne de plus en plus, et servent à la confection d'un grand nombre d'outils et d'ornements. Le dessin, la sculpture et la peinture sont passionnément cultivés. L'on peut poursuivre le développement de l'industrie de l'Age du Renne à travers les dépôts des cavernes ; tantôt une caverne ne présente qu'un niveau avec un stade déterminé de l'efflorescence de cet art du Quaternaire supérieur ; tantôt différentes assises d'une même caverne révèlent plusieurs phases successives de l'évolution de ce travail et de cet art primitifs.

On s'est efforcé de faire des coupures dans cet ensemble industriel, d'établir une succession d'époques, un ordre chronologique dans l'Age du Renne.

M. G. de Mortillet a discerné l'époque de Solutré, suivie de l'époque de la Madeleine et pendant longtemps cette division de l'Age du Renne semble avoir été admise. Cependant elle ne concordait pas avec les résultats de nombreuses fouilles, exécutées tant en France que dans d'autres pays.

Nous ne pouvons entrer ici dans le détail de toutes les classifications, auxquelles les défauts et les lacunes du cadre chronologique de M. de Mortillet ont donné lieu, ni des controverses qu'ils ont suscitées.

Arrêtons-nous à trois faits.

Dès 1896, le regretté M. Fraipont a pressenti l'existence d'une période présolutréenne de l'Age du Renne.

En 1903, M. Rutot a signalé la lacune, le trou béant comme il l'appelait, entre le Moustérien et le Solutréen de M. de Mortillet et les niveaux archéologiques qu'il fallait intercaler entre ces deux assises.

C'est à M. l'abbé Breuil que revient le mérite d'avoir donné son nom à la période présolutréenne de l'Age du Renne, d'avoir défini

les assises aurignaciennes et les caractères nettement distincts de l'outillage aurignacien.

On peut lire dans le livre de M. Fraipont sur les cavernes [1], les lignes suivantes qui témoignent de la sagacité de ce savant éminent, que la Belgique a perdu en 1910 :

« Tandis que nous voyons très nettement se succéder en Europe, pendant le quaternaire, trois types d'industrie de la pierre correspondant aux divisions archéologiques : chelléen, moustérien et magdalénien de M. G. de Mortillet et les transitions de l'une à l'autre, ou l'enchevêtrement de l'une dans l'autre, ou simplement le contact, il n'est pas possible de constater le même fait pour le Solutréen. Cette industrie ne peut caractériser une époque, puisqu'elle est relativement clairsemée et très localisée. C'est plutôt une industrie locale contemporaine, ici de la fin de l'âge du mammouth (moustérien), là du commencement de l'âge du Renne (magdalénien).

En Belgique, en Angleterre, en Allemagne, dans le nord de la France, neuf fois sur dix, lorsque nous trouvons dans les cavernes plusieurs niveaux archéologiques, les couches inférieures contiennent l'industrie moustérienne et les supérieures directement l'industrie magdalénienne. Quelquefois on rencontre des niveaux archéologiques intermédiaires entre ces deux industries. Nous en avons un exemple très concluant dans les dépôts de la grotte de Spy, province de Namur (Belgique). Les dépôts contiennent depuis le bas jusqu'en haut, la faune caractéristique de l'âge du mammouth. L'industrie est franchement et grossièrement moustérienne, dans le niveau ossifère inférieur, à la surface duquel les ossements humains se trouvaient. Elle est encore moustérienne dans le niveau ossifère moyen, en ce sens qu'on y rencontre encore la pointe et le racloir caractéristiques. Mais le travail de la pierre est beaucoup plus soigné. Les pointes moustériennes sont si bien retouchées que MM. De Puydt et Lohest y ont vu une certaine influence solutréenne. Le travail de l'os et de l'ivoire y est très développé. On y trouve des os entaillés, marqués de dessins en zigzag, en losange, etc., des pendeloques, des perles en ivoire

---

(1) J. Fraipont, *Les Cavernes et leurs habitants.* Paris 1896, pp. 119 et suiv.

sculptées et teintées en rouge. Cette industrie de l'os et de l'ivoire rappelle déjà fort l'industrie et l'art du Magdalénien.

Le niveau supérieur contient encore des pointes moustériennes, des lames nombreuses et retouchées à la pointe et ayant quelquefois l'un des côtés rabattu ; le tout délicatement travaillé. »

M. Rutot s'est parfaitement rendu compte de l'existence de la période aurignacienne, qui a été négligée dans le classement de MM. de Mortillet. Voici les lignes importantes qu'il consacre à cette phase de l'Age du Renne en 1903 [1] :

« La majeure partie des personnes ayant fouillé des cavernes, tant en France qu'en Belgique et probablement en Angleterre, ont constaté que lorsque ces cavernes offrent plusieurs niveaux ossifères, l'inférieur et par conséquent le plus ancien, est caractérisé :

1° Par la présence de la pleine faune du Mammouth ;

2° Par une industrie de pierre offrant beaucoup d'analogie avec l'industrie du Moustier ;

3° Par la présence de fragments d'ivoire ou d'os travaillés ou sculptés.

Presque toujours les fouilleurs, qui rencontrent cette industrie, s'empressent de la baptiser *moustérienne.*

Mais ici ils sont en contradiction avec la définition du Moustérien de G. de Mortillet :

— *Pas d'instruments en os ;* dédoublement de l'instrument chelléen. Pointes, racloirs, scies, retouchés d'un seul côté...

Dans ce conflit, qui a raison ?

C'est évidemment de Mortillet, qui a pris le type du Moustérien au Moustier et où, bien que l'on y rencontre des ossements, on n'a point trouvé d'os ni d'ivoire travaillé.

L'industrie du niveau ossifère inférieur des cavernes est donc une sorte d'industrie moustérienne en évolution, à laquelle vient s'ajouter largement un faciès industriel réellement nouveau : l'utilisation de l'ivoire et de l'os.

C'est ce que M. E. Piette a parfaitement reconnu, et c'est pourquoi il a proposé d'attribuer à ce nouveau type industriel si

---

[1] A. Rutot, *Le Préhistorique dans l'Europe centrale.* ANNALES DE LA FÉDÉRATION ARCHÉOLOGIQUE ET HISTORIQUE DE BELGIQUE, t. XVII, Congrès de Dinant, 9-13 août 1903, p. 106.

général et si important, le nom d'industrie éburnienne, pour bien montrer la place importante que prend, à cette époque, le travail de l'ivoire.

Depuis la découverte des squelettes humains de la caverne de Spy, une connaissance à la fois capitale et précieuse nous a été confirmée : l'industrie du niveau inférieur de l'Eburnien est celle de la race de Néanderthal ».

M. l'abbé Breuil a traité la question aurignacienne au Congrès d'Anthropologie préhistorique de Monaco en 1906 ([1]). Il l'avait déjà exposée au Congrès préhistorique de France en 1905. Il a fait connaître les caractères de la période présolutréenne de l'Age du Renne. Dans deux études remarquables, il est revenu sur l'Aurignacien ([2]). Il a analysé les assises des cavernes, dans lesquelles l'Aurignacien se constate ; il a démontré son faciès présolutréen et nettement établi sa position stratigraphique. Il a victorieusement réfuté toutes les erreurs répandues au sujet de l'Aurignacien et signalé les singuliers procédés usités par ceux qui veulent à tout prix sauver la classification de MM. de Mortillet ([3]).

Des travaux de M. l'abbé Breuil, condensés dans le magnifique manuel de M. Déchelette ([4]), on peut déduire pour l'Aurignacien, les caractères suivants :

([1]) R. Verneau, *La XIIIe session du Congrès international d'Anthropologie et d'Archéologie préhistoriques.* Dans l'ANTHROPOLOGIE, t. XVII, 1906. La question aurignacienne est résumée à la p. 122. Les niveaux aurignaciens belges, y sont signalés par M. Rutot.

([2]) Abbé H. Breuil, *La Question aurignacienne.* REVUE PRÉHISTORIQUE, 2e année, 1907, nos 6 et 7. La question y est traitée à fond. Tous les niveaux aurignaciens, y compris ceux de Belgique, y sont longuement analysés. — H. Breuil, *L'Aurignacien présolutréen. Epilogue d'une controverse.* Dans REVUE PRÉHISTORIQUE, 4e année, 1909, nos 8 et 9. L'auteur revient longuement sur la question, pour bien établir la position stratigraphique de l'Aurignacien et réfuter les objections de M. A. de Mortillet. — A signaler encore : H. Breuil. *La transition du Moustérien vers l'Aurignacien à l'abri Audi (Dordogne) et au Moustier.* REVUE DE L'ÉCOLE D'ANTHROPOLOGIE DE PARIS, 19e année, oct. 1909.

([3]) G. et A. de Mortillet, *La Préhistoire*, Paris, 1910. A la page 646, on peut lire ces mots étonnants : « La partie pyrénéenne de la Haute-Garonne a fourni d'intéressants gisements magdaléniens : celui d'Aurignac, au-dessus duquel se trouvaient des squelettes humains néolithiques... »

([4]) J. Déchelette, *Manuel d'Archéologie préhistorique, celtique et gallo-romaine,* t. I, *Archéologie préhistorique.* Paris 1908, pp. 111-130, paragraphes

1° On observe dans l'Aurignacien la survivance des pointes moustériennes et même parfois des haches acheuléennes.

2° L'outillage en os, en ivoire et en bois de renne fait son apparition ; il est d'une technique plus simple que celle de l'outillage magdalénien. Il existe même un objet tout à fait typique de l'Aurignacien : c'est la belle pointe losangique, de forme aplatie et à base fendue ([1]) (Fig. 1).

Fig. 1.

Fig. 2.

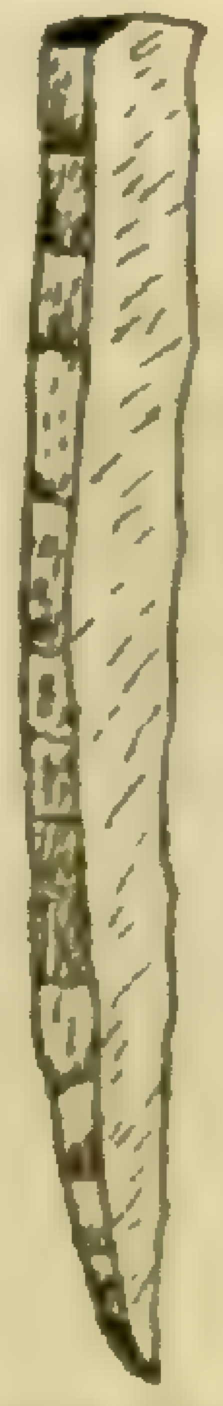


Fig. 3.

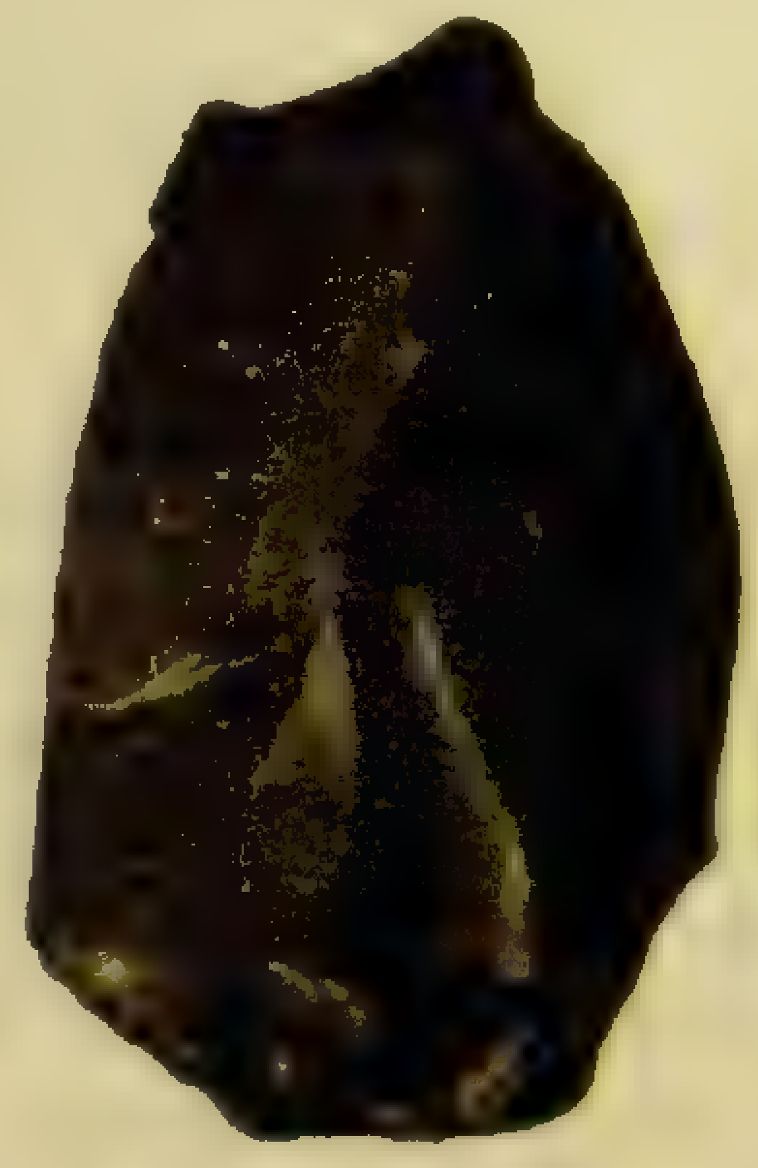


Fig. 4.

---

qui traitent de l'Aurignacien : Le niveau aurignacien ; l'outillage aurignacien ; apparition de la gravure sur os ; la faune aurignacienne ; distribution géographique. Ce dernier paragraphe contient des indications sur l'Aurignacien en Belgique.

([1]) La Fig. 1 représente en grandeur naturelle la pointe aurignacienne, provenant du *Trou du Sureau* à Montaigle. Cette pointe est visible au Musée

3° Parmi l'outillage lithique, appartiennent à l'Aurignacien : la lame se terminant en pointe ou en grattoir, retouchée sur tout son pourtour et affectant une forme étranglée par des encoches ou des échancrures bilatérales (1) (Fig. 2) ; — la lame à dos rabattu, une lame mince et étroite, dont l'un des tranchants, qui est supprimé par des retouches, présente un bord équarri (2) (Fig. 3) ; — le grattoir caréné, nucléiforme (3) (Fig. 4) ; — le burin busqué, dont l'angle terminal est une surface plane, située à côté d'une surface convexe, creusée de facettes et présentant sur le côté opposé à la direction de la pointe, une encoche finement retouchée. Nous ne croyons pas l'avoir rencontré en Belgique.

4° On commence à trouver dans l'Aurignacien, de rares statuettes féminines en ivoire.

5° La faune des niveaux qualifiés d'aurignaciens est plus ancienne et contient plus d'espèces éteintes que celle des étages solutréens et magdaléniens.

II

GISEMENTS

M. Rutot (4), M. l'abbé Breuil (5) et M. Déchelette (6) attribuent à l'Aurignacien plusieurs niveaux archéologiques des cavernes belges. Nous pourrions nous appuyer directement sur les inter-

---

d'Histoire naturelle de Bruxelles, à la Salle des Cavernes de la Province de Namur, dans la vitrine non numérotée qui porte l'inscription : *Trou du Sureau.* Cette pointe est également figurée dans l'ouvrage de M. Dupont : *L'Homme pendant les âges de la pierre.* Bruxelles 1871, p. 24.

(1) Fig. 2 : d'après Déchelette, *opus laudat.*, p. 122 et d'après Breuil, *Grotte des Cottés*, Revue de l'École d'Anthropologie, 1906, p. 59.

(2) Fig. 3 : d'après Déchelette, *opus laudat.*, p. 122. Cette lame provient de la célèbre grotte du Trilobite, située à Arcy-sur-Cure (Yonne) ; elle se trouve, avec les objets recueillis par M. l'abbé Parat, au petit séminaire de Joigny.

(3) Fig. 4. Le cliché nous a été fourni par M. le Baron de Loë. Ce grattoir caréné a été recueilli dans les fouilles que le savant archéologue a effectuées dans le gisement de Spy. Il provient du 2e niveau ossifère et il est conservé dans les tiroirs du Musée du Cinquantenaire.

(4) R. Verneau, *Op. citat.*, p. 122.

(5) Abbé Breuil, *La Question Aurignacienne.* Extrait de la Revue Préhistorique, 2e année, 1907. Nos 6 et 7, p. 15.

(6) J. Déchelette, *Op. laudat.*, p. 129.

prétations autorisées de ces savants, mais nous préférons nous en rapporter aux collections (1), les témoignages des préhistoriens pouvant supplémentairement confirmer nos conclusions.

---

(1) Mentionnons brièvement quelques collections importantes facilement accessibles au public :

I. *Musée d'Histoire naturelle de Bruxelles. Salle des Vertébrés de Belgique.*

Les antiquités aurignaciennes se trouvent dans la section, que l'on voit à gauche en entrant et qui est intitulée : *Les Cavernes de la Province de Namur.* Il y a plusieurs rangées de vitrines, disposées en amphithéâtre. Les vitrines ne sont pas numérotées ; cependant chaque vitrine, chaque objet de chaque vitrine devraient porter un numéro ; toutefois les étiquettes et les savantes notices explicatives de feu M. Dupont, peuvent suppléer au défaut de numérotage. Dans les musées, on range les objets par stations ou par catégories. M. Dupont a imaginé un autre système : il a créé l'histoire du travail avec une série d'objets, appartenant à l'époque aurignacienne, à l'époque solutréenne et à l'époque magdalénienne ; une seconde série de vitrines vous présente des récoltes provenant des mêmes époques ; il en résulte cet aménagement bizarre et déconcertant que les objets appartenant à une même époque, provenant d'une même caverne et d'un même niveau ossifère, se trouvent dans deux séries de vitrines. Les vitrines qui abritent les récoltes aurignaciennes, portent les inscriptions suivantes : *Age du Mammouth. Caverne d'Hastière. — Age du Mammouth. Trou du Sureau ; 4e niveau ossifère. — Age du Mammouth. Troisième caverne de Goyet. Troisième niveau ossifère. — Goyet : 2e et 4e Caverne. — Goyet. Trou du Moulin. — Hastière. Troisième niveau ossifère. — Hastière. Deuxième niveau ossifère. — Trou du Sureau. Quatrième niveau ossifère. — Trou du Chêne et Trou du Sureau. — Troisième Caverne de Goyet. Troisième niveau ossifère. — Engis.*

II. *Palais du Cinquantenaire. Musées royaux des arts décoratifs et industriels. Section de la Belgique primitive.*

Salle I. Vitrines 9, 10, 11, 12, 13 et 14. Elles contiennent respectivement les récoltes faites dans les grottes de Forêt, dans le Trou Sandron à Huccorgne, dans le Trou du Renard à Furfooz et dans la grotte de Spy. Il est à observer que les belles récoltes, provenant des dernières fouilles de M. le Baron de Loë à Spy, ne sont pas étalées, faute de place.

III. *Musée de Liége. Section préhistorique.*

Vitr. 35. Elle comprend quatre compartiments. Le premier est consacré au premier niveau ossifère de Spy, qui nous paraît plutôt solutréen. Les autres compartiments abritent les importantes récoltes aurignaciennes, faites dans le niveau moyen et le niveau inférieur de Spy.

Vitr. 5 et 6 : récoltes aurignaciennes faites à Fond de Forêt.

Vitr. 7 : récoltes aurignaciennes faites dans la grotte d'Engihoul à Ehein, de Ramioul à Ramet et dans les grottes d'Engis.

IV. *Musée de Namur.*

Au-dessus de la Vitr. 2, il y a une planchette avec des racloirs et quelques beaux grattoirs carénés, recueillis par M. De Puydt à Spy.

Nous croyons pouvoir classer dans l'Aurignacien les assises suivantes des cavernes belges :

1° *Caverne d'Hastière. Troisième niveau ossifère.* Fouilles de M. Dupont [1]. — Nous voyons poindre l'Aurignacien dans ce niveau ; M. Dupont croit que c'est le plus ancien de ceux qui appartiennent à nos Troglodytes ; cependant les niveaux moustériens de la vallée de la Méhaigne paraissent encore plus anciens. L'Aurignacien se manifeste dans les racloirs moustériens, dont un spécimen affecte la forme d'un grattoir caréné, dans une lame-poinçon et une lame-grattoir en silex, dans l'outillage en os, se composant de dix-sept racloirs, onze poinçons, deux lissoirs et quatre pendeloques : fragments d'os, percés d'un trou de suspension.

2° *Caverne d'Hastière. Deuxième niveau ossifère.* Fouilles de M. Dupont. — Dans ce niveau on peut voir une hache acheuléenne et la survivance de l'outillage moustérien. Il y a aussi des couteaux et un grattoir caréné en silex, quatre lissoirs, trois lissoirs-poinçons, sept poinçons et deux pendeloques perforées en os. Un tas d'ossements carbonisés proviennent d'un foyer du commencement de l'époque aurignacienne.

3° *Caverne d'Hastière. Premier niveau ossifère.* Fouilles de M. Dupont. — Le dépôt supérieur de cette caverne, encore plus que les deux niveaux inférieurs, semble relever de l'Aurignacien inférieur. Il présente des pointes moustériennes en silex crétacé de provenance inconnue et en phtanite cambrien de Mousty. Nous observons parmi les récoltes, un grattoir caréné. Six instruments sont qualifiés de racloirs : parmi eux nous distinguons deux beaux grattoirs carénés en silex blanc bleuâtre ; nous discernons encore un beau grattoir caréné en phtanite dinantien ; un certain travail de l'os s'affirme plus encore que dans les niveaux inférieurs de la même grotte : nous remarquons un tas d'os à moelle et des dents, portant des entailles, puis plusieurs lissoirs, dont un petit montre,

---

[1] E. Dupont, *L'homme pendant les âges de la pierre, dans les environs de Dinant-sur-Meuse.* Bruxelles 1871. *Passim.* — Idem. *Classement des Ages de la pierre en Belgique.* CONGRÈS INTERNATIONAL D'ANTHROPOLOGIE ET D'ARCHÉOLOGIE PRÉHISTORIQUES. COMPTE RENDU DE LA 6e SESSION, BRUXELLES, 1872. Bruxelles 1873. Description sommaire des types d'Hastière, de Montaigle et de Goyet.

à la base, une fente triangulaire. Ce niveau a livré en outre un tas d'os carbonisés et trois tessons de poterie : un fragment provient d'un vase avec rebord, de poterie grossière, mélangée à des grains de calcaire. M. Rutot partage probablement notre avis, au sujet de ce niveau, parce qu'au congrès de Monaco, il l'a rangé dans le Présolutréen, à côté de celui de Montaigle ([1]).

4° *Le Trou du Sureau à Montaigle. Quatrième niveau ossifère.* Fouilles de M. Dupont. — Cet étage présente le gisement classique et typique de l'Aurignacien belge reconnu par tous les Auteurs. Des instruments sont en silex crétacé, provenant de la Champagne ou du Hainaut et en phtanite cambrien de Mousty. Parmi l'outillage lithique nous observons plusieurs grattoirs carénés et six perçoirs dont l'extrémité opposée à la pointe est taillée en grattoir. Parmi les objets en os nous remarquons la belle pointe typique de l'Aurignacien à base fendue, six pendeloques, percées d'un trou de suspension et ayant peut-être servi de fétiches de chasse, plusieurs perçoirs de dimensions variées, des lissoirs-poinçons et un nombre considérable de lissoirs ; un os de mammouth et un radius de rhinocéros ont été apprêtés comme lissoirs ; deux petites pointes en os ont peut-être servi de pointes de flèches.

5° *Le Trou du Sureau à Montaigle. Les deux niveaux supérieurs.* Fouilles de M. Dupont. — Les Troglodytes ont continué à habiter la caverne de Montaigle, pendant l'époque aurignacienne. Trois lissoirs en os, une lame de forme étranglée, un fragment de côte, dont on a façonné une pointe de flèche, un fragment d'andouiller de renne, ayant servi de lissoir, témoignent de leur séjour.

6° *Le Trou du Chêne à Montaigle. Les deux niveaux ossifères inférieurs.* Fouilles de M. Dupont. — Comme vestiges de l'Aurignacien on peut observer des lames en silex, deux grattoirs carénés, un fragment d'une dent perforée, utilisée comme parure et un fin et long poinçon en silex.

7° *Troisième caverne de Goyet. Troisième niveau ossifère.* Fouilles de M. Dupont. — Ce niveau nous présente un riche gisement de l'Aurignacien. Parmi les pointes et les racloirs, qui se constatent comme survivance du Moustérien, on peut discerner deux ou trois

---

([1]) R. Verneau, *Op. citat.*, p. 122.

grattoirs carénés. Plusieurs éclats de silex, avec encoches, ont pu servir à arrondir le bois de renne. L'outillage lithique comprend en outre un beau grattoir caréné en silex blanc, moucheté de bleu, trois lames à dos rabattu et plusieurs perçoirs. On peut observer encore cinq belles lames en silex blanchâtre, une lame en silex noirâtre et une magnifique lame en phtanite de Mousty, toutes à dos rabattu. Les instruments en os sont excessivement nombreux. On a recueilli 261 lissoirs, qui, ajoutés à 56 lissoirs-perçoirs et à 33 perçoirs, donnent 350 outils, considérés comme ayant été employés à la confection des vêtements. Deux fragments d'os longs perforés, ont probablement été portés comme amulettes de chasse. Un grand nombre d'ossements présentent des entailles faites probablement avec des éclats de cailloux en quartzite, et un grand nombre d'os carbonisés ont été ramassés dans les foyers aurignaciens. Quatre fragments d'oligiste, provenant de la base du Famennien du Nord de Namur, procuraient de la poudre rouge, qui mélangée à la graisse, servait à teindre en rouge. Deux fragments de poterie à pâte argileuse, avec petits grains de calcaire calcinés, sont les vestiges de la première céramique de nos ancêtres.

8° *Deuxième caverne de Goyet.* Fouilles de M. Dupont. — Cette caverne, qui renfermait les vestiges de neuf espèces de la faune du Mammouth, a été peu habitée. Elle a fourni un lissoir en os et deux beaux grattoirs carénés. M. Dupont signale deux lames à dos rabattu, mais elles n'ont pas le bord équarri.

9° *Le Trou du Moulin à Goyet. Les trois niveaux ossifères.* Fouilles de M. Dupont. — Cette caverne contenait trois niveaux ossifères ; chaque niveau fut habité d'abord par l'hyène, puis par le grand ours et il fut enfin visité par les Troglodytes. Les récoltes ont été assez maigres. Le niveau inférieur n'a livré que quelques ossements portant la marque de la main de l'homme. M. Dupont estime que le deuxième niveau est contemporain du deuxième niveau de la troisième caverne de Goyet et appartient par conséquent au Magdalénien : mais l'outillage du deuxième niveau du Trou du Moulin est aurignacien et M. Dupont en convient indirectement en disant que l'outillage réduit et grossier dénote un état inférieur et misérable. A ce deuxième niveau, on a recueilli une lame qui affecte la forme d'un grattoir caréné, dix-sept lissoirs,

huit lissoirs-perçoirs, huit perçoirs et une pendeloque en os. Le niveau supérieur ressemble au niveau moyen : il a procuré une lame de forme étranglée, retouchée sur tout le pourtour, un os perforé, un petit lissoir, un lissoir-perçoir et deux perçoirs en os (1).

10° *Caverne d'Engihoul à Ehein.* — Parmi les récoltes provenant de cette caverne, on peut observer deux lames à dos rabattu.

11° *Caverne de Ramioul à Ramet.* — Cette caverne a fourni une lame à dos rabattu.

12° *Caverne d'Engis.* — L'Aurignacien s'est manifesté par la présence d'un lissoir en os, de plusieurs lames à dos rabattu et de quelques grattoirs carénés.

13° *Grottes de Forêt.* Fouilles de M. Tihon. — L'outillage lithique, très abondant, est rudimentaire et monotone : ce sont des racloirs, des éclats grossiers avec retouches et encoches, en silex blanc jaunâtre. Quelques grattoirs, qui affectent la forme aurignacienne, nous permettent de fixer l'industrie de ces grottes aux débuts de l'Aurignacien.

14° *Furfooz. Trou du Renard.* Fouilles Van den Broeck-Rahir. — L'outillage de cette grotte date-t-il bien du Magdalénien, et ses lissoirs, d'une technique si primitive, et plusieurs grattoirs carénés ne permettent-ils pas d'attribuer à l'Aurignacien les récoltes qui proviennent de cette caverne ?

15° *Trou Sandron à Huccorgne.* Fouilles de Looz-de Loë-De Pauw. — Nous observons une lame de forme étranglée, retouchée sur tout le pourtour, de beaux poinçons en silex et un beau grattoir en silex blanc.

16° *Grotte de Spy.* Fouilles de MM. De Puydt, Lohest et de

---

(1) A consulter encore : A. Rutot, *Sur les gisements paléolithiques du löss éolien de l'Autriche-Hongrie.* BULLETIN ET MÉMOIRES DE LA SOCIÉTÉ D'ANTHROPOLOGIE DE BRUXELLES, t. XXII, 1903-1904, Mémoire VII. Dans ce remarquable exposé, M. Rutot analyse les niveaux ossifères du bassin de la Meuse, fouillés par M. E. Dupont, — A. Rutot, *Les aspects nouveaux de la préhistoire en 1906.* ACADÉMIE ROYALE. BULLETIN DE LA CLASSE DES SCIENCES. 1906, pp. 115, 151 et suiv. : l'Aurignacien au Congrès de Monaco. — G. Engerrand. *Six Leçons de Préhistoire.* Bruxelles 1905, pp. 149 et suiv. : Résultats de l'exploration des cavernes belges, qui contiennent des niveaux aurignaciens.

Loë [1]. — La terrasse de la célèbre grotte de Spy a été fouillée par M. De Puydt et M. Lohest en 1885 et en 1886. En 1906 et en 1909 les fouilles ont été reprises par M. le baron de Loë. On peut les considérer à présent comme terminées. Cette terrasse présentait la coupe suivante de haut en bas : argile et éboulis ; tuf jaune avec fragments anguleux de calcaire ; premier niveau ossifère ; second niveau ossifère ; argile brune ; troisième niveau ossifère ; calcaire carbonifère. On sait que les étages ossifères, qui se trouvent à l'intérieur de la grotte de Spy, ont été bouleversés autrefois par des fouilles inintelligentes ; ce qui restait après ce vandalisme, a été tamisé par M. le baron de Loë. Ce chercheur consciencieux a fouillé également en 1909, la galerie de droite de la grotte et le niveau inférieur a été trouvé intact. Le savant archéologue présume que les trois couches ossifères de Spy correspondent aux trois niveaux de l'Aurignacien. Il nous semble que l'assise supérieure peut être classée dans le Solutréen à cause des nombreuses pointes à soie qu'elle a fournies. Par contre, le niveau moyen nous présente la pleine efflorescence de l'Aurignacien, par ses nombreux grattoirs carénés et trois belles pointes losangiques, aurignaciennes, à base fendue. Il s'y rapporte aussi par la faune prédominante de l'*elephas primigenius* et par ses parures en ivoire : on les rencontre dans tous les états, depuis le bâtonnet de matière

---

(1) A. de Loë, *Continuation des fouilles dans la grotte de Spy*. Bulletin des Musées royaux des arts décoratifs et industriels, 5e année, déc. 1905, p. 22. — Idem. *Continuation des fouilles de Spy*. Ibidem. 6e année, Févr. 1907, p. 34. — Idem. *Continuation et Achèrement des fouilles de Spy*. Ibidem. 2e série, 3e année, févr. 1910. — Idem. *Le Service des fouilles de l'État*. Bruxelles 1910. p. 16, note relative aux fouilles de Spy, p. 12, mention de certains objets recueillis dans les fouilles de Spy. — Idem. *Nouvelles Fouilles à Spy. Grotte de la Betche-aux-Rotches*. Bulletin de la Société d'Anthropologie de Bruxelles, t. XXX, 1911, p. XL-LVIII. Cet important travail est accompagné de sept planches où sont figurées les magnifiques récoltes faites dans les fouilles effectuées par M. le baron A. de Loë. — MM. De Puydt et Max Lohest. *L'Homme contemporain du Mammouth à Spy (Namur)*. Annales de la Fédération archéol. et histor. de Belgique. Compte rendu des travaux du Congrès, tenu à Namur les 17-19 aout 1886, t. second. Namur 1887, p. 205. Description des fouilles et des récoltes faites dans les trois niveaux ossifères de la terrasse, qui s'étend devant la grotte de Spy. Notice de M. J. Fraipont sur les deux squelettes de Spy.

première, jusqu'à l'anneau, la perle et la pendeloque entièrement terminés. Au troisième niveau, ou niveau inférieur, où reposaient les deux fameux squelettes de Spy, des os utilisés et de nombreux éclats de débitage, dont quelques-uns avaient fourni des pointes moustériennes, caractérisent l'aurore de l'Aurignacien.

III

ETHNOGRAPHIE

L'existence d'un groupement ethnique, comprenant les tribus quaternaires du bassin de la Meuse et du Sud-Ouest de la France, se dégage de l'homogénéité de l'outillage aurignacien dans ces régions. L'étude de la matière première de l'outillage et de certains objets de parure montre aussi que les tribus aurignaciennes étaient en relations avec des centres assez éloignés des cavernes, dans lesquelles elles cherchaient un refuge : la matière première pouvait provenir des assises crétacées de la Champagne, du Hainaut ou de la Hesbaye. Des lames étaient confectionnées en phtanite cambrien de Mousty. Une coquille fossile, recueillie par M. Dupont, perforée et portée comme ornement, était originaire des environs de Reims ; du jayet avait pour origine les lignites du Soissonnais ; de menus objets en fluorine provenaient d'un gisement situé près de Givet ; l'oligiste, utilisé par les Troglodytes pour se teindre en rouge, était recueilli au nord de Namur.

Les instruments, façonnés en silex, en grès lustré et en phtanite de Mousty, affectaient des formes plus variées, plus gracieuses, plus perfectionnées, plus appropriées aux différents usages que la simple amygdale, la pointe triangulaire ou le racloir monotone des époques antérieures.

Les lames en silex servaient à couper, à scier et à racler ; les grattoirs servaient à écorcher les animaux et à racler la peau et les os ; on utilisait les poinçons en silex pour percer les fragments d'os et d'ivoire, les dents et les coquilles, portés comme pendeloques ou trophées de chasse ; avec les racloirs à encoches, on pouvait travailler le bois et écorcer les branches des arbres.

Les pointes en os, en bois de renne et en ivoire étaient em-

ployées pour la couture des peaux de bêtes dont les Aurignaciens se vêtissaient ou servaient de perçoirs pour ouvrir des trous dans les peaux, afin de fermer les vêtements ; les lissoirs, faits d'un fragment d'os long, servaient probablement à lisser les coutures.

Ces pointes en os pouvaient aussi s'adapter aux flèches et aux sagaies. On ignore toutefois l'usage de la belle pointe losangique, à base fendue.

Une phalange de renne a fourni un sifflet analogue à ceux qui ont été recueillis dans le Sud-Ouest de la France.

Les objets de parure étaient d'un fréquent usage ; on observe des fragments d'os longs, perforés d'un orifice, pour être portés en pendeloques, des canines de cervidés et de renards, des incisives de rennes, percées d'un trou de suspension, des perles, des pendeloques et des anneaux découpés dans des bâtonnets d'ivoire.

Des tessons de poterie grossière, recueillis en place dans les niveaux aurignaciens, démontrent que l'on peut dater la céramique de l'époque aurignacienne.

On observe quelquefois sur des plaques d'os ou d'ivoire une série de traits ou des lignes tracées en zigzag. Comment faut-il les interpréter ? Quel sens peut-on leur attribuer ? Sont-ce des motifs de décoration ou bien des marques pour aider la mémoire, pour retenir un événement, pour conserver le souvenir d'une chasse ou d'une manifestation quelconque de la vie quotidienne ? Sont-ce de timides essais d'écriture pictographique, destinés à se développer à l'époque magdalénienne et à présenter quelque analogie avec les signes graphiques des premiers alphabets égéens et égyptiens ?

Ces marques abondent à l'époque aurignacienne.

Dans quel milieu se mouvaient les tribus aurignaciennes ? Quelle était la faune qui les environnait et à laquelle elles s'attaquaient, soit par la ruse, soit par la force, pour se procurer des os, de la nourriture et des vêtements ? A quels animaux disputaient-elles la possession des cavernes, pour s'abriter contre le climat froid et humide ?

On discerne les espèces éteintes ; les principaux représentants de cette faune sont le mammouth de taille gigantesque, le rhinocéros à narines cloisonnées, le grand cerf d'Irlande et l'ours des cavernes. Parmi les espèces émigrées, on distingue l'hyène tache-

tée, le lion, le bouquetin, le lemming, le cerf de Canada et le renne. Parmi les espèces qui se sont maintenues dans notre pays on énumère surtout l'urus, souche de nos bœufs, le cheval, le chien, le cerf élaphe, le renard et le blaireau.

Les chasseurs aurignaciens écorchaient sur place le gros gibier et en traînaient dans leurs cavernes, par les flancs des rochers, la tête débarrassée des défenses et les morceaux les plus charnus ; on peut remarquer que la plupart des os longs ont été brisés, pour permettre d'en retirer la moelle.

Connaissons-nous les Aurignaciens ?

On a recueilli deux squelettes dans la terrasse qui s'étend devant la grotte de Spy.

Les crânes de Spy, dont on peut voir des moulages au Musée d'Histoire naturelle de Bruxelles, sont dolichocéphales et ont une épaisseur considérable. Les saillies sourcilières sont très prononcées et très proéminentes. Le front est bas et fuyant. La région occipitale est très développée. Les maxillaires inférieurs sont hauts et robustes et dépourvus d'éminence mentonnière. L'ensemble des os indique une race d'hommes petits et très trapus.

On peut objecter que les squelettes de Spy, qui ont été recueillis dans le niveau ossifère inférieur de ce gisement et à la base de cette assise, relèvent peut-être de l'âge moustérien, d'autant plus qu'on peut les rapprocher des hommes moustériens, découverts en France en 1908.

Il y a l'*Homo Aurignacensis Hauseri* découvert dans la station aurignacienne de Combe-Capelle près de Montferrand, dans la Dordogne, auquel M. Klaatsch a consacré une savante dissertation dans la ZEITSCHRIFT FUR ETHNOLOGIE [1].

M. Klaatsch analyse tout le squelette dans les moindres détails et il ressort de son étude que le crâne aurignacien n'est pas néanderthaloïde, mais se rapproche davantage de la race de Cro-Magnon. S'il est aussi long que le crâne du Néanderthal, il est plus large et plus élevé. Le front est moins fuyant et plus saillant ; l'impression que donne la face est celle d'un homme plus normal

---

[1] H. Klaatsch, *Die Aurignac-Rasse und ihre Stellung im Stammbaum der Menschheit*. ZEITSCHRIFT FUR ETHNOLOGIE. 42 Jahrgang, 1910, Heft III u. IV, pp. 513-577.

que les moustériens. Les orbites sont moins larges et moins longues et séparées par un moindre intervalle ; les mâchoires sont moins projetées en avant et les dents sont plus petites : tous ces organes accusent une notable différence avec ceux de l'homme du Moustier.

Nous ne croyons pas cependant qu'il y ait lieu de conclure à l'existence d'une race distincte, originaire de l'Asie, comme le présume M. Klaatsch. Les Moustériens et les Aurignaciens ne sont pas des contemporains : ne peut-on admettre, malgré les divergences observées, que les Aurignaciens représentent un stade plus développé dans l'évolution du crâne humain et dans l'acheminement du type néanderthaloïde vers la morphologie crânienne des temps postérieurs ?

Le type crânien de ces races primitives nous rappelle que l'Afrique est la région des dolichocéphales, de même que l'Asie est le continent des brachycéphales. L'outillage des Moustériens et des Aurignaciens nous reporte également vers les bords de la Méditerranée, voisins de l'Afrique.

La question se pose : l'Afrique n'a-t-elle pas été le berceau, le centre d'expansion des tribus moustériennes et aurignaciennes ?

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE

DES

MALFORMATIONS CONGÉNITALES MULTIPLES DE LA FACE

PAR

le Dr A. TITS

Les cas de malformations congénitales multiples de la face, connus dans la science, sont peu nombreux.

Ils ont été interprétés de multiples façons par les anatomo-pathologistes.

Seule la théorie de Van Duyse concernant la pathogénie de ces curieuses anomalies semble donner une interprétation judicieuse de tous les cas observés.

Cette théorie, généralement admise aujourd'hui, trouve dans un cas que nous avons pu observer une confirmation complète ; c'est pourquoi nous avons cru intéressant de le publier.

L'observation qui suit a été relevée il y a environ cinq ans, à l'époque où le malade n'avait que quelques semaines. Aucune modification ne s'est d'ailleurs produite depuis lors, comme le prouve la photographie reproduite ici et qui date de six mois.

Ce qui frappe à première vue quand on examine le malade, c'est une encoche symétrique des deux paupières supérieures. Cette encoche, située à l'union du 1/3 interne avec les 2/3 externes de la paupière, est très nette et assez profonde à l'œil droit, tandis qu'à l'œil gauche elle n'est qu'ébauchée.

Si maintenant on examine en détail ces encoches, on constate,

à l'œil droit, que le rebord palpébral est normal sauf à l'endroit où il est interrompu par les bords du colobome. A ce niveau les cils sont rares, ils sont de plus déviés vers l'intérieur près du sommet de l'hyatus ; ce qui entraîne un peu de larmoiement quand on n'a pas soin de les épiler en temps utile. Le sommet du colobome présente un petit nodule induré d'aspect cicatriciel.

A l'œil gauche le colobome se réduit à une simple dépression du rebord palpébral.

Si on examine l'œil lui-même, on constate à l'œil droit une opacification nettement circulaire à la partie inféro-externe de la cornée et qui n'empiète guère sur le champ pupillaire. Le bord supéro-interne de la même cornée est également opacifié et cette opacification se continue sans ligne de démarcation bien nette avec un lipodermoïde conjonctival qui s'étend profondément dans le cul-de-sac conjonctival supérieur.

A l'œil gauche toute la moitié externe de la cornée est également opacifiée, et cette opacification se continue sans interruption avec un épais lipodermoïde conjonctival. Les lipodermoïdes observés chez notre malade ne constituent pas de véritables tumeurs, ils naissent très peu épais contre la cornée et vont en s'épaississant, tandis qu'ils s'enfoncent dans les culs-de-sac conjonctivaux.

La muqueuse qui recouvre ces productions tératologiques est épaissie, et est intimement unie avec le tissu sous-jacent. Cette muqueuse ne présente pas l'aspect de la conjonctive ordinaire ; elle ressemble plutôt à la muqueuse qui tapisse l'intérieur des lèvres. On voit transparaître à travers elle la teinte jaunâtre de la graisse qui constitue la partie profonde de la tumeur. Au toucher, la tumeur est molasse.

L'examen histologique n'a pas encore été fait, nous ne pourrions donc dire si on y trouve les éléments histologiques du derme.

La tête de l'enfant vue dans son ensemble présente une asymétrie très apparente.

Le cuir chevelu offre cinq ou six plaques irrégulières de la dimension d'une pièce de cinq francs, absolument glabres. La peau aux endroits épilés est normale, l'aspect est celui de la pelade. Dans le voisinage des parties glabres, se trouvent des plaques nettement circonscrites, portant des cheveux beaucoup

plus foncés que ceux du reste de la tête. L'enfant ne présente pas d'autres anomalies de structure, à part un hypospadias pénien.

Voici le cas. Quelle est maintenant son interprétation? Il ne peut évidemment être question d'un arrêt de développement. La paupière, à aucun moment de son évolution, ne présente l'aspect clivé qu'elle a ici. Les paupières naissent, en effet, pendant les premières semaines de la vie embryonnaire, sous forme de plis péri-oculaires, arciformes, qui grandissent de façon à couvrir tout l'œil, vers le début du quatrième mois de la vie fœtale. Ces plis prennent naissance, pour les paupières supérieures, sur le tégument recouvrant les parties antérieures de l'encéphale, pour les paupières inférieures sur le bourgeon maxillaire supérieur, et en dedans sur le bourgeon frontal latéral.

Pour Manz, les colobomes palpébraux sont dus à la soudure, produite par une cause indéterminée, entre les paupières et le globe oculaire. Cette soudure empêcherait, au niveau des points adhérents, l'évolution du pli palpébral. Nous trouverions ainsi l'explication du colobome et des lésions oculaires qui accompagnent souvent celui-ci.

La théorie de Manz a le défaut de ne pas tenir compte des autres anomalies céphaliques qui se rencontrent souvent en même temps que le colobome ; une cause plus générale est certainement à rechercher.

En 1881, Nuël, à propos d'un cas qui présente quelques analogies avec le nôtre, donne l'interprétation suivante : il admet une cause inconnue pour la formation du colobome. Les lésions oculaires proviendraient de ce que certaines parties de la conjonctive, restées à nu, auraient des tendances, à évoluer comme le derme.

On peut faire à cette théorie le même reproche qu'à la précédente, celui de n'être pas assez générale; toutes les deux, en outre, négligent un élément important, la première n'explique pas le pourquoi de la soudure, la seconde ne rend pas compte de la formation du colobome.

C'est à Van Duyse que revient le mérite d'avoir attiré le premier l'attention sur le rôle que joue l'amnios dans la formation des malformations de la face. Il avait été amené à cette théorie, en faisant un rapprochement entre les anomalies oculo-palpébrales

d'un degré relativement peu prononcé, et les graves mutilations relevées sur les fœtus morts-nés.

D'une façon générale on ne peut admettre que deux hypothèses pour expliquer la genèse d'un colobome palpébral :

Ou bien la descente du repli destiné à former la paupière a été gênée dans le cours de son évolution, ou bien la paupière déjà formée a été fendue.

Dans l'un comme dans l'autre cas, il importe de trouver une cause pour expliquer soit l'arrêt d'évolution soit le clivage de la paupière.

Comme le fait remarquer le professeur Van Hippel : « la théorie établie par Van Duyse et presque universellement acceptée, tient compte des deux éventualités possibles : non développement en un point donné de la paupière, ou rétrocession de celle-ci.

» Elle explique la genèse des anomalies palpébrales, par des troubles d'évolution de l'amnios : l'étroitesse anormale de l'amnios pendant la première période fœtale peut, par la pression qu'elle exerce sur les parties les plus saillantes, arrêter leur développement. D'autre part, les bandelettes amniotiques, en passant dans le domaine de l'œil, qu'elles soient fixées sur cet organe ou attachées en son voisinage immédiat, peuvent empêcher le développement de la paupière en ce point. En déprimant un segment de la paupière déjà développée, elles peuvent entraîner une perte de substance de ce voile et des parties sous-jacentes. Plus tard, au cours du développement fœtal, les bandelettes peuvent disparaître, mais les lésions engendrées par elles demeurent. Les formations cutanées, relevées sur le bulbe et les paupières, dermoïdes, post-cutanés, ptérygoïdes doivent être tenus pour des reliquats de l'insertion des bandelettes amniotiques. Cette conception est solidement étayée par les faits. »

Tout ce que nous observons chez notre malade s'explique donc par le fait qu'à un moment donné de son évolution embryonnaire, le capuchon amniotique, très étroit, a contracté des adhérences en divers endroits de la tête, et principalement aux parties les plus saillantes, qui sont précisément, chez le jeune embryon, les yeux et le vertex. De ces adhérences, il persiste des traces sur la cornée et le cuir chevelu. Les bandes formées par l'amnios entre ces points de contact ont sectionné les paupières déjà existantes ou

entravé la descente à leur niveau du pli palpébral. Un point reste pourtant obscur, dans la pathogénie des malformations trouvées chez notre malade ; c'est la présence simultanée d'un autre défaut congénital : l'hypospadias. On voit mal comment on pourrait rattacher cette dernière malformation à un trouble de l'amnios, qui aurait porté seulement sur le pénis, alors que les membres inférieurs et les fesses sont restés intacts. Il semble difficile d'admettre d'autre part que deux causes différentes auraient agi simultanément, pour produire deux malformations qui n'auraient entre elles aucun rapport.

QUELQUES APPLICATIONS NOUVELLES

DU PRINCIPE DE L'ADDITION DES TRANCHES

Particulièrement à l'étude de déterminants dont l'uniformité dépend de l'ordre

PAR

MAURICE LECAT

---

1. Nous avons démontré ailleurs [1] quelques propriétés de déterminants spéciaux, en utilisant l'important principe de l'addition des tranches régulières, en vertu duquel *on peut, dans un déterminant à* n *dimensions, ajouter aux éléments d'une tranche à* n — *1 dimensions les éléments correspondants d'autres tranches parallèles multipliés par des constantes quelconques, pourvu que, si la classe est impaire, ces tranches ne soient pas des strates.*

Rappelons les énoncés de quelques-uns de ces théorèmes, choisis parmi les plus simples :

a) Si, dans un déterminant de classe paire, la somme des éléments de chaque file est nulle, tous les premiers mineurs sont égaux (généralisation d'un théorème dû à Borchardt).

b) Lorsque, dans un déterminant de classe paire n, les tranches à $n - 2$ dimensions se croisant sur un élément E sont vides et que les autres éléments des tranches à $n - 1$ dimensions passant

---

[1] *Leçons sur les déterminants à* n *dimensions,* Gand, Hoste, 1910 ; voir en particulier le n° 25, corollaires 1 à 5 (pages 44 à 49), ainsi que les n°s 45, 46 (pages 84 à 88). Voir aussi notre *Abrégé de la théorie des déterminants à* n *dimensions*, Gand, Hoste, 1911, n° 21 (pages 46 à 49), où certaines des propriétés en question sont exprimées analytiquement sous une forme nouvelle.

par E sont tous égaux à l'unité, on peut, dans la sous-matrice de l'élément E, ajouter une même quantité aux éléments d'une même tranche, et l'on peut faire cette opération sur les $n(p-1)$ tranches de la sous-matrice.

c) Lorsque, dans un déterminant, on choisit $1+\rho_1$ tranches parallèles et qu'on remplace, dans chacune d'elles, chaque élément par la somme des ρ_1 éléments correspondants diminuée de cet élément, et qu'on opère de même sur d'autres systèmes de tranches, en nombres $1+\rho_2$, $1+\rho_3$, ..., $1+\rho_\mu$, et parallèles entre elles dans un même système, le déterminant transformé est égal au primitif multiplié par

$$\prod_{\epsilon=1}^{\mu}(-1)^{\rho_\epsilon}\cdot\rho_\epsilon,$$

à condition que toutes les tranches considérées soient régulières.

Dès 1881, Gegenbauer a appliqué le principe de l'addition des tranches à la généralisation d'un théorème de Studnička, et, en 1885, il a démontré cette élégante propriété : tout déterminant cyclosymétrique de classe et ordre pairs est décomposable en un produit de deux déterminants de même classe, mais d'ordre inférieur de moitié.

Le but de cette note est surtout d'indiquer les applications du même principe à l'étude de certains déterminants uniformes ; mais nous signalerons d'abord quelques autres résultats, dont la démonstration est très aisée.

2. *Si, dans un déterminant, la somme*

$$\sum_{\rho=1}^{p} b^2_{i_1,\,\ldots,\,i_{n-1},\,\rho}$$

des carrés des éléments est égale à l'unité sur chaque file régulière [1] *d'une direction donnée, et si la somme des produits des*

---

[1] C'est-à-dire qui ne correspond pas à l'indice fixe, ou n'est pas perpendiculaire aux strates, la classe étant impaire.

éléments correspondants [1] *de deux files quelconques de cette direction est nulle, le déterminant est égal à un mineur quelconque divisé par l'élément correspondant.*

Si la classe est paire, on peut mettre le carré du déterminant donné sous forme d'un déterminant de classe $2n-2$, et l'on voit aisément, en utilisant un théorème relatif aux déterminants se réduisant à des permanents, que ce déterminant carré vaut $(p!)^{n-2}$. Il en résulte que *tout mineur* du déterminant donné *est égal à l'élément correspondant multiplié par le facteur* $\pm(p!)^{\frac{n}{2}-1}$.

3. En abaissant l'ordre successivement d'une unité grâce à l'addition des tranches extrêmes de rang 1, on voit que le déterminant [2]

$$\left| b_{\frown{i_1}, \ldots, i_n} - \left(\prod_{\epsilon=2}^{n} \sum_{\omega_\epsilon = i_1}^{p} \delta_{i_\epsilon, \omega_\epsilon} - \delta_{i_1, \ldots, i_n} \right) \left(b_{i_1, \ldots, i_n} + b_{p, i_2, \ldots, i_n} \right) \right|$$

est indépendant de la classe et vaut

$$b_{p, \ldots, p} \prod_{\alpha=1}^{p-1} \left(b_{\alpha, \ldots, \alpha} + b_{p, \alpha, \ldots, \alpha} \right).$$

Par exemple, pour $n=3$, $p=4$, le développement du déterminant

$$\left| \begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc} r & -a_1 & -a_2 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho & a_1 & a_2 & a_3 \\ -a_4 & -\sigma & -a_5 & -a_6 & 0 & s & -a_5 & -a_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & \sigma & a_5 & a_6 \\ -a_7 & -a_8 & -\tau & -a_9 & 0 & -a_8 & -\tau & -a_9 & 0 & 0 & t & -a_9 & a_7 & a_8 & \tau & a_9 \\ -a_{10} & -a_{11} & -a_{12} & -U & 0 & -a_{11} & -a_{12} & -U & 0 & 0 & -a_{12} & -U & a_{10} & a_{11} & a_{12} & U \end{array} \right|$$

---

(1) L'expression « éléments correspondants » n'est pas prise ici avec le sens que nous lui attribuons ordinairement quand il s'agit de déterminants à plusieurs dimensions, mais le lecteur aura compris que les éléments correspondants dont il est question ici sont dans une même tranche perpendiculaire aux files considérées.

(2) Le signe $\frown$ surmontant i_1 signifie que i_1 est un indice *régulier*, c'est-à-dire n'est pas l'indice fixe si la classe est impaire, mais est un indice quelconque si n est pair.

se réduit à l'expression

$$U(r+\rho)(s+\sigma)(t+\tau),$$

les tranches juxtaposées étant régulières.

En particulier, on a :

$$\left| -1+2\prod_{\epsilon=2}^{n}\left(1-\delta_{1,\,[i_\epsilon-\overset{\frown}{i_1}]}\right) \right| = 2^{p-1}.$$

4. En procédant à peu près comme pour les déterminants ordinaires, on démontre que *si un déterminant est nul, il existe une même relation linéaire entre les éléments d'une tranche régulière parallèle à une direction déterminée. La réciproque n'est vraie* que si l'on peut additionner des files ; or les files ne sont des tranches à $n-1$ dimensions *que si la classe est 2.*

Les déterminants ordinaires sont donc les seuls à jouir de la réciproque et l'on voit aussi que *les mineurs des éléments correspondants de tranches parallèles régulières d'un déterminant nul ne sont, en général, proportionnels que si le déterminant est à deux dimensions.*

5. Le déterminant à n dimensions (1)

$$\left| \begin{pmatrix} * + \sum_{\nu=1}^{n} i_\nu \\ \overset{\smile}{i_\sigma} - 1 \end{pmatrix} \right| = \delta_{n,\,2}.$$

On le démontre très aisément en soustrayant successivement dans différents systèmes de tranches régulières, et pour les valeurs de ν égales à $n-1$, $n-2$, ..., 1, la tranche $(\nu-1)^{\text{ème}}$ de la tranche $\nu^{\text{ème}}$, et en tenant compte de la relation bien connue

$$\binom{m}{n}-\binom{m-1}{n}=\binom{m-1}{n-1}.$$

---

(1) On voit que l'élément représente un nombre de combinaisons (notation d'Andreas von Ettinghausen).

Ici donc, comme au n° 4, les déterminants ordinaires se distinguent de tous les autres ([1]).

On peut remarquer que, l'indice fixe i_1 mis à part, tous les indices du déterminant sont permutables et par conséquent, si n est impair, le déterminant a deux valeurs distinctes, dont l'une, d'ordre de multiplicité $n-1$, est nulle, comme nous venons de le voir.

6. Arrivons aux questions d'uniformité. Avertissons le lecteur une fois pour toutes, de ce que nous supposons la classe n et l'ordre p supérieurs à l'unité ; cette restriction est légitime, car si $n=1$, on a affaire, en réalité, à un permanent, et si $p=1$, la classe est arbitraire.

On sait ([2]) que la condition d'uniformité d'un déterminant de classe impaire peut dépendre de la classe ([3]). Nous nous proposons de montrer maintenant, sur quelques exemples, qu'elle peut être subordonnée à l'ordre ([4]). Plus loin, nous indiquerons des cas où elle dépend simultanément de la classe et de l'ordre.

Soit le déterminant

$$N_1 \equiv \left| h_{i_2,\,\ldots,\,i_n} + \overset{\smile}{i}_1\, b_{i_2,\,\ldots,\,i_n} \right|_p ,$$

les h et les b étant indépendants de l'indice i_1. Considérons q éléments équidistants

$$E_1,\ E_2,\ E_3,\ \ldots \qquad (e)$$

d'une file f de rang 1, donc régulière. Comme il y a, grâce aux hypothèses faites, équidifférence entre ces éléments, le principe

---

([1]) Les exemples où cette singularité se produit sont très nombreux. Voir notamment le mémoire *Sur les déterminants de classe impaire uniformes* dans ces ANNALES, 1910-11, seconde partie, pages 121/3 (n° 4). Voir aussi le n° 10 du présent mémoire, ainsi que le n° 32 et l'exercice 125 de notre *Abrégé*.

([2]) Cf. le mémoire cité, n° 4.

([3]) Cf. la question 5, p. 26, de notre *Abrégé*. Voir aussi ce qui a lieu pour les superdéterminants, dans la note insérée dans ces ANNALES, première partie, p. 123.

([4]) Cf. l'INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS, question 3909, 1911, page 193.

d'addition des tranches, appliqué de manière à remplacer les éléments (e) par les q éléments

$$E_1, E_2 - E_1, E_3 - E_2, \ldots$$

sur la file f, fera apparaître $q - 1$ tranches régulières identiques. Si donc $q \geqslant 3$ ou $p \geqslant 3$, car rien n'empêche de prendre pour $E_1, E_2, E_3, \ldots$ des éléments consécutifs, le déterminant est nul. Il est d'ailleurs évident que cette condition est nécessaire, sauf, bien entendu, dans certains cas particuliers.

Si, n étant impair, i_1 est choisi comme indice fixe, le raisonnement précédent n'est plus valable.

En conclusion : pour $p > 2$, le déterminant est nul sans restriction si la classe est paire ; si elle est impaire, le déterminant a, en général, deux valeurs distinctes, l'une simple est différente de zéro, l'autre est nulle (et d'ordre de multiplicité $n - 1$). Si $p = 2$, le déterminant n'est pas nul, en général, quelle que soit la classe, et, pour n impair, toutes les valeurs sont distinctes.

Quant au déterminant

$$N_2 \equiv \left| h_{i_3, \ldots, i_n} + F(i_1, i_2)\, b_{i_3, \ldots, i_n} \right|,$$

où F est une fonction linéaire par rapport aux deux arguments i_1 et i_2, on voit aisément qu'il est uniformément nul [1] pour $p > 2$. Pour $p = 2$, il se comporte comme le déterminant N_1.

7. Examinons s'il est possible de généraliser les résultats que nous venons d'obtenir, en recherchant des déterminants qui soient uniformes quelle que soit la classe, mais seulement quand l'ordre n'est pas inférieur à un nombre donné k.

La considération des différences premières entre éléments correspondants ayant conduit à la condition $p > 2$, il est à prévoir qu'en prenant convenablement des différences $k^{\text{èmes}}$, on arrivera à la condition $p > k + 1$. On sait, en effet, par le calcul des différences, que si l'on a une fonction rationnelle et entière de degré k en x, et si l'on substitue à l'argument x des nombres équidifférents, la différence $k^{\text{ième}}$ est constante. On fera donc jouer le rôle

---

(1) Uniformément nul, c'est-à-dire uniforme et nul.

de x à un indice régulier, et en soustrayant, successivement pour $\omega = 1, \ldots, k$ (ce qui exige $p > k$), de la tranche π_ω la tranche $\pi_\omega - 1$, pour $\pi_\omega = p, p-1, \ldots, \omega + 1$, comme il est fait ici :

$$\begin{vmatrix} 3 & 7 & 13 & 21 \\ 7 & 21 & 43 & 73 \\ 13 & 43 & 91 & 157 \\ 21 & 73 & 157 & 273 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 & 8 \\ 7 & 14 & 22 & 30 \\ 13 & 30 & 48 & 66 \\ 21 & 52 & 84 & 116 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ 7 & 14 & 8 & 8 \\ 13 & 30 & 18 & 18 \\ 21 & 52 & 32 & 32 \end{vmatrix},$$

pour $n = 2$, $k = 2$, $p = 4$, on aura $p - k$ tranches parallèles, régulières identiques. On voit ainsi que le déterminant est bien nul si $p - k \geqslant 2$.

En raisonnant comme au n° 6, on conclura de ce qui précède que :

A) *Si l'élément général d'un déterminant est, par rapport à un seul indice, une fonction rationnelle et entière de degré inférieur à l'ordre diminué d'une unité* ([1]), *le déterminant est nul si la classe est paire, et a, en général, deux valeurs distinctes, si la classe est impaire, l'une de ces valeurs, simple, étant différente de zéro, l'autre, nulle, étant réalisée quand l'indice considéré est régulier* ([2]).

B) *Si l'élément général est, par rapport à deux indices au moins considérés séparément, une fonction rationnelle et entière de degré inférieur à l'ordre diminué d'une unité, le déterminant est uniformément nul* ([3]).

Il est clair que si, dans les deux cas, l'ordre ne satisfait pas à la condition $p > k + 1$, le déterminant n'est pas nul, en général, et, pour n impair, les n valeurs sont distinctes.

([1]) L'élément peut être fonction rationnelle et entière par rapport à plusieurs indices, mais cette fonction ne peut être de degré inférieur à l'ordre diminué d'une unité, que pour un seul indice.

([2]) On pourrait généraliser quelque peu ce théorème en prenant des éléments quelconques pour $p - \kappa - 1$ tranches de la direction considérée.

([3]) On suppose, bien entendu, que la fonction rationnelle et entière, considérée par rapport à un quelconque de ses arguments, n'a pas de zéro parmi les p premiers nombres, car s'il y en avait au moins un, le déterminant serait uniformément nul quels que soient p et n, comme ayant une tranche composée exclusivement de zéros.

8. Considérons quelques déterminants particuliers satisfaisant aux conditions exigées [1].

Le déterminant

$$\left| \sum_{\alpha=0}^{k} i_1^{\alpha} \; b_{i_2, \ldots, i_n}^{(\alpha)} \right|_{k+2}$$

est nul ou quelconque, suivant que l'indice i_1 est régulier ou non.

Le déterminant actinomorphe d'espèce $\nu - 1$

$$\left| \sum_{\alpha=0}^{k} \Lambda_{\epsilon=1}^{\mu} i_\epsilon^{\alpha} b_{i_\nu, \ldots, i_n}^{(\alpha)} \right|_p,$$

Λ étant mis pour Σ ou Π, est uniformément nul si

$$\nu > 2, \qquad \mu > \nu - 2, \qquad p > k + 1.$$

Observez que les indices des b ne peuvent comprendre, sauf dans certains cas exceptionnels, l'indice auquel on fait jouer le rôle de la variable x du n° 7.

Si $p \leqslant k + 1$, les $n - k + 2$ valeurs, en général distinctes, du déterminant, peuvent toutes être différentes de zéro. Par exemple, les déterminants

$$\left| b_{1, i_3} + i_1 i_2 b_{2, i_3} + i_1^2 i_2^2 b_{3, i_3} \right|_3,$$

$$\left| b_{1, i_3} + (i_1 + i_2) b_{2, i_3} + (i_1^2 + i_2^2) b_{3, i_3} \right|_3,$$

---

(1) Le déterminant

$$\left| \sum_{\epsilon=1}^{\nu} i_\epsilon \, b_{i_{\nu+1}, \ldots, i_n}^{r_\epsilon} \right|_p,$$

où l'élément général est linéaire par rapport à $i_1, \ldots, i_\nu$, et dont le calcul fait l'objet d'une partie de la question 23[b], page 143 de notre *Abrégé*, constitue un cas très particulier des déterminants du texte. Il est donc beaucoup plus aisé à calculer que nous ne croyions en posant la question. L'exposant r_ν ne joue pas un rôle essentiel et pourrait être supprimé. Si $\nu > 2$, $p > 2$, le déterminant est

où $k = 2$, $\nu = 3$, $\mu = 2$, ont chacun deux valeurs non nulles et distinctes.

Si $\nu = n + 1$, on peut écrire, X étant une quantité finie,

$$\left| \sum_{\alpha=0}^{k} \Lambda_{\epsilon=1}^{n} i_{\epsilon}^{\alpha} \right|_p = X \sum_{\alpha=0}^{k} \delta_{p,\,\alpha+1} \cdot$$

Ce déterminant est actinomorphe et par conséquent uniforme quel que soit k par rapport à p. La valeur (d'ordre de multiplicité n) est nulle pour $p > k + 1$, quelconque pour $p \leqslant k + 1$.

9. Jusqu'à présent, l'indice, ou mieux la coordonnée, correspondant à la direction d'addition, n'était pas placée en indice d'une lettre quelconque [1]. Il n'en sera plus de même dans ce qui va suivre.

Considérons le déterminant

$$M_1 \equiv \left| h_{i_1} + h_{i_1, \ldots, i_n} \right|_p ,$$

$h_{i_1, \ldots, i_n}$ étant une fonction rationnelle et entière de degré k par rapport à l'argument i_1, mais fonction quelconque par rapport à $i_2, \ldots, i_n$. Si i_1 est un indice régulier, on lui fera jouer le rôle de la variable x. Le déterminant se comportera donc, en ce qui concerne le second terme du binôme de l'élément général, comme le déterminant N_1 ; mais après avoir pris les différences $(k-1)^{\text{èmes}}$, qui seront équidifférentes, on multipliera par des facteurs convenables les différentes tranches sur lesquelles on opère, ce qui permettra, à l'aide d'une dernière soustraction de tranches, de faire disparaître les termes en $h_{i_2, \ldots, i_n}$ et de ne conserver qu'une fonction de h_{i_1}. Celle-ci sera la même pour tous les éléments de

---

uniformément nul ; pour $\nu = 1$, n impair, il a deux valeurs ; pour $p = 2$, il en a $n - \nu + 1$, sauf peut-être sous une restriction en ce qui concerne la classe, restriction qui serait légitimée par les considérations du n° 10.

[1] Ceci montre l'utilité qu'il y a, dans certains cas, à substituer au mot indice (du déterminant) le terme coordonnée, afin d'éviter toute confusion ; car une lettre jouant le rôle d'indice, au sens général qu'on attribue à ce mot en mathématiques, peut n'être pas un indice du déterminant (ou coordonnée), et inversement, un indice du déterminant peut ne pas être placé en indice d'une lettre.

certaines tranches de direction 1 ; on pourra donc la mettre hors barres, et, si $p > k+1$, amener le déterminant à avoir deux tranches régulières composées uniquement d'unités, ce qui prouve que le déterminant est nul.

Ce raisonnement n'étant pas valable si i_1 est l'indice fixe pour n impair, on voit qu'il y a en général deux valeurs pour $p > k+1$, tandis qu'il y en a n pour $p \leqslant k+1$.

Quant au déterminant

$$M_2 = \left| \sum_{\epsilon=1}^{\nu} d_{i_\epsilon}^{(\epsilon)} + d_{i_1, \ldots, i_n} \right|_p ,$$

où $d_{i_1, \ldots, i_n}$ est, par rapport aux arguments $i_1, \ldots, i_\nu$ considérés séparément, une fonction rationnelle et entière de degré inférieur à l'ordre diminué d'une unité, on voit qu'il est uniformément nul si $\nu \geqslant 2$. Nous arrivons donc exactement aux mêmes conclusions qu'au n° 7.

En particulier, le déterminant

$$\left| \sum_{\epsilon=1}^{\nu} d_{i_\epsilon}^{(\epsilon)} + d_{i_{\nu+1}, \ldots, i_n} \right|_p \text{ [1]}$$

est uniformément nul si $p > 2$, $\nu > 2$. Si l'on supprime l'indice supérieur (ϵ), le déterminant devient actinomorphe d'espèce ν et, pour $p = 2$, ne possède que $n - \nu + 1$ valeurs différentes. Ainsi, le déterminant

$$\left| b_{i_1} + b_{i_2} + (i_1 + i_2)^3 \, b_{i_3, \ldots, i_n} \right|_p$$

est uniformément nul pour $p \geqslant 5$ et possède $n - 1$ valeurs distinctes pour $p \leqslant 4$.

---

[1] Ce déterminant amène à l'étude du suivant

$$\left| \sum_{\sigma=1}^{s} h^{(\sigma)}_{i_1^{(\sigma)}, \ldots, i_{\nu_\sigma}^{(\sigma)}} \right| ,$$

où $\Sigma \nu_\sigma = n$.

Quant aux diverses valeurs des déterminants M_1, M_2 et aussi N_1 et N_2 (voir n° 7) pour $p \leqslant k + 1$, elles n'ont rien de remarquable et qui mérite d'être signalé.

Diverses recherches intéressantes, connexes aux résultats des n^os^ 6 à 9, sont suggérées par certains théorèmes connus sur des déterminants nuls, autres que ceux qui ont deux ou plusieurs tranches régulières, parallèles, identiques. Mais nous ne pouvons songer à allonger ce travail par l'examen de nombreux cas spéciaux [1].

10. L'étude de déterminants de classe n impaire dont l'uniformité n'a lieu que quand n est au moins égal à un nombre donné ν, n'a encore été faite que pour $\nu = 5$ [2]. Pour ν quelconque, la question paraît compliquée. La difficulté est encore légèrement accrue quand l'uniformité est en même temps subordonnée à l'ordre, surtout si c'est autrement que par la condition $p > 2$. C'est pourquoi nous nous bornerons ici à donner quelques exemples, extrêmement simples, de déterminants dont l'uniformité ne cesse d'exister que pour $p = 2$, $n = 3$, auquel cas ils ont les trois valeurs distinctes.

Comme cas particuliers [3] des déterminants vus plus haut, on a les suivants :

$$\left|\sum_{\nu=1}^{n} i_\nu b_\nu\right|_p, \quad \left|\sum_{\nu=1}^{n} i_\nu b^{\kappa_\nu}\right|_p, \quad \left|\sum_{\nu=1}^{n} b^{(\nu)}_{i_\nu}\right|_p, \text{ [4]} \quad \left|\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^{i_\nu - 1}\right|_p \text{ [5]},$$

---

(1) Le lecteur verra aisément comment on peut arriver à de nouveaux résultats, en utilisant par exemple la formule (I), page 30, ainsi que l'exercice 34, page 40, de notre *Abrégé*.

(2) Voir le mémoire cité plus haut.

(3) On pourrait les généraliser quelque peu sans modifier leurs propriétés, tout en changeant leurs valeurs.

(4) Cf. le mémoire cité, n° 4.

(5) Par contre, le déterminant

$$\left|\sum_{\nu=1}^{n} r_\nu b_\nu^{i_\nu}\right|,$$

qui lui ressemble, a toutes ses valeurs distinctes pour $p = 2$, quelle que soit la classe (impaire).

valant

$$-\,A \cdot \delta_{p,2}\,(\delta_{n,2} + 2B \cdot \delta_{n,3}),$$

où l'on remplace A et B respectivement par

$$b_1 b_2,\ \ b^{\kappa_1+\kappa_2},\ \ (b_2^{(1)} - b_1^{(1)})\,(b_2^{(2)} - b_1^{(2)}),\ \ (b_1-1)\,(b_2-1)\,;$$

$$\frac{b_3}{b_\sigma},\ \ b^{\kappa_3-\kappa_\sigma},\ \ \frac{b_2^{(3)} - b_1^{(3)}}{b_2^{(\sigma)} - b_1^{(\sigma)}},\ \ \frac{b_3-1}{b_\sigma-1},$$

σ étant le rang de l'indice fixe. Pour le calcul, dans le cas spécial où $p = 2$, on applique encore le principe de l'addition des tranches en soustrayant, dans *tous* les systèmes de tranches régulières, la première tranche de la seconde ; on voit ainsi que le déterminant est nul pour $n \geqslant 4$, et l'on a immédiatement ses valeurs pour $n = 2$, $n = 3$.

11. Le problème général à résoudre serait l'étude des déterminants dont l'uniformité n'a lieu que pour, ou excepté pour :

1° $$n > \nu, \qquad p > \pi,$$

ν et π étant des nombres donnés quelconques ;

2° les valeurs positives et entières de n et p satisfaisant à

a) $$f(n,p) > 0,$$

b) $$f(n,p) = 0,$$

f étant une fonction rationnelle et entière donnée ou bien une fonction arithmologique convenable.

Ces questions générales nous paraissent extrêmement épineuses. Nous espérons toutefois présenter bientôt un travail, beaucoup plus particulier, où nous examinerons spécialement quelques propriétés des déterminants dont l'uniformité n'a lieu $[\Delta_1\,(a, b, c)]$ ou ne cesse d'exister $[\Delta_2\,(a, b, c)]$ que pour les solutions (entières et positives), en nombre fini ou infini, d'une équation indéterminée du premier degré

$$ap + bn = c.$$

Les relations entre les déterminants

$$\Delta_1\,(a, b, c),\quad \Delta_2\,(a, b, c),\quad \Delta_1\,(b, a, c),\quad \Delta_2\,(b, a, c)$$
$$(a \neq b)$$

seront étudiées ensuite.

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. I à t. XXXV, 1875 à 1911. Chaque vol. in-8° de 400 à 600 pages fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des vingt-cinq premiers volumes des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE (1875-1901). Un vol. in-8° de 250 pages (1904), en vente au prix de . . . . fr. **3 00**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Première série, 1877 à 1891. Trente volumes. Seconde série, 1892 à 1901. Vingt volumes. Troisième série, commencée en 1902. Les deux volumes annuels, de 700 pages in-8° chacun . . . . fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des cinquante premiers volumes de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES (1877-1901). Un vol. in-8° de XII-168 pages, petit texte (1904), en vente au prix de 5 fr.; pour les abonnés . . fr. **2 00**

Ph. Gilbert. Mémoire sur l'application de la méthode de Lagrange à divers problèmes de mouvement relatif. Deuxième édition (1889). Un vol. in-8° de 150 pages . . . . fr. **7 50**

DISCUSSION SUR LE FŒTICIDE MÉDICAL. Brochure in-8° de 38 pages (1904) . . . . fr. **1 00**

LA CRISE DU LIBRE-ÉCHANGE EN ANGLETERRE. Rapports de MM. G. Blondel, Ch. Dejace, A. Viallate, Emm. de Meester, P. de Laveleye, Éd. Van der Smissen. Brochure in-8° de 121 pages (1905). . fr. **2 00**

LES PORTS ET LEUR FONCTION ÉCONOMIQUE : **T. I.** Introduction, Éd. Van der Smissen. I. La Fonction économique des Ports dans l'Antiquité grecque, H. Francotte. II. Bruges au Moyen âge, G. Eeckhout. III. Barry, H. Laporte. IV. Beira, Ch. Morisseaux. V. Liverpool, P. de Rousiers. VI. Anvers, E. Dubois et M. Theunissen. VII. Les Ports et la vie économique en France et en Allemagne, G. Blondel. Un vol. in-8° de 183 pages, figures et plans. (Épuisé.) **T. II.** VIII. Londres, G. Eeckhout. IX. Délos, A. Roersch. X. Rotterdam, J. Charles. XI. Gènes au Moyen âge, J. Hanquet. XII. Marseille, G. Blondel. Un vol. in-8° de 123 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. III.** XIII. Le Port moderne de Gênes, M. Theunissen. XIV. Ostende. L.-Th. Léger. XV. Jaffa, P. Gendebien. XVI. Lisbonne, Ch. Morisseaux. XVII. Le Havre, G. Blondel. XVIII. Hambourg, P. de Rousiers et J. Charles. XIX. Rio-de-Janeiro, F. Géorlette. XX. Han-Kow. A. Vanderstichele. Prix : 3 francs. **T. IV.** XXI. Barcelone et Bilbao, J. Charles. XXII. Buenos-Aires, M. Theunissen. XXIII. Brême, J. Charles. XXIV. New-York, Paul Hagemans. XXV. Le Port de Pouzzoles dans l'Antiquité, d'après un livre récent, Alphonse Roersch. XXVI. Shanghaï, A. A. Fauvel. XXVII. Zeebrugge, J. Nyssens-Hart. Un vol. in-8° de 184 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. V.** XXVIII. Rouen, G. Blondel. XXIX. Montréal, M. Dewavrin. XXX. Seattle et Tacoma, M. Rondet-Saint. XXXI. Trieste, Fiume, Venise, M. Dewavrin. XXXII. Venise au moyen âge, C. Terlinden. XXXIII. Les ports du Nord-Est de l'Angleterre, J. Meuwissen. — Conclusions, G. Blondel. — Appendices : L'administration des Ports, J. Charles, S. J.; L'industrie des transports maritimes, H. Mansion. Prix : 3 francs.

SUR QUELQUES POINTS DE MORALE SEXUELLE DANS SES RAPPORTS AVEC LA MÉDECINE. Rapport de M. le Dr X. Francotte. Brochure in-8° de 48 pages (1907) . . . . fr. **0 75**

DE LA DÉPOPULATION PAR L'INFÉCONDITÉ VOULUE. Rapport de M. le Dr Henri Desplats, et discussion. Brochure in-8° de 29 pages (1908) fr. **0 75**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES

PUBLIÉE PAR

LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

TROISIÈME SÉRIE

Cette revue de haute vulgarisation, fondée en 1877 par la Société scientifique de Bruxelles, se compose actuellement de deux séries : la **première série** comprend 30 volumes (1877-1891) ; la **deuxième**, 20 volumes (1892-1901). La livraison de janvier 1902 a inauguré la **troisième série**.

La revue paraît en livraisons trimestrielles de 352 pages, à la fin de janvier, d'avril, de juillet et d'octobre. Chaque livraison renferme trois parties principales.

La **première partie** se compose d'**Articles originaux**, où sont traités les sujets les plus variés se rapportant à l'ensemble des sciences mathématiques, physiques, naturelles, sociales, etc.

La **deuxième partie** consiste en une **Bibliographie scientifique**, où l'on trouve un compte rendu détaillé et l'analyse critique des principaux ouvrages scientifiques récemment parus.

La **troisième partie** consiste en une **Revue des Revues et des Publications périodiques**, où des écrivains spéciaux résument ce qui paraît de plus intéressant dans les archives scientifiques et littéraires de notre temps.

Chaque livraison contient ordinairement aussi un ou plusieurs articles de **Variétés**.

CONDITIONS D'ABONNEMENT

Le prix d'abonnement à la Revue des Questions scientifiques est de **20 francs** par an. Les membres de la Société scientifique de Bruxelles ont droit à une réduction de **25** % ; le prix de leur abonnement est donc de **15 francs** par an.

Table analytique des cinquante premiers volumes de la Revue. Un vol. du format de la Revue de XII-168 pages. Prix : 5 francs ; pour les abonnés, 2 francs.

Des volumes isolés seront fournis aux nouveaux abonnés à des conditions très avantageuses.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** *et l'***Administration** *au secrétariat de la Société scientifique, 11, rue des Récollets, Louvain.*

Une Notice sur la Société scientifique, son but, ses travaux, est envoyée gratuitement à ceux qui en font la demande au secrétariat.

Louvain. — Imp. F. Ceuterick, rue Vital Decoster, 60.

Sur le 2n-gramme de Morgan

PAR

LOUIS CASTEELS
Assistant-Astronome à l'Observatoire royal de Belgique

INTRODUCTION

I. Dans ce mémoire nous nous proposons d'étudier quelques questions soulevées par de Morgan à propos de son *2n-gramme* (¹), et aussi de coordonner, tout en les précisant et en les complétant en certains points, les résultats signalés, dans un même ordre d'idées, par le savant anglais, par Carnoy (²) et par nous-même (³). Nous nous permettrons de transcrire l'introduction de l'article de Morgan ; le lecteur saisira mieux ainsi la portée et le sens de certains passages de notre travail.

II. « The most general theorem I require is the particular case I now state. If of the n^2 intersections of two n-ic curves $n(n-2)-\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$ lie on an $(n-2)$ ic, so also do $\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$ more of the intersections, which call *adjuncts* : and the remaining $2n$ intersections lie on a conic. When $n=3$,

---

(¹) On the Conic Octagram, PROC. OF THE LONDON MATH. SOC., vol. 11, pp. 26-29.

(²) Propriétés descriptives nouvelles des sections coniques, ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE, 1880.

(³) Sur quelques constructions relatives aux coniques, ANNALES. avril 1909 ; Sur une restitution de priorité en faveur de Morgan, ANNALES, avril 1910.

and the cubics are trilinear, we have Pascal's hexagram : we may retain this word as denoting, not a hexagon, but a method of drawing or completing a hexagon. Each value of n, if the n-ics be multilinear, gives a direct and inverse $2n$-gram : direct, when by an $(n - 2)$ ic taken at pleasure we determine $2n$ points of some conic of which nothing is given beforehand ; inverse, when having given five determining points of a conic, we determine $2n - 5$ points more by an inverse construction which determines a convenient $(n - 2)$ ic.

» When $n = 3$ or $n = 4$, there are no adjunct intersections ; and the inverse $2n$-gram is the plainest inversion of a simple construction. But when $n = 5$ or upwards the inverse $2n$-gram, though practicable, requires the introduction of a entirely new element. When $n = 5$, for example, and there is one adjunct, the direct construction makes 14 intersections, put the 15^{th} on its proper place ; but in the inverse construction, *the cubic cannot be discovered without finding it so as to satisfy the condition of the 15^{th} intersection*. Consequently, there are no other theorems of the family of Pascal's hexagram except only the octagram... »

III. Dans le théorème fondamental invoqué par l'auteur il est question d'une courbe V du degré $(n - 2)$, sur laquelle il n'est fait aucune hypothèse spéciale. Nous n'utiliserons, dans les applications, que le cas particulier le plus important, celui où cette courbe dégénère en un système de $(n - 2)$ droites. De plus, nous ne considérerons pas ce que l'auteur appelle le $2n$-gramme direct, sauf dans une note spéciale, rejetée à la fin de notre travail. Nous ne ferons donc mention que du $2n$-gramme, tout court, ce mot étant pris dans le sens du $2n$-gramme inverse de Morgan, à courbe V multilinéaire.

IV. Nous avons dit ailleurs [1] qu'il ne faut guère attacher d'importance aux points « adjoints » considérés par de Morgan. Nous avons même insinué que le décagramme était géométriquement réalisable, contrairement aux affirmations de l'auteur anglais. Hâtons-nous de dire qu'il ne s'agit pas du décagramme du type le plus général, mais d'un décagramme spécial, fournis-

[1] Sur une restitution de priorité en faveur de Morgan, ANNALES, 1910.

sant quatre points nouveaux d'une conique donnée par cinq points. Pour plus de détails nous renvoyons au § 5.

V. En vue de mettre de l'ordre dans les différentes questions que nous examinerons et afin d'avoir un tout complet, nous reprendrons brièvement certains problèmes déjà traités dans les notes signalées ci-dessus.

VI. D'une façon générale, nous ne nous occuperons pas des cas particuliers pouvant se présenter dans nos problèmes et dans nos théorèmes, quant aux données ou quant aux résultats.

VII. Enfin nous ne dirons rien de la généralisation du théorème de Brianchon, les constructions relatives aux polygones circonscrits à une conique découlant très simplement de celles qui concernent les polygones inscrits.

§ 1. SUR UN THÉORÈME FONDAMENTAL RELATIF AUX COURBES PLANES ALGÉBRIQUES

1. **Théorème général sur les courbes planes.** *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux courbes d'ordre* n, *il y en a* p

$$\left[n > \omega \text{ et } \frac{1}{2}\omega(\omega+3) \leq p \leq n\omega\right] \text{ (}^1\text{)}$$

sur une courbe U d'ordre ω *et*

$$q = n(n-\omega) - \left\{\frac{1}{2}(n-\omega-1)(n-\omega-2) + \left[p - \frac{1}{2}\omega(\omega+3)\right]\right\}$$

$$\left[\frac{1}{2}(n-\omega)(n-\omega+3) \leq q\right]$$

sur une courbe V d'ordre (n — ω), *il y en aura encore*

$$s = \left\{\frac{1}{2}(n-\omega-1)(n-\omega-2) + \left[p - \frac{1}{2}\omega(\omega+3)\right]\right\}$$

(1) Bien que $\frac{1}{2}\omega(\omega+3)$ points peuvent être considérés toujours comme appartenant à une courbe d'ordre ω, nous mettons l'hypothèse $\frac{1}{2}\omega(\omega+3) = p$ pour comprendre tous les cas particuliers dans ce théorème général.

sur cette même courbe et les $(n\omega - p)$ *points restants appartiendront à la courbe U.*

Démonstration. — Les p points de la courbe U et les q points de la courbe V forment un ensemble de $\left[\frac{1}{2} n(n+3) - 1\right]$ points, qui peuvent être considérés comme appartenant à une courbe UV d'ordre n. Or, toutes les courbes d'ordre n passant par $\left[\frac{1}{2} n(n+3) - 1\right]$ points fixes ont en commun d'autres points, au nombre de $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$. Par conséquent, la ligne UV, qui contient déjà $\left[\frac{1}{2} n(n+3) - 1\right]$ points d'intersection des deux lignes d'ordre n dont il est question dans l'énoncé du théorème, passe par les

$$\frac{1}{2}(n-1)(n-2) = s + (n\omega - p)$$

points d'intersection restants.

Ces derniers doivent se répartir de la manière suivante : s sur V et $(n\omega - p)$ sur U. En effet, si U renfermait un nombre de points supplémentaires inférieur (ou supérieur) à $(n\omega - p)$, il y aurait sur cette courbe un nombre total de points d'intersection inférieur (ou supérieur) à $n\omega$ et sur V un nombre total de points supérieur (ou inférieur) à $n(n-\omega)$; ce qui est impossible [1].

Le théorème peut s'énoncer plus commodément dans les cas limites $p = n\omega$ et $p = \frac{1}{2}\omega(\omega + 3)$. On a, en effet, les propositions suivantes :

---

[1] Les conclusions de ce théorème sont inexactes pour certaines situations relatives, *exceptionnelles*, des

$$s + (n\omega - p)$$

points supplémentaires. Nous n'en tiendrons pas compte dans le présent mémoire (Cf. Introd. VI). Mais nous nous réservons d'examiner spécialement ces cas particuliers, d'ailleurs théoriquement fort intéressants, dans un autre travail que nous comptons présenter sous peu à la Société scientifique.

2. **Cas limites du théorème général.** — I. *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux lignes d'ordre* n, *il y en a* $n\omega$ *sur une courbe U d'ordre* ω, *les* $n(n-\omega)$ *points restants appartiendront à une courbe V d'ordre* $(n-\omega)$ (1).

II. *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux lignes d'ordre* n, *il y en a*

$$n(n-\omega)-\frac{1}{2}(n-\omega-1)(n-\omega-2)$$

sur une courbe d'ordre $(n-\omega)$, *il y en aura encore* $\frac{1}{2}(n-\omega-1)(n-\omega-2)$ *sur cette même courbe et les* $n\omega$ *points restants appartiendront à une courbe d'ordre* ω.

Nous n'étudierons que le cas où chacune des lignes d'ordre n dégénère en un système de n droites. En faisant alors $\omega=2$ dans le théorème général, l'on aura la proposition suivante, d'une importance capitale, eu égard au point de vue auquel nous nous plaçons dans ce mémoire.

3. **Théorème fondamental.** *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux systèmes de* n *droites, il y en a* p

$$[5 \leqslant p \leqslant 2n]$$

sur une conique U et

$$n(n-2)-\left[\frac{1}{2}(n-3)(n-4)+(p-5)\right]$$

sur une courbe V d'ordre $(n-2)$, *il y en aura encore*

$$\frac{1}{2}(n-3)(n-4)+(p-5)$$

sur cette même courbe et les $(2n-p)$ *points restants appartiendront à la conique U.*

---

(1) Théorème classique établi par Gergonne en 1827 et reproduit dans Salmon-Chemin, *Traité de Géométrie analytique (Courbes planes)*, p. 26.

4. **Cas particuliers.** — I. *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux systèmes de* n *droites, il y en a* 2n *situés sur une conique U, les* n(n — 2) *points restants appartiendront à une courbe V d'ordre* (n — 2).

II. *Si, parmi les* n^2 *points d'intersection de deux systèmes de* n *droites, il y en a* n(n — 2) *situés sur une courbe d'ordre* (n — 2), *les* 2n *points restants appartiendront à une conique.*

Ces propositions correspondent respectivement aux cas de $\omega = 2$ et $n - \omega = 2$ dans le théorème I du n° 2. La dernière est aussi la réciproque de la précédente. On peut encore remarquer que celle-ci correspond au cas limite $p = 2n$ du théorème fondamental. Enfin, observons qu'en prenant $\omega = 2$ dans le théorème II du n° 2, l'on retombe sur la proposition servant de base aux constructions de Morgan (Introd. II) (1).

5. **Figures inscrites diverses formées par les deux systèmes de *n* droites** dont il est question dans les n° précédents. Si les $2n$ *composantes* des deux systèmes de n droites sont toutes *distinctes* entre elles, et c'est ce que nous supposerons dans la suite, il est visible que ces systèmes devront donner lieu soit à des polygones d'un nombre pair de côtés, inscrits à la conique U, soit à des groupes de polygones de même nature.

Voici le tableau des différents cas particuliers, depuis $n = 2$ jusque $n = 6$ (2).

---

(1) Nous signalons le théorème I du n° 2 et les deux théorèmes du n° 4, non pas tant à cause de leurs rapports étroits avec le théorème du n° 1 — ces rapports, en effet, n'établissent pas leur dépendance absolue vis-à-vis du théorème général (et ceci sera expliqué ailleurs) — mais plutôt à cause de leur utilité pratique dans les différentes questions dont nous nous occupons dans le présent mémoire.

(2) de Morgan semble ne tenir compte que du polygone simple correspondant à chaque valeur de n, sauf pour $n = 4$. Notons à ce propos qu'il n'existe aucune raison d'écarter, a priori, les cas des groupes de polygones ; ces cas ne rentrent aucunement dans les cas des polygones simples. (Voir Note I). En fait, cependant, ils semblent offrir moins d'intérêt que ces derniers.

n	$2n$ Combinaisons possibles	Polygone ou groupe de polygones correspondant
2	4	Quadrilatère simple
3	6	Hexagone simple
4	8	Octogone simple
	4 + 4	Système de deux quadrilatères
5	10	Décagone simple
	6 + 4	Hexagone-quadrilatère
6	12	Dodécagone simple
	8 + 4	Octogone-quadrilatère
	6 + 6	Système de deux hexagones
	4 + 4 + 4	Système de trois quadrilatères

6. **Notations.** Nous adopterons, à part quelques légères modifications, les notations employées par de Morgan. Les chiffres 1, 2, 3, ..., 9, 0 [1] représenteront les $2n$ composantes des deux systèmes de n droites ; des notations comme 14, 57, l'intersection des droites correspondantes 1 et 4, 5 et 7 ; et (14 — 57),.... les droites passant par les points 14 et 57,....

7. **Autre énoncé du théorème I du n° 4.** Ce théorème, appliqué à chaque polygone inscrit ou à chaque groupe de polygones, donne lieu à des propositions particulières qu'il est inutile d'énoncer en détail. Bornons-nous ici à quelques remarques générales.

I. Dans le cas du polygone simple 123... ($2n$), les deux groupes de n côtés non-adjacents peuvent être considérés comme consti-

---

[1] 0 pour dix. Nous n'examinerons, en détail, que les cas correspondant aux valeurs $n = 4$ et $n = 5$.

tuant respectivement nos deux systèmes de n droites. Il y aura ainsi un groupe de n côtés pairs et un groupe de n côtés impairs, et, quelle que soit la façon dont on numérote, de 1 à $2n$, les côtés successifs du polygone, il n'existera évidemment qu'une seule courbe V correspondante.

II. Dans le cas des groupes de polygones, au contraire, il y aura plusieurs courbes V, d'après la façon dont on groupera les côtés, pour en former les composantes des deux systèmes de n droites.

Cela posé, si l'on a numéroté les côtés successifs des différents polygones du groupe — ou du polygone simple, s'il n'y en a qu'un seul — d'une façon déterminée, d'ailleurs quelconque, de 1 jusque $2n$, c'est-à-dire, les côtés successifs d'un premier polygone à $2a$ côtés, de 1 jusque $2a$; les côtés successifs d'un second polygone à $2b$ côtés, de $(2a + 1)$ jusque $2(a + b)$; etc... l'on pourra énoncer le théorème I du n° 4 sous cette forme plus commode :

Théorème. *Dans tout polygone simple d'un nombre pair de côtés (ou dans tout groupe de polygones de même nature), inscrit à une conique U, les* $n(n - 2)$ *points d'intersection des côtés non-adjacents* [1] *de parité différente sont situés sur une courbe V d'ordre* $(n - 2)$.

Pour avoir toutes les courbes V correspondant à un groupe de polygones donné, il suffit de numéroter d'une façon convenable les côtés successifs de chaque polygone, puis d'appliquer le théorème ci-dessus.

8. **Démonstration directe du théorème du numéro précédent.** Le théorème en question peut se démontrer directement, sans recourir aux propositions énoncées en tête de ce paragraphe. Il suffit de décomposer, s'il y a lieu, le système de polygones donné en groupes de quadrilatères, au moyen de diagonales issues ou non d'un même sommet, dans chaque polygone ; d'écrire l'équation de la conique U considérée comme étant circonscrite respectivement à chacun de ces quadrilatères et d'éliminer les premiers

---

[1] Le mot *adjacent* ne prête à aucune confusion dans le cas général où tous les sommets sont distincts. Le lecteur n'aura aucune peine à étendre le sens de ce mot au cas où il y aurait plusieurs sommets confondus ; ainsi, deux côtés appartenant respectivement à des polygones différents sont considérés comme étant non-adjacents, même si les figures en question ont des sommets communs.

membres des équations des droites auxiliaires qu'on aurait introduites. Il restera une équation de degré n, représentant un lieu formé de la conique U et de la courbe correspondante V ; tous les points du lieu qui ne se trouvent pas sur U devront appartenir à V, et, parmi ces derniers, il y a les $n(n-2)$ points d'intersection des côtés non-adjacents de parité différente [1].

§ 2. DOMAINE D'APPLICATION DU THÉORÈME FONDAMENTAL A LA CONSTRUCTION DES CONIQUES

9. **Courbes V dégénérées ou multilinéaires.** Dans les problèmes qui conduisent à des constructions de points nouveaux de la conique U au moyen de la courbe V, il n'y a pas d'intérêt spécial à considérer le cas général où V est une courbe quelconque, non dégénérée. Aussi (Introd., III), considérerons-nous exclusivement le cas où la courbe V dégénère en un système de $(n-2)$ droites, à moins que nous ne spécifiions le contraire.

10. **Répartition des $n(n-2)$ points de la courbe V.** La distribution des $n(n-2)$ points sur les $(n-2)$ composantes de la courbe V peut se faire de plusieurs façons différentes à partir de la valeur $n = 4$. *Nous ne considérerons que les distributions sur des droites distinctes des* $2n$ *côtés des polygones inscrits à U ;* toute autre distribution donnerait lieu à des résultats peu intéressants ou bien conduirait à des groupes de polygones d'ordre inférieur. Il suit de là que la répartition des $n(n-2)$ points doit se faire de manière que chacune des composantes de V en renferme n et en renferme n seulement. Mais cette répartition n à n pourra elle-même se réaliser de plusieurs façons distinctes, dans la généralité des cas. Nous donnerons plus loin les distributions correspondant à l'octogramme, au double tétragramme et au décagramme.

11. **Propriétés relatives à différents modes de répartition des $n(n-2)$ points sur la courbe V.** Considérons le polygone-

---

[1] Le cas de deux quadrilatères inscrits à une même conique est compris dans le théorème général du nº 403, p. 273, des *Sections coniques*, par Chasles.

type 123... (2n), inscrit à la conique U (ou l'un quelconque des groupes associés) et imaginons que l'on distribue les $n(n-2)$ points de la courbe V, n à n, en $(n-2)$ séries, de façon à réaliser les conditions du numéro précédent, sans toutefois supposer que la ligne V soit nécessairement multilinéaire; c'est-à-dire, de façon que tous les chiffres, de 1 à (2n), soient représentés dans chacune des $(n-2)$ séries et ne le soient qu'une fois. Cela posé, on démontrera facilement les propriétés suivantes :

I. Si $(n-1)$ points, supposés *distincts*, d'une série quelconque relative à une distribution déterminée sont en ligne droite, le dernier point de la même série appartient à la même droite et les points des $(n-3)$ séries restantes se trouvent sur une courbe d'ordre $(n-3)$.

II. Si $(n-1)$ points, *distincts,* d'une série (a) et $(n-2)$ points — *distincts entre eux et distincts des (*n — *1) premiers* — d'une série (b) sont situés respectivement sur deux droites a et b, les points restants de chacune de ces deux séries appartiennent aux droites correspondantes et les points des $(n-4)$ séries restantes se trouvent sur une courbe d'ordre $(n-4)$.

En généralisant ces propriétés, nous aurons le théorème suivant :

12. **Proposition fondamentale relative à la distribution des $n(n-2)$ points sur la courbe multilinéaire V.** *Si* (n — 1) *points d'une série quelconque* (a) ; (n — 2) *points d'une série* (b) ; (n — 3) *points d'une série* (c), *etc. ; enfin, 3 points d'une avant-dernière série* (k) *sont situés respectivement sur* (n — 3) *droites* a, b, c, ..., k, *tous ces points étant supposés distincts, les points restants de chacune de ces séries seront situés sur les droites correspondantes et les* n *points de la dernière série* (l) *appartiendront à une droite* l.

Cette proposition implique donc l'existence d'une courbe multilinéaire V.

13. **Nombre de conditions nécessaires et suffisantes pour que la courbe V dégénère en un système de n droites.** Assujettir trois points d'une série à être collinéaires équivaut à imposer une condition de direction aux côtés du polygone inscrit (ou du groupe de polygones) considéré. Il y aura donc au total

$$(n-3)+(n-4)+\cdots+1=\frac{1}{2}(n-2)(n-3)=k$$

conditions à remplir pour que la courbe V soit multilinéaire. Elles sont *indépendantes* les unes des autres, c'est-à-dire que si l'une d'elles est remplie, les autres ne le sont pas par le fait même.

Remarquons maintenant que la position d'un point quelconque d'une conique peut être définie au moyen d'un seul paramètre (n° 15). Il en résulte que chacune des conditions géométriques se traduira par une relation analytique entre les paramètres relatifs aux $2n$ sommets du polygone (ou du groupe de polygones) considéré. *Il y aura donc, pour chaque 2n-gramme, un maximum de*

$$2n-k=\frac{1}{2}(-n^2+9n-6)$$

sommets libres, dont la position sur la conique donnée U demeurera tout à fait arbitraire. Mais, une fois ces points choisis, les $(2n-k)$ sommets restants ne peuvent plus être pris arbitrairement sur la courbe.

Cela posé, voici le tableau des différents cas depuis $n=3$ jusque $n=9$ (n° 5) :

n	$2n$-gramme	Conditions	Sommets libres
3	Hexagramme	0	6
4	Octogramme Double tétragramme	1	7
5	Décagramme Hexa-tétragramme	3	7
6	Dodécagramme Octo-tétragramme Double hexagramme Triple tétragramme	6	6
7	. . . .	10	4
8	. . . .	15	1
9	. . . .	21	—

14. **Domaine d'application du théorème fondamental du § 1 à la construction de U.** Le tableau ci-dessus nous fait connaître le domaine en question. Il montre, en premier lieu, que pour une conique donnée les $2n$-gones inscrits (ou les groupes associés) dont nous nous occupons dans ce travail sont réalisables, théoriquement du moins, jusqu'à la valeur $n = 8$ inclusivement. *Pour* n = 9 *et au-delà,* le nombre des équations de condition surpassant celui des paramètres, *les polygones ou groupes de polygones qui y devraient correspondre n'existent plus,* d'une façon générale.

Le tableau montre, en second lieu, que *le* 2n-*gramme* (Introd., III), c'est-à-dire la détermination de points nouveaux de la conique U à l'aide des cinq premiers points, *n'est théoriquement réalisable que jusqu'à la valeur* n = 6 *inclusivement ;* en effet, pour n = 7 et n = 8, le nombre de sommets libres est inférieur à cinq et les constructions correspondantes deviennent illusoires.

On voit donc que le domaine d'application de la proposition fondamentale du n° 3 est fort restreint. Ce qui plus est, rien ne dit que, dans ce domaine, la solution géométrique pour tous les cas particuliers soit possible. En vérité, le problème, résolu sans difficulté pour $n = 3$ (Pascal) et pour $n = 4$ (de Morgan, Carnoy, Casteels), devient plus compliqué pour $n = 5$, surtout dans le cas de l'hexa-tétragramme (§ 5). Quant aux différents cas correspondant à la valeur $n = 6$, le nombre de conditions — six — est tellement considérable et celui des sommets libres — six également — relativement si petit, que les difficultés de construction paraissent insurmontables. Quoiqu'il en soit, voici un problème fondamental dont il conviendrait, surtout dans les cas difficiles, de rechercher tout d'abord la solution, vu sa simplicité relative, avant d'essayer de réaliser le $2n$-*gramme* proprement dit.

15. **Problème fondamental.** *On donne, arbitrairement,* $\frac{1}{2}(-n^2 + 9n - 6)$ *sommets d'un* 2n-*gone inscrit (ou d'un groupe quelconque associé), à courbe* V *multilinéaire. On demande les* $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ *sommets restants.*

Cas à examiner (n° 14) : algébriquement, de $n = 4$ à $n = 8$; géométriquement, de $n = 4$ à $n = 6$.

La solution du problème est unique pour $n = 4$ (n[os] 19 et 32) et pour $n = 5$, cas du décagramme (n° 45). Unique aussi, très probablement, pour $n = 5$, cas de l'hexa-tétragramme, et pour toutes les autres valeurs de n. Quoi qu'il en soit, il est visible dès maintenant que le nombre de solutions est nécessairement limité. Les solutions étrangères correspondent à des $2n$-grammes conduisant à des sommets ou à des côtés multiples et donnant lieu, soit à des courbes V renfermant, parmi les $n(n-2)$ points qui les déterminent, des points multiples, soit à des courbes V dont certaines composantes se confondent avec les côtés multiples du $2n$-gramme correspondant. Nous avons écarté l'étude de ces cas particuliers peu intéressants (n[os] 5 et 10).

Disons ici un mot de la solution analytique générale du problème. Une conique étant rapportée à deux tangentes et à leur corde de contact, on peut mettre son équation sous la forme

$$y^2 = xz$$

ou poser pour les coordonnées x, y, z les quantités 1, λ, λ^2, λ étant un paramètre variable.

Soient maintenant

$$1, \lambda_{12}, \lambda_{12}^2 \,;\; 1, \lambda_{23}, \lambda_{23}^2 \,;\; \cdots$$

les coordonnées des points 12, 23, ⋯ de la courbe. Cela posé, pour obtenir la solution du problème, il suffira d'exprimer que les triangles formés par des groupes convenables de trois points *distincts*, appartenant aux séries dont il est question aux numéros précédents, ont une aire nulle.

16. **Généralisation du théorème de Pascal.** Le problème du numéro précédent suppose que l'on se donne $\frac{1}{2}(-n^2 + 9n - 6)$ points arbitraires de la conique U. Pour en déduire une généralisation du théorème de Pascal, c'est-à-dire la réalisation pratique du $2n$-gramme, il faudra tout d'abord se débarrasser d'un certain nombre de ces points, de façon à n'en conserver que cinq, et en second lieu, écarter les constructions faisant intervenir des $2n$-grammes autres que celui que l'on cherche à réaliser.

§ 3. L'OCTOGRAMME

17. **L'octogramme.** Quand un octogone 12345678 est inscrit à une conique U, les huit points d'intersection des côtés non-adjacents de parité différente sont situés sur une conique V (n° 7).

Considérons les deux séries de points suivantes :

(*a*)	14	36	58	72
(*b*)	16	38	52	74

Pour que la conique V dégénère en un système de deux lignes droites, il faut et il suffit que trois points quelconques — supposés distincts — de l'une des deux séries soient collinéaires, et, s'il en est ainsi, les quatre points de chaque série se trouveront sur les droites correspondantes *a* et *b* (n° 12).

18. **Relation analytique entre les huit sommets d'un octogone à courbe V bilinéaire.** Considérons, par exemple, les points 14, 36 et 58 de la série (*a*) et exprimons que l'aire du triangle formé par ces trois points est nulle (n° 15). A cet effet, écrivons d'abord les équations des côtés 1 et 4, 3 et 6, 5 et 8 :

$$\begin{cases} \lambda_{81}\lambda_{12}x - (\lambda_{81} + \lambda_{12})y + z = 0 \\ \lambda_{34}\lambda_{45}x - (\lambda_{34} + \lambda_{45})y + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_{23}\lambda_{34}x - (\lambda_{23} + \lambda_{34})y + z = 0 \\ \lambda_{56}\lambda_{67}x - (\lambda_{56} + \lambda_{67})y + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_{45}\lambda_{56}x - (\lambda_{45} + \lambda_{56})y + z = 0 \\ \lambda_{78}\lambda_{81}x - (\lambda_{78} + \lambda_{81})y + z = 0 ; \end{cases}$$

puis, les coordonnées des points 14, 36 et 58 :

$$\lambda_{81}+\lambda_{12}-\lambda_{34}-\lambda_{45},\quad \lambda_{81}\lambda_{12}-\lambda_{34}\lambda_{45},\quad \lambda_{81}\lambda_{12}(\lambda_{34}+\lambda_{45})-\lambda_{34}\lambda_{45}(\lambda_{81}+\lambda_{12})$$

$$\lambda_{23}+\lambda_{34}-\lambda_{56}-\lambda_{67},\quad \lambda_{23}\lambda_{34}-\lambda_{56}\lambda_{67},\quad \lambda_{23}\lambda_{34}(\lambda_{56}+\lambda_{67})-\lambda_{56}\lambda_{67}(\lambda_{23}+\lambda_{34})$$

$$\lambda_{45}+\lambda_{56}-\lambda_{78}-\lambda_{81},\quad \lambda_{45}\lambda_{56}-\lambda_{78}\lambda_{81},\quad \lambda_{45}\lambda_{56}(\lambda_{78}+\lambda_{81})-\lambda_{78}\lambda_{81}(\lambda_{45}+\lambda_{56}),$$

D'où la relation cherchée (R) [1] :

$$\begin{vmatrix} \lambda_{81}+\lambda_{12}-\lambda_{34}-\lambda_{45} & \lambda_{81}\lambda_{12}-\lambda_{34}\lambda_{45} & \lambda_{81}\lambda_{12}(\lambda_{34}+\lambda_{45})-\lambda_{34}\lambda_{45}(\lambda_{81}+\lambda_{12}) \\ \lambda_{23}+\lambda_{34}-\lambda_{56}-\lambda_{67} & \lambda_{23}\lambda_{34}-\lambda_{56}\lambda_{67} & \lambda_{23}\lambda_{34}(\lambda_{56}+\lambda_{67})-\lambda_{56}\lambda_{67}(\lambda_{23}+\lambda_{34}) \\ \lambda_{45}+\lambda_{56}-\lambda_{78}-\lambda_{81} & \lambda_{45}\lambda_{56}-\lambda_{78}\lambda_{81} & \lambda_{45}\lambda_{56}(\lambda_{78}+\lambda_{81})-\lambda_{78}\lambda_{81}(\lambda_{45}+\lambda_{56}) \end{vmatrix} = 0.$$

19. **Détermination du huitième sommet en fonction des sept autres.** La relation (R) étant du premier degré en λ_{12}, λ_{23}, λ_{67} et λ_{78}, ne donnera qu'une seule valeur pour chacun de ces paramètres en fonction des sept autres. Mais elle paraît être du second degré en λ_{34}, λ_{45}, λ_{56} et λ_{81}, fait dont on peut se rendre compte de la façon suivante :

Observons tout d'abord que l'équation $R = 0$ dégénère en identité, quand on pose $\lambda_{81} = \lambda_{45}$ ou bien $\lambda_{34} = \lambda_{56}$. Ainsi, pour $\lambda_{81} = \lambda_{45}$, par exemple, l'on a :

$$(\lambda_{12} - \lambda_{34})(\lambda_{56} - \lambda_{78}) \begin{vmatrix} 1 & \lambda_{81} & \lambda_{81}^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & \lambda_{81} & \lambda_{81}^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Les valeurs λ_{45}, λ_{81}, λ_{34} et λ_{56} sont donc des racines de l'équation $R = 0$, quand on y considère comme inconnue respectivement λ_{81}, λ_{45}, λ_{56} et λ_{34}.

Géométriquement on obtiendra : dans les deux premiers cas, un octogone composé de deux quadrilatères 1234 et 5678, ayant un sommet commun 81 — mais alors les points 14 et 58 ne sont pas distincts (n° 17) ; dans les deux derniers cas, un hexagone 678123, avec un côté double isolé $4 = 5$.

Il faudra donc écarter les valeurs en question (n^{os} 5 et 16) et il ne restera pour chacune des inconnues λ_{34}, λ_{45}, λ_{56} et λ_{81} qu'une seule valeur fournie par la relation (R).

D'ailleurs, pour déterminer n'importe quel paramètre en fonction des sept autres, il est toujours possible de trouver, parmi les quatre points des séries (*a*) ou (*b*), des groupes de trois points convenables qui fourniraient une relation du premier degré par rapport au paramètre inconnu.

---

[1] Cette relation nous a été indiquée par M. Neuberg.

20. **Les huit sommets d'un octogone à courbe V bilinéaire constituent un système fermé.** En d'autres termes, l'un quelconque des huit sommets d'un tel octogone peut être considéré comme étant celui qui correspond au huitième sommet inconnu qu'on déterminerait au moyen des sept autres par la formule du n° 19. C'est une conséquence immédiate des considérations émises au numéro précédent.

21. **Application du théorème fondamental du § 1 au cas de l'octogramme.** *Si, parmi les* 16 *points d'intersection des côtés de parité différente, adjacents ou non, d'un octogone, il y en a* p *sur une conique U et* (13 — p) *sur une conique V, il y en aura encore* (p — 5) *sur V et les* (8 — p) *points restants appartiendront à la conique U* (n° 3).

Il y a lieu de considérer trois cas particuliers (n° 13) : $p = 7$, $p = 6$ et le cas limite $p = 5$.

I. Si, parmi les 16 points en question, il y en a 7 sur U et 6 sur V, il y en aura encore 2 sur V et le 16ᵉ point appartiendra à la conique U.

II. S'il y en a 6 sur U et 7 sur V, il y aura encore un point sur V et les deux points restants appartiennent à la conique U.

III. S'il y a 8 points d'intersection sur V et que l'on considère 5 autres points comme appartenant à une conique U, celle-ci renfermera encore les trois derniers.

Ce théorème particulier, déjà énoncé au n° 17 sous une forme un peu différente et considéré à un autre point de vue, donne la généralisation du théorème de Pascal dans le cas de l'octogone inscrit. Il s'agit de construire les trois derniers points de la courbe V au moyen des cinq premiers (n° 24).

22. **Problème.** *On donne sept sommets d'un octogone à courbe V bilinéaire. Construire le huitième.*

Solution. (Fig 1). Donner sept sommets d'un octogone inscrit 12345678 revient à donner quatre points de la conique V : deux points de la série (*a*) et autant de la série (*b*). On les réunit par les droites correspondantes *a* et *b*, et sur chacune de ces droites on marque l'un des points restants des deux séries. Ces derniers fournissent les deux côtés de l'octogone, dont l'intersection con-

stitue le huitième sommet demandé. Ainsi, supposons que l'on se donne les sept sommets 12, 23, 34, 45, 56, 67 et 78. On construira les droites

$$a = (36 - 72) \quad \text{et} \quad b = (52 - 74)$$

et l'on marquera, par exemple, les points $a4 = 14$ et $3b = 38$. D'où les côtés 8 et 1 et, en vertu du n° 21 (I), le sommet demandé 81. Quant aux points restants 58 et 16, ils doivent, nécessairement (n° 21), se trouver sur V (a, b).

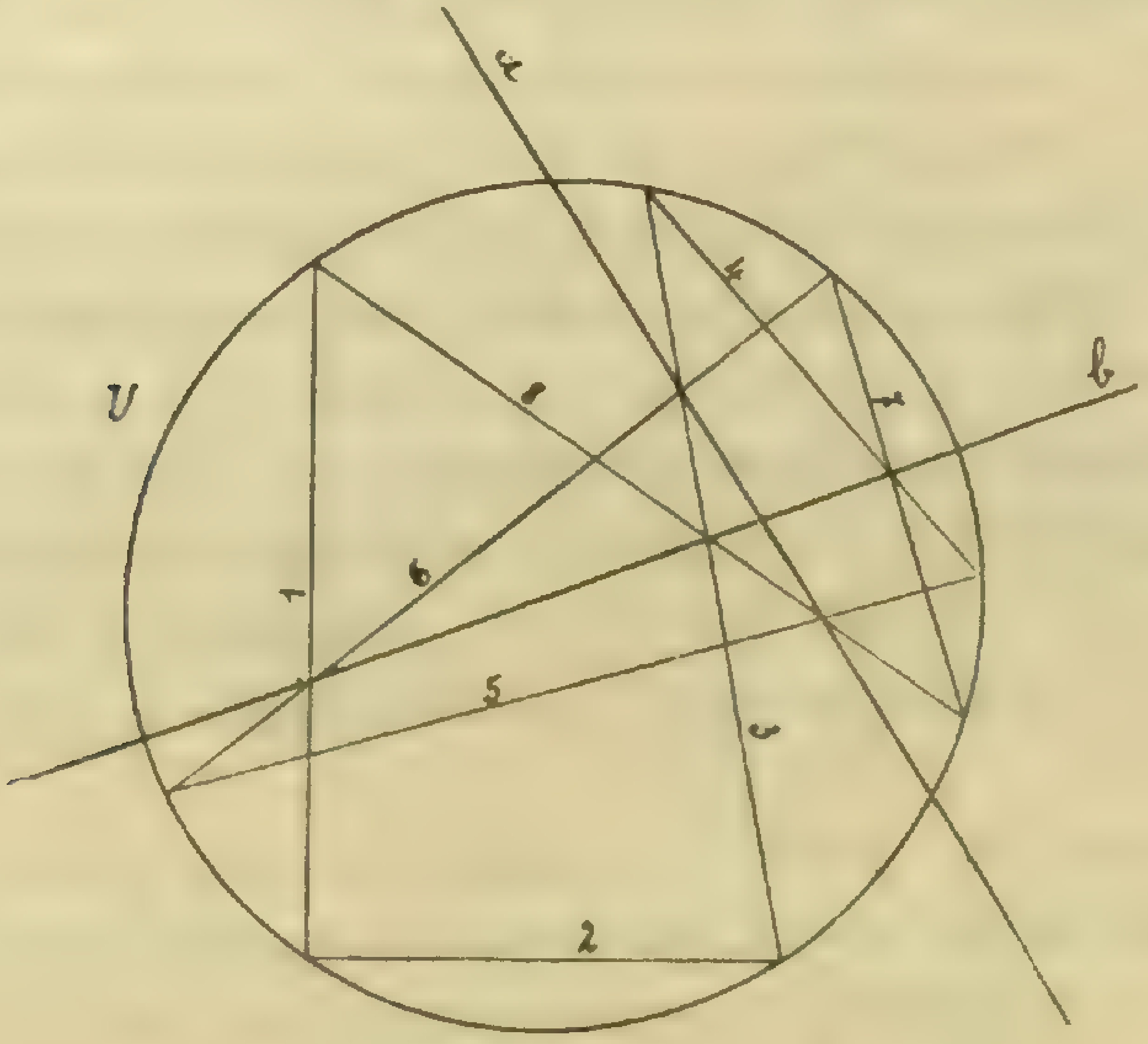


Fig. 1.

Cette construction montre, géométriquement, que *la solution du problème est unique* (n° 15).

23. **Problème.** On donne six points d'une conique. Construire une infinité de couples de points nouveaux.

Solutions très faciles. On met à contribution la propriété II du n° 21 ([1]).

([1]) Il y a lieu de faire certaines réserves au sujet des conditions d'application du théorème énoncé au n° 21 (cf. n° 1, note). Ainsi, par exemple, les propositions I et II de ce numéro seraient en défaut si les trois points supplémentaires dont il est question dans leur énoncé étaient collinéaires. L'application de ces

24. **Réalisation de l'octogramme**. *On donne cinq points d'une conique. Construire une infinité de groupes de trois points nouveaux.*

Le problème en question admet plusieurs solutions différentes, d'après la façon dont on identifie les cinq points donnés avec les sommets de l'octogone auquel on veut aboutir. Quatre cas distincts peuvent se présenter (Cfr. Annales, session d'avril 1909 : *Sur quelques constructions....*).

I. On donne cinq sommets consécutifs, par exemple : 23, 34, 45, 56 et 67. — *Solution.* (Fig. 1). Tracer ou marquer successivement : les directions arbitraires 2 et 7 ; les droites $a = (36 - 72)$ et $b = (52 - 74)$; les points $a4 = 14$, $5a = 58$, $b6 = 16$ et $3b = 38$. D'où les côtés 1 et 8 et les points 12, 78 et 81. Ces derniers appartiennent à la conique U, d'après la propriété III du n° 21.

En faisant varier séparément ou simultanément les directions arbitraires 2 et 7, on obtiendra une simple ou une double infinité de groupes de trois points nouveaux.

II. On donne quatre sommets consécutifs et un point isolé ; par exemple : 81, 12, 23, 34 et 67. — Plusieurs solutions suivant que l'on trace arbitrairement les directions 6 et 7 ou 4 et 6 ou 4 et 7.

III. On donne trois premiers sommets consécutifs et deux autres sommets consécutifs, isolés des premiers ; par exemple : 81, 12, 23 ; 56 et 67. — Trois solutions, suivant que l'on trace arbitrairement les directions 8 et 3 ou 3 et 5 ou 5 et 8.

IV. On donne trois sommets consécutifs et deux sommets non consécutifs, isolés des trois premiers.

Ce cas ne conduit à aucune construction.

25. **Simplicité des constructions données par l'octogramme.** La construction d'un seul point nouveau au moyen du théorème de Pascal exige le tracé de sept droites ; chaque point nouveau sup-

---

cas particuliers aux problèmes que nous signalons aux nos 22 et 23 nécessiterait donc des précautions spéciales. Mais nous ne nous arrêterons pas, pour le moment, à l'examen de ces particularités. Nous aurons l'occasion d'y revenir plus tard, dans une note additionnelle, qui *complètera* les raisonnements intervenant dans les questions intéressant le $2n$-*gramme*.

plémentaire en exige trois nouvelles. Pour obtenir trois points nouveaux par l'application répétée du théorème de l'hexagone, il faudra donc tracer en tout 13 droites. Il n'en faut tracer que 10 dans le cas de l'octogramme, à savoir les huit côtés de l'octogone plus les deux composantes de la courbe V.

26. **Construction simultanée d'une tangente et de deux points nouveaux.** Problème : On donne les cinq sommets 67, 71 = 81, 12, 23, 34 de l'heptagone inscrit 1234567 ; construire la tangente 8 ainsi que les points nouveaux 45 et 56.

Solution. (Fig. 2). Construire ou marquer : la droite arbitraire 4 ; la droite $a = (14 - 72)$; le point $3a = 36$; le côté 6 et la droite $b = (16 - 74)$; le point $3b = 38$; le côté tangent 8 ; les points $b2 = 52$ et $a8 = 58$; le côté 5 et les sommets 45 et 56. Chaque droite nouvelle 4 conduit à deux points nouveaux 45 et 56.

27. **Cas où l'une des composantes de la conique V est fixe.** On donne les sommets 81, 12, 23, 34, 45, la composante fixe a et la

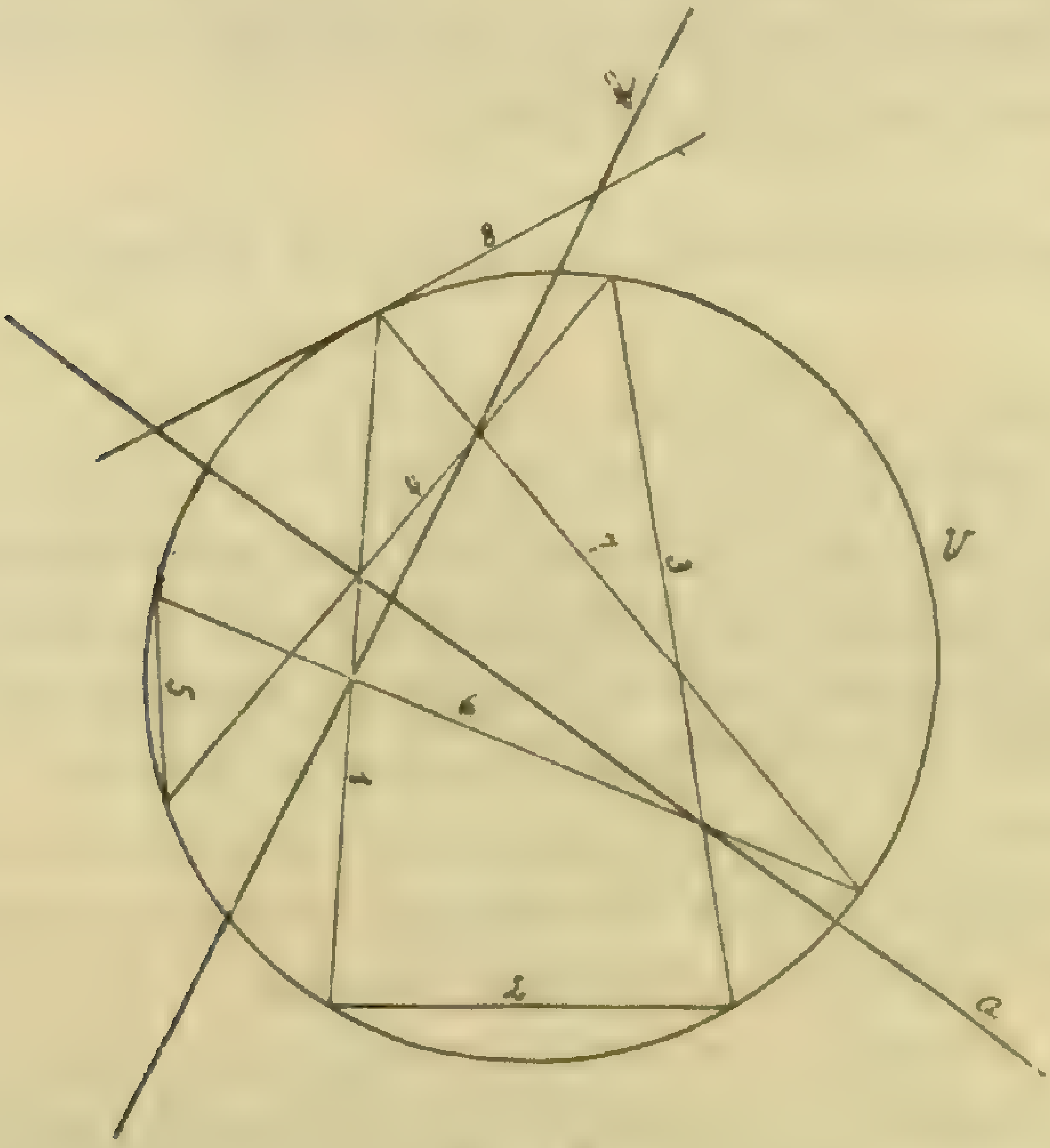


Fig. 2.

direction variable 5 ; construire la composante variable b, ainsi que le groupe correspondant de trois sommets 56, 67 et 78.

Solution. Le point $5a = 58$ donne le côté 8 ; les points 38 et 52, la composante b ; les points $a2 = 72$ et $b4 = 74$, le côté 7 ; les points $3a = 36$ et $1b = 16$, le côté 6. A chaque direction nouvelle du côté 5 correspondra un groupe de trois points nouveaux 56, 67 et 78.

La composante fixe a conduit donc à une infinité de points nouveaux de la courbe U ; elle *peut être considérée comme une véritable « directrice » de la conique.*

Quant à la composante variable b, on peut se demander quelle est son enveloppe.

28. **Théorème.** *Si l'une des composantes de la courbe V reste fixe, la seconde enveloppe une conique.*

Démonstration. — Il suffit de remarquer que les droites b déterminent sur les droites fixes 2 et 3 des ponctuelles projectives

$$2(52, 5'2, \ldots.) \quad \text{et} \quad 3(38, 38', \ldots.).$$

Ces ponctuelles sont projectives, car ce sont des sections des deux faisceaux perspectifs de rayons 5 et 8, dont les éléments homologues se rencontrent sur la droite a.

29. **Hexagones inscrits associés à l'octogone à courbe dégénérée V.**

I. Les diagonales non adjacentes (12—56) et (34—78), joignant des sommets opposés de l'octogone 12345678 à courbe dégénérée V, forment avec les côtés 1, 8, 4, 5 et avec les côtés restants 2, 3, 6 et 7 deux hexagones inscrits admettant la même pascale, qui n'est autre que la composante a de la courbe V (a. b).

II. Pareillement, les diagonales non adjacentes (81 — 45) et (23 — 67) forment avec les côtés 1, 2, 5, 6 et avec les côtés restants deux hexagones, dont la pascale commune se confond avec la composante b. D'où le théorème suivant :

Les droites joignant les sommets opposés d'un octogone inscrit, à conique bilinéaire V, forment deux groupes de diagonales non adjacentes, dont les éléments concourent respectivement en un même point de chacune des composantes de la ligne V.

§ 4. LE DOUBLE TÉTRAGRAMME

30. **Le double tétragramme.** Soit le système de deux quadrilatères inscrits 1234 et 5678. On peut y faire correspondre deux coniques V, l'une renfermant les points

16, 18, 36, 38, 25, 27, 45, 47 ;

et l'autre, les points

15, 17, 35, 37, 62, 64, 82, 84.

La première donne lieu aux deux distributions suivantes :

I	16	38	25	47	(*a*)
	36	18	27	45	(*b*)
II	16	38	27	45	
	36	18	25	47	

et la seconde à deux autres :

III	15	37	62	84
	17	35	64	82
IV	15	37	64	82
	17	35	62	84

Dans une même question il ne faudra évidemment considérer qu'une seule des coniques V, les propriétés étant identiques dans les deux cas. De plus, au point de vue du raisonnement, il suffira de se borner à une distribution déterminée, par exemple, à la première — et c'est ce que nous ferons toujours dans la suite. Cela posé, pour que le système des deux quadrilatères conduise au double tétragramme, il faut et il suffit que trois points quelconques, supposés distincts, de l'une des deux séries (*a*) et (*b*) soient collinéaires.

31. **Analogie entre le cas de l'octogramme et le cas du double tétragramme.** L'octogramme et le double tétragramme

correspondant à deux cas particuliers, parallèles pour ainsi dire, d'un même théorème, il s'ensuit qu'ils jouissent de propriétés, si pas identiques, du moins fort analogues les unes aux autres. C'est ainsi que, bien souvent, une proposition relative à l'octogramme se retrouve presque textuellement dans le cas du double tétragramme et vice-versa. De même, les constructions géométriques offrent une frappante analogie. On aurait tort, cependant, de vouloir pousser cette analogie trop loin : il existe, des constructions et des propriétés spéciales à chacun des deux cas ; mais alors celles-ci se retrouvent, généralisées ou particularisées, dans l'autre.

32. **Relation analytique entre les huit sommets d'un système de deux quadrilatères à courbe V dégénérée.** En exprimant, par exemple, que le triangle formé par les trois points 16, 38 et 25 de la série (a), relative à la distribution 1, à une aire nulle (nº 15), on obtiendra la formule suivante (R) :

$$\begin{vmatrix} \lambda_{41}+\lambda_{12}-\lambda_{56}-\lambda_{67} & \lambda_{41}\lambda_{12}-\lambda_{56}\lambda_{67} & \lambda_{41}\lambda_{12}(\lambda_{56}+\lambda_{67})-\lambda_{56}\lambda_{67}(\lambda_{41}+\lambda_{12}) \\ \lambda_{23}+\lambda_{34}-\lambda_{78}-\lambda_{85} & \lambda_{23}\lambda_{34}-\lambda_{78}\lambda_{85} & \lambda_{23}\lambda_{34}(\lambda_{78}+\lambda_{85})-\lambda_{78}\lambda_{85}(\lambda_{23}+\lambda_{34}) \\ \lambda_{12}+\lambda_{23}-\lambda_{85}-\lambda_{56} & \lambda_{12}\lambda_{23}-\lambda_{85}\lambda_{56} & \lambda_{12}\lambda_{23}(\lambda_{85}+\lambda_{56})-\lambda_{85}\lambda_{56}(\lambda_{12}+\lambda_{23}) \end{vmatrix} = 0$$

Cette relation est du premier degré en λ_{41}, λ_{67}, λ_{34}, λ_{78} et du second degré en λ_{12}, λ_{56}, λ_{23}, λ_{85}. *Elle ne fournit* cependant *qu'une seule valeur d'un paramètre quelconque en fonction des sept autres,* eu égard aux restrictions que nous avons formulées aux §§ 1 et 2. Pour montrer qu'il en est bien ainsi, il suffit de faire remarquer que la relation (R) devient une identité en posant $\lambda_{12} = \lambda_{56}$ ou $\lambda_{23} = \lambda_{85}$. A ces cas correspondent, géométriquement, des quadrilatères à sommets 12 et 56, ou 23 et 85, confondus ; mais alors les points 16 et 25, ou 38 et 25 se confondent aussi ; ce qui est en contradiction avec certaines de nos conventions.

D'ailleurs, il est toujours possible de trouver, dans les deux séries de la distribution considérée, des groupes de trois points convenables donnant une relation (R) du premier degré par rapport à un paramètre quelconque.

33. **Les huit sommets d'un système de deux quadrilatères à courbe V dégénérée constituent un système fermé**, sous réserve, bien entendu, de considérer une distribution déterminée. Conséquence immédiate des remarques précédentes (Cfr. n° 20).

34. **Application du théorème fondamental du § 1 au cas du double tétragramme.**

Il n'y aurait qu'à répéter, presque textuellement, ce qui a été dit au n° 21 à propos de l'octogramme. Pour les détails nous renvoyons donc à ce numéro.

35. **Problème.** *On donne sept sommets d'un système de deux quadrilatères à courbe V dégénérée. Construire le huitième.*

Solution analogue à celle du n° 22. Les constructions montreraient que, pour une distribution donnée, *la solution du problème est unique.*

36. **Problème.** On donne six points d'une conique. Construire une infinité de couples de points nouveaux.

Problème analogue à celui qui est signalé au n° 23.

37. **Réalisation du double tétragramme.** *On donne cinq points d'une conique. Construire une infinité de groupes de trois points nouveaux.*

Solutions. Trois cas distincts peuvent se présenter (Cfr. Annales, session d'avril 1909 : *Sur quelques constructions...*).

I. On donne un quadrilatère inscrit (1234) et un point isolé (56).

Solutions multiples, suivant qu'on utilise la distribution I, ou II, ou III, ou IV. Bornons-nous à la considération de la première *(Fig. 3)*. Tracer ou marquer : les directions arbitraires 5 et 6 ; les droites $a = (16 - 25)$ et $b = (36 - 45)$; les points $3a = 38$ et $4a = 47$, $1b = 18$ et $2b = 27$. D'où les côtés 7 et 8.

Les points nouveaux 67, 78 et 85 appartiennent à la conique donnée U. En faisant varier, soit séparément, soit simultanément, les directions arbitraires 5 et 6, l'on obtiendra une simple ou une double infinité de groupes de trois points nouveaux.

II. On donne trois sommets d'un premier quadrilatère et deux sommets consécutifs du second.

Solutions multiples.

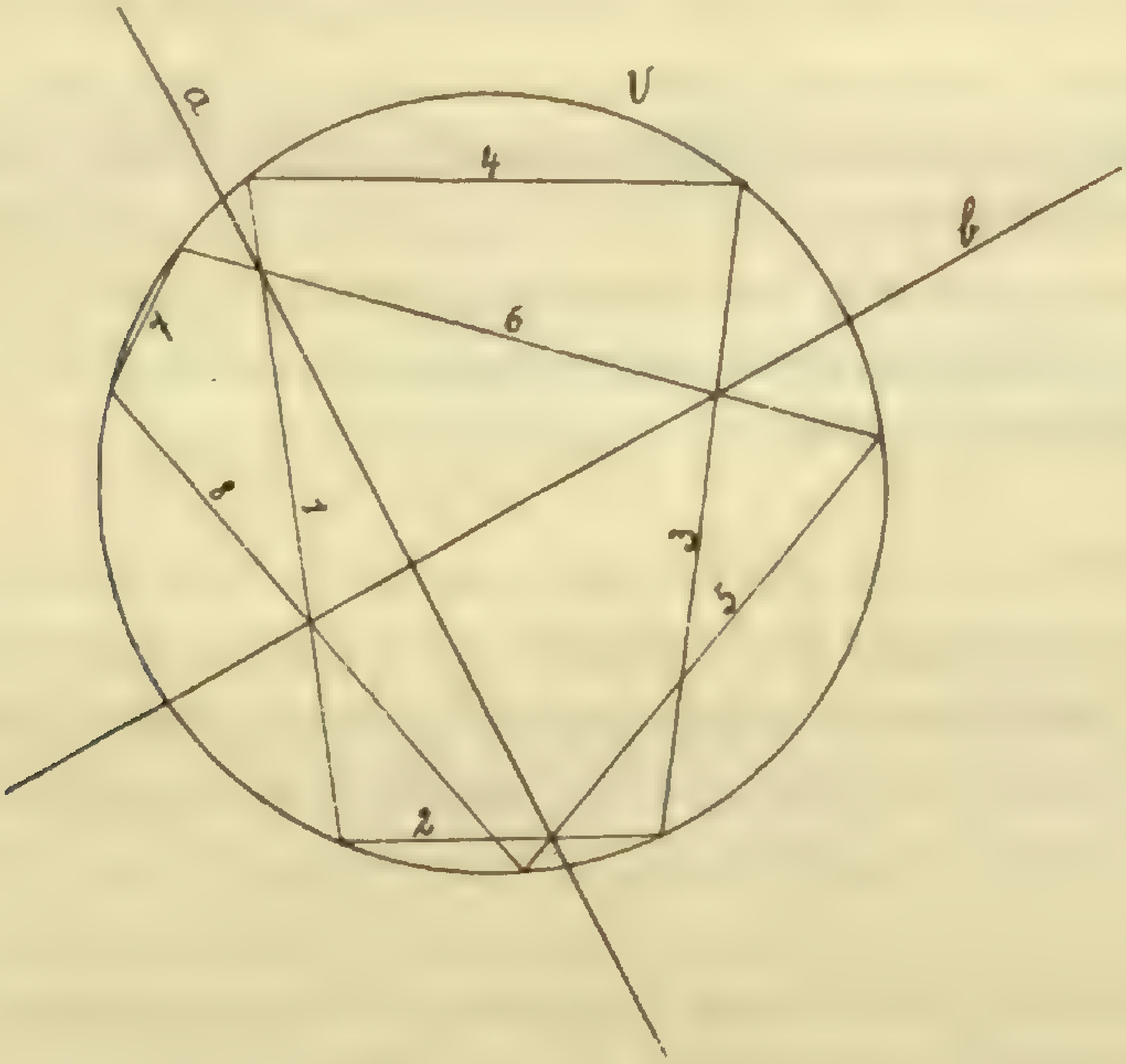


Fig. 3.

III. On donne trois sommets d'un premier quadrilatère et deux sommets opposés du second.

Pas de solution.

38. **Simplicité des constructions données par le double tétragramme.** Le degré de simplicité est le même que dans le cas de l'octogramme (n° 25) ; dix droites suffisent pour déterminer un groupe de trois points nouveaux.

39. **Le double tétragramme de Carnoy.** Pour démontrer le théorème fondamental servant de base à ses constructions, Carnoy se sert d'un raisonnement analogue à celui qui intervient dans la démonstration de la proposition suivante, due à Chasles et déjà mentionnée plus haut (n° 8).

On a trois coniques V, V′, V″ ; si l'on mène une conique v' par les points d'intersection de V et V′, une conique v'' par les points

d'intersection de V et V'', les points communs à v' et à v'' sont sur une conique U qui passe par les points d'intersection de V' et V''.

Or, ce théorème permet d'obtenir *immédiatement,* sans nouvelle démonstration, la proposition de Carnoy. Il suffit d'imaginer cinq coniques dégénérées : V(a, b), V'(1, 3), V''(2, 4), v'(8, 6) et v''(5, 7). Les figures V'v' = 1836 et V''v'' = 4725 constituent deux quadrilatères inscrits à la conique bilinéaire V et les figures 1234 et 5678 deux quadrilatères inscrits à la conique U.

Cette méthode de démonstration a l'avantage de ne faire intervenir que la théorie des coniques, alors que de Morgan a mis à contribution la théorie des courbes d'ordre supérieur...

40. **Construction simultanée d'une tangente et de deux points nouveaux.** PROBLÈME. On donne, par exemple, le triangle inscrit 567 et la corde 1 ; construire la tangente 8 au point 57, ainsi que les sommets 23 et 34 du quadrilatère inscrit 1234.

Solution. Construire ou marquer, par exemple, le côté arbitraire 2 ; la droite a = (16 — 25) ; le point a7 = 47 ; les droites 4 et b = (27 — 45) ; le point 1b = 18 ; la tangente 8 ; les points b6 = 36 et a8 = 38 ; d'où le côté 3.

Les points nouveaux 23 et 34 appartiennent évidemment à la conique U.

41. **Cas où l'une des composantes de la courbe dégénérée V est fixe.** Considérons la courbe dégénérée V(a, b) et supposons, par exemple, que l'on se donne les points 41, 12, 23, 56, 67, la composante a et la direction variable 7.

Marquons ou traçons successivement : le point fixe 2a = 25 et la droite fixe 5 ; le point a7 = 47 ; le côté 4 ; la composante variable b = (72 — 45), le point b6 = 36 et la droite 3 ; les points 3a = 38, 1b = 18 et la corde 8.

A chaque position de la droite 7 correspondra un groupe de trois points 34, 78 et 85. A remarquer, cependant, que ce dernier point demeurera fixe ; l'application répétée du procédé actuel ne fournira chaque fois que deux points nouveaux de la courbe U.

La composante fixe a permet donc de construire une infinité de points nouveaux de la conique ; elle *peut être considérée comme une véritable « directrice »* de cette courbe (cf. n° 27).

Cela posé, voyons quelle est l'enveloppe de la composante b.

42. **Théorème.** *Si l'une des composantes (*a*) de la conique dégénérée V(*a, b*) demeure fixe, la seconde (*b*) passe constamment par un point fixe* (cf. n° 28).

Démonstration. En effet, les ponctuelles

$$2(72, 7'2, \ldots) \text{ et } 5(45, 4'5, \ldots),$$

sections des faisceaux perspectifs 4 et 7, sont perspectives à cause de l'élément uni 25.

43. **Hexagones inscrits associés au système de deux quadrilatères à courbe dégénérée V.** Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse de la conique dégénérée V(*a*, *b*).

Les diagonales (41—85) et (23—67) forment avec les côtés 1, 2, 5 et 6 un hexagone inscrit donnant comme pascale la composante *a* ; elles se coupent en un point de cette droite.

De même, les diagonales (34—56) et (12—78) forment avec les côtés 1, 4, 6 et 7 un second hexagone inscrit donnant comme pascale la même composante ; elles se coupent en un second point de cette droite.

Pareillement, les groupes de diagonales (23—85) et (41—67), (34—78) et (12—56) forment avec deux groupes de quatre côtés deux hexagones admettant comme pascale commune la composante *b* ; les diagonales de chaque groupe se rencontrent en deux points différents de cette droite.

D'où l'énoncé suivant, qui convient à tout système de deux quadrilatères inscrits donnant lieu à une courbe bilinéaire V :

Parmi les 16 droites joignant les sommets d'un des quadrilatères aux sommets du second, il en est 8, formant quatre groupes de diagonales opposées (c'est-à-dire, réunissant des sommets opposés dans chaque quadrilatère), dont les éléments concourent respectivement en deux points de chacune des composantes de la conique dégénérée V (cf. n° 29).

§ 5. LE DÉCAGRAMME

44. **Le décagramme.** Quand un décagone 1234567890 est inscrit à une conique U, les 15 points d'intersection des côtés non-adjacents de parité différente

14	36	52	72	92
16	38	58	74	94
18	30	50	70	96

sont situés sur une cubique V (n° 7).

Ce groupe de 15 points donne lieu à six distributions différentes, et seulement à six, ainsi qu'il serait facile de l'établir par un raisonnement direct. Les voici :

I	14	38	52	70	96	(*a*)
	16	30	58	72	94	(*b*)
	18	36	50	74	92	(*c*)

II					III				
25	49	63	81	07	36	50	74	92	18
27	41	69	83	05	38	52	70	94	16
29	47	61	85	03	30	58	72	96	14

IV					V				
47	61	85	03	29	58	72	96	14	30
49	63	81	05	27	50	74	92	16	38
41	69	83	07	25	52	70	94	18	36

VI	14	36	58	70	92
	16	38	50	72	94
	18	30	52	74	96

Cela posé, pour que le décagone donne lieu à une cubique trilinéaire V, il faut et il suffit que, pour l'un quelconque des six modes de distribution ci-dessus, quatre points quelconques, supposés distincts, de l'une (*a*) des trois séries soient collinéaires et que trois points quelconques, supposés distincts entre eux et distincts des quatre premiers, de l'une (*b*) des deux séries restantes soient également collinéaires. S'il en est ainsi, le cinquième point

de la première série (a), les deux derniers de la deuxième (b) et les cinq points de la dernière série (c) appartiendront aux droites correspondantes a, b, c (n° 12).

Remarquons maintenant qu'il n'y a, ci-dessus, que *deux types différents* de distributions ; en effet, les distributions II à V se ramènent successivement à la première par une simple permutation tournante sur la suite des chiffres 1 à 0. Quant à la dernière (VI), elle est complètement indépendante des autres ; elle constitue un type spécial et demanderait une étude spéciale aussi. Malheureusement, dès qu'on essaie de transporter à ce type les problèmes relatifs au premier, on se heurte à toutes espèces de difficultés.

45. **Application du problème fondamental du § 2 au cas du décagramme.** *On donne arbitrairement sept sommets d'un décagone inscrit, à cubique trilinéaire V. On demande les trois sommets restants.*

La solution géométrique de ce problème, pour des situations relatives particulières des sommets donnés, est comprise dans celle du problème posé au n° 48. Bornons-nous ici à montrer, analytiquement, que la solution est unique.

Il faut examiner 8 cas distincts : en effet, les sommets inconnus x, y, z peuvent occuper par rapport aux sept sommets connus — représentés par des points dans le tableau ci-dessous — huit situations différentes, et seulement huit. Les voici :

x	y	z	.	.	.	.	.	.	.
x	y	.	z	.	.	.	.	.	.
x	y	.	.	z	.	.	.	.	.
x	y	.	.	.	z	.	.	.	.
x	.	y	.	z	.	.	.	.	.
x	.	y	.	.	z	.	.	.	.
x	.	y	.	.	.	z	.	.	.
x	.	.	y	.	.	z	.	.	.

Cela posé, considérons les trois relations (R), analogues à celles des nos 18 et 32 et correspondant aux groupes (A) de 3 points suivants (distribution I) :

(A) 16, 30 et 58 ; 16, 30 et 94 ; 18, 36 et 50.

Ces relations sont du premier degré par rapport aux sommets 12, 23, 45, 67, 89 et du degré 0 ou 1 par rapport au sommet 78. Or, les six sommets en question, pris trois à trois de toutes les façons possibles, représentent toutes les situations considérées ci-dessus. Donc la solution du problème est unique pour le cas de la distribution I ; donc aussi (n° 44) pour les cas des distributions II, III, IV et V (premier type).

En ce qui concerne le second type (distribution VI), il suffira de considérer les relations (R) correspondant aux groupes (B) et (C) de trois points suivants :

(B) 14, 36 et 58 ; 14, 36 et 70 ; 16, 38 et 50

(C) 14, 36 et 58 ; 14, 58 et 70 ; 16, 38 et 50.

Ces groupes donnent des relations du degré 0 ou 1 par rapport aux sommets :

(β) 12, 23 et 78 (degré 1) ; 89 et 90 (degré 0 ou 1).

(γ) 12, 67 et 89 (degré 1) ; 23 et 90 (degré 0 ou 1).

Or, ces sommets, pris trois à trois dans la série (β) et trois à trois dans la série (γ), représentent encore les huit cas du tableau ci-dessus.

Donc, *la solution du problème de la détermination de trois sommets d'un décagone à cubique trilinéaire V, au moyen des sept sommets restants, est unique.*

46. **Les dix sommets d'un décagone à cubique trilinéaire V constituent un système fermé** [1], en ce sens, que trois quel-

---

[1] Sous réserve, naturellement, de considérer une distribution déterminée, mais quelconque.

conques des dix sommets d'un tel décagone peuvent être considérés comme étant ceux qui correspondent aux trois sommets inconnus qu'on déterminerait au moyen des sept autres par les formules (R) des groupes (A), (B) ou (C) du n° précédent.

47. **Application du théorème fondamental du § 1 au cas du décagramme.** *Si, parmi les 25 points d'intersection des côtés de parité différente, adjacents ou non, d'un décagone, il y en a* p *sur une conique V et* (19 — p) *sur une cubique V, il y en aura encore* (p — 4) *sur V et les* (10 — p) *points restants appartiendront à la conique U* (n° 3) ([1]).

Il y a lieu de considérer trois cas particuliers seulement (n° 14) : $p = 7$, $p = 6$ et le cas limite $p = 5$.

I. Si, parmi les 25 points en question, il y en a 7 sur U et 12 sur V, il y en aura encore 3 sur V et les 3 derniers appartiendront à la conique U.

II. S'il y en a 6 sur U et 13 sur V, il y en aura encore 2 sur V et les 4 derniers appartiendront à la conique U.

III. S'il y en a 14 sur V et que l'on considère 5 autres points comme appartenant à une conique U, il y aura encore un point — le point adjoint de Morgan (Introd. II) — sur la cubique V et les cinq derniers seront situés sur la conique U.

Cette dernière propriété devrait donner la généralisation du théorème de Pascal dans le cas du décagone inscrit : elle permettrait de construire les cinq derniers points de la conique U au moyen des cinq premiers. Malheureusement nos recherches concernant cette question n'ont pas complètement abouti ; nous n'avons pu réaliser le décagramme proprement dit sans mettre à contribution, directement ou indirectement, le théorème de l'hexagramme (Introd., IV et n° 16). La propriété II nous a néanmoins conduit à un décagramme particulier, résolvant le problème de la détermination simultanée et générale de quatre points nouveaux d'une conique donnée par cinq points. La clé de la solution se trouve dans le problème suivant.

([1]) Sous réserves. (Cf. seconde note du n° 1 et note du n° 23).

48. **Problème**. *On donne six sommets d'un décagone à cubique trilinéaire V ; construire les quatre sommets restants.*

Solutions. Le problème en admet plusieurs, mais nous allons nous borner à l'exposé d'une solution seulement. Considérons la distribution I — il suffit de s'en tenir à celle-là, la distribution VI (second type) ne nous ayant rien donné jusqu'à présent — et identifions les six sommets donnés, par exemple, avec les points 90, 01, 12, 23, 34 et 67. (Fig. 4). Cela posé, tirons ou marquons

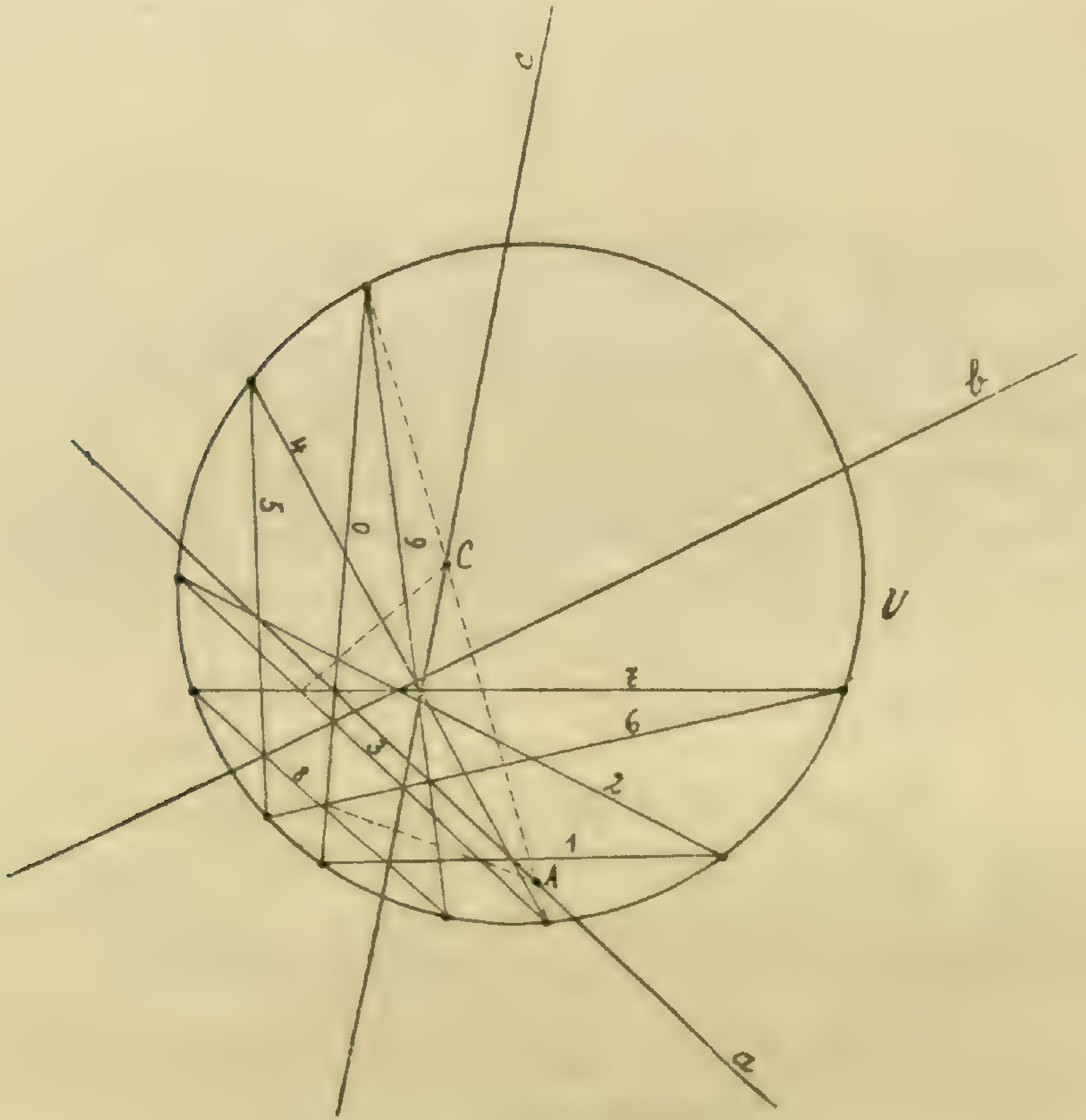


Fig. 4.

successivement : la droite arbitraire 6 ; la composante $b = (16 - 30)$ de la cubique dégénérée $V(a, b, c)$; le point $b2 = 72$ et la droite 7. Quant aux droites 4 et 9, elles se déterminent complètement en tenant compte de ce que les faisceaux de rayons 4 et 9, dont les éléments homologues se rencontrent sur b, donnent lieu aux deux groupes de ponctuelles perspectives

$$1\,(14,\ 14',\ \ldots..) \quad \text{et} \quad 6\,(96,\ 9'6\ \ldots..),$$

$$7\,(74,\ 74',\ \ldots..) \quad \text{et} \quad 2\,(92,\ 9'2\ \ldots..)\ ;$$

perspectives, à cause des éléments unis 16 et 72. Les centres de perspectivité correspondants A et C se trouvent évidemment sur les composantes inconnues a et c, et se déterminent, par exemple, au moyen des rayons (13 — 06) et (73 — 20) et du rayon commun (34 — 90) ([1]). Connaissant A et C, on obtient les droites a et c en joignant ces points respectivement aux points connus 70 et 36, d'où $1a = 14$ et $a6 = 96$; $7c = 74$ et $c2 = 92$; d'où enfin les côtés 4 et 9 qui doivent se rencontrer sur b. Finalement les points $a2 = 52$ et $c0 = 50$; $3a = 38$ et $1c = 18$ permettront de tracer les côtés 5 et 8.

Ces constructions étant faites, il faut démontrer : 1°, que les points 36, 74 et 92 sont réellement collinéaires, quand les points 14, 70 et 96 le sont, et vice-versa ; 2°, que les points 45, 56, 78 et 89 sont réellement situés sur la conique U.

Pour démontrer ces propositions, faisons, par exemple, abstraction du point 92 et remarquons que, parmi les 25 points d'intersection des côtés de parité différente du décagone 1234567890, il y en a 6 sur U — les six sommets donnés — et 13 sur la cubique trilinéaire $V(a, b, c)$. à savoir :

14,	38,	52,	70,	96	sur $a = (70 — A)$,
16,	30,	72,	94		sur b,
18,	36,	50,	74		sur $c = (36 — C)$.

Donc, en vertu du n° 47, la cubique (abc) renferme deux autres points d'intersection : 58 et 92, situés respectivement sur les composantes b et c (n° 44) et les points restants 45, 56, 78 et 89 appartiennent à la conique U.

La direction variable 6 conduit ainsi à une infinité de groupes de quatre points nouveaux.

([1]) Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de tracer ce rayon commun pour déterminer les points A et C. Un second groupe de deux rayons homologues quelconques les déterminent tout aussi bien.

49. **Propriétés relatives au décagone à cubique dégénérée V.** Parmi les propriétés nombreuses de la figure considérée au n° précédent, signalons les suivantes, dont la démonstration est immédiate :

I. Les faisceaux A(14—96, 14′—9′6,...) et C(74—92, 74′—9′2,...) sont perspectifs, à cause de l'élément uni (34 — 90).

II. La section commune des faisceaux A et C passe par les points 71, 62, (13 — 06)(73 — 20) et par le point d'intersection des composantes *a* et *c*.

Puis d'autres propriétés, qui apparaissent quand on fait varier la droite arbitraire 6 :

III. Les droites (36 — 70) concourent en un même point M, à cause de l'élément uni 30 des ponctuelles correspondantes 3 et 0.

IV. Appartiennent au faisceau M, les rayons (12 — 67) et (34 — 90) = AC ; ce dernier, en vertu du théorème de Pascal.

V. Les ponctuelles 1(71, 7′1 ...) et 2(62, 6′2 ...) sont perspectives, à cause de l'élément uni 12. Le centre de perspectivité appartient à la droite (67 — 30).

50. **Hexagones inscrits associés au décagone à cubique trilinéaire V.**

I. Les points 01, 56 et 38, ainsi que les points 23, 78 et 50 sont collinéaires, à cause, respectivement, des hexagones inscrits 12345(56 — 01) et 34567(78 — 23), dont les pascales ne sont autres que les composantes *a* et *c* de la cubique trilinéaire V.

II. Les diagonales (45 — 10) et (98 — 23), (43 — 78) et (90 — 65), (23 — 56) et (78 — 01) se coupent respectivement en trois points de la composante *b*, pascale commune des hexagones inscrits correspondants :

34(45 — 10)09(98 — 23),

54(43 — 78)89(90 — 65),

12(23 — 56)67(78 — 01).

51. **Problème.** *On donne cinq points d'une conique* U ; *construire une infinité de groupes de quatre points nouveaux.*

Solution (Fig. 5). Identifier les points donnés, par exemple, avec

les sommets 90, 01, 12, 23 et 34, prendre 67 ≡ 34 et achever en suivant la même marche qu'au n° 48.

Voici donc la succession des opérations. Tracer ou marquer, par exemple, la droite arbitraire 6 ; la ligne $b = (16 — 30)$; le point $b2 = 72$ et la droite 7 ; le point 70 ; les rayons (31 — 60) et $(\overline{90} — 67)$, déterminant le centre de perspectivité A ; la compo-

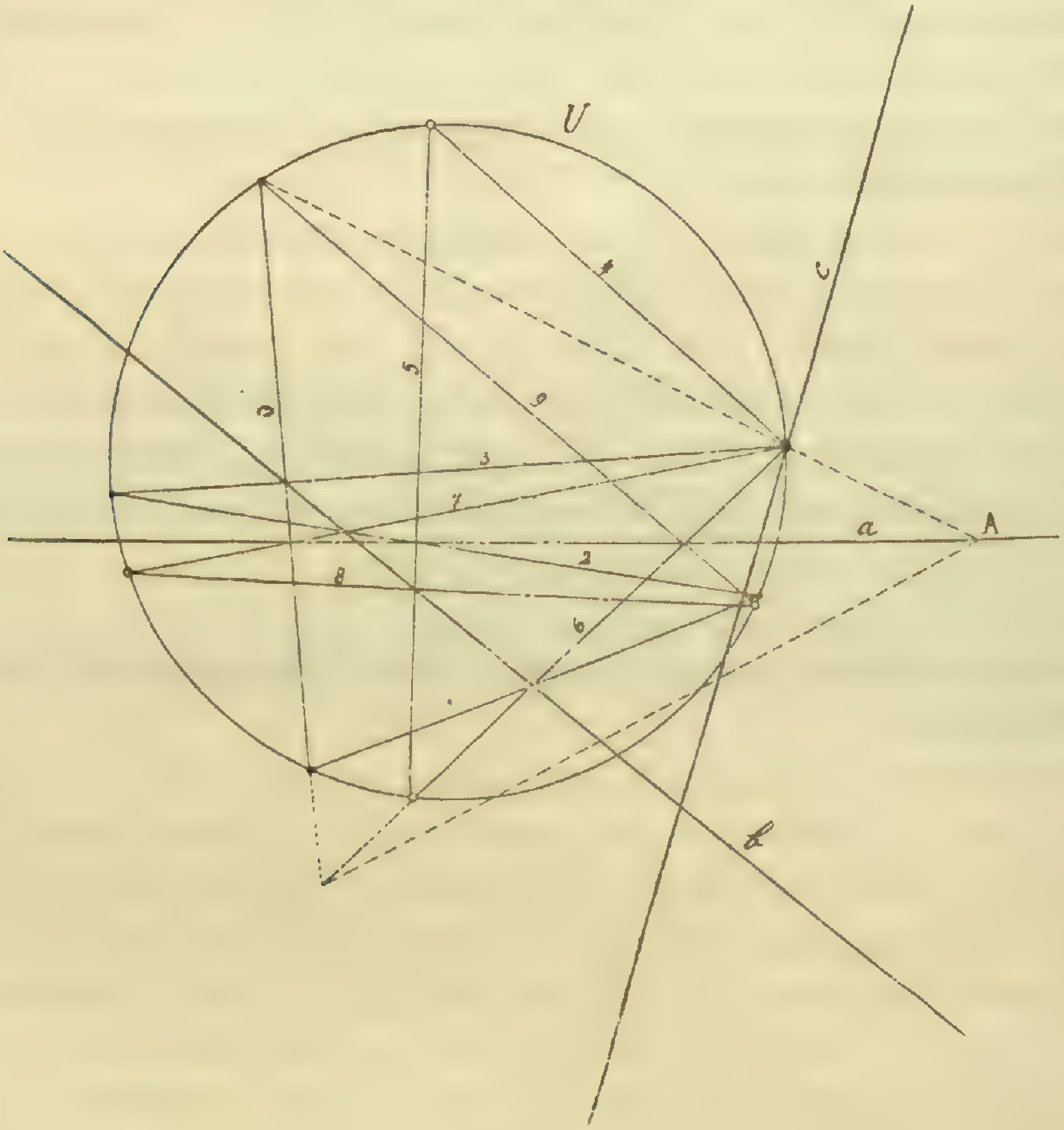


Fig. 5.

sante $a = (70 — \mathrm{A})$; les points $1a = 14$ et $a6 = 96$; les côtés 4 et 9 ; la composante $c = (36 — 47 — 92)$; les points $a2 = 52$ et $3a = 38$, $c0 = 50$ et $1c = 18$; enfin, les côtés 5 et 8. D'où les points nouveaux 45, 56, 78 et 89 qui appartiennent évidemment à la conique U (n° 48).

Le décagone inscrit 1234567890, auquel on aboutit, se compose d'un *triangle* 456 et d'un *heptagone* 7890123 à sommet commun

34 = 67. A remarquer qu'il n'est pas nécessaire de tracer la diagonale (90 — 67) pour déterminer le point A (n° 48).

La direction arbitraire 6 permet de déterminer sur la conique U une infinité de groupes de quatre points nouveaux.

§ 6. Relations géométriques entre six points quelconques d'une conique

52. **Relations géométriques diverses entre six points d'une conique**. Pour trouver des relations pareilles il suffira, dans les problèmes réalisant les divers $2n$-grammes, de faire abstraction de certaines constructions auxiliaires et de ne conserver que les lignes donnant lieu à un seul point nouveau de la conique U. L'application de ce procédé conduit à trois relations, *différentes entre elles et différentes de celle de Pascal* (hexagramme), car elles découlent de principes différents. Ces relations nouvelles se déduisent respectivement de l'octogramme, du double tétragramme et du décagramme.

53. **Relation dérivant de l'octogramme**. Reportons-nous au n° 24, cas I, par exemple. Il suffit d'y faire abstraction du côté 8. Voici la suite des opérations ; tracer ou marquer : les directions arbitraires 2 et 7 ; les droites $a = (36 — 72)$ et $b = (52 — 74)$; les points $a4 = 14$ et $b6 = 16$; d'où la droite 1 et le point nouveau 12. L'octogramme établit donc une relation entre six points quelconques 12, 23, 34, 45, 56 et 67 d'une conique.

54. **Relation dérivant du double tétragramme** *(Carnoy)*. Reportons-nous au n° 37, cas I, par exemple. Il suffit d'y faire abstraction du côté 8. Voici la suite des opérations ; construire ou marquer : les directions arbitraires 5 et 6 ; les droites $a = (16 — 25)$ et $b = (36 — 45)$; les points $4a = 47$ et $2b = 27$; d'où le côté 7 et le point nouveau 67.

Cette relation a été indiquée par Carnoy (Annales, 1880) sous cette forme :

« Étant donnés six points d'une conique, on en prend quatre pour les sommets d'un quadrilatère et on détermine les points où

la corde qui réunit les points restants rencontre deux côtés opposés ; les droites menées par deux points pris sur les autres côtés en ligne droite avec l'un d'eux et par les extrémités de la corde rencontrent ces mêmes côtés en deux points en ligne droite avec l'autre. »

55. **Relation dérivant du décagramme.** Reportons-nous au n° 51. Il suffit d'y faire abstraction, par exemple, des droites 4 et 8. Voici donc la succession des opérations ; construire ou marquer : la direction arbitraire 6, partant du point 67 $\equiv$ 34 ; la droite b = (16—30) ; le point $b2$ = 72 ; la droite 7 ; le point 70 ; le point A = (31—60) (90—67) ; la droite a = (70—A) ; le point $a6$ = 96 ; les droites 9 et c = (34—92) ; les points $a2$ = 52 et $c0$ = 50 ; la droite 5 ; d'où le point nouveau 56.

Le décagramme établit donc également une relation géométrique entre six points quelconques 90, 01, 12, 23, 34 et 56 d'une conique ; mais cette relation est beaucoup plus compliquée que les précédentes.

NOTE I

REMARQUE A PROPOS DE L'HEXA-TÉTRAGRAMME

Toutes les propriétés relatives au décagramme ont leur analogue dans le cas de l'hexa-tétragramme, correspondant, par exemple, au système formé par l'hexagone inscrit 123456 et le quadrilatère inscrit 7890.

Ce serait une erreur de croire que le cas en question rentre nécessairement dans le cas de l'hexagramme, à cause de l'hexagone inscrit 123456. Pour s'assurer qu'il n'en est pas ainsi, il suffit de former toutes les distributions possibles — il y en a huit — des 15 points des cubiques correspondantes V en séries analogues à celles du n° 44. On constaterait alors que les points 14, 25 et 36, déterminant la pascale de l'hexagone en question et appartenant au groupe des 15 points, ne figurent jamais, ni tous les trois ensemble, ni même deux à deux, dans la même série. La pascale de l'hexagone ne pourrait donc coïncider avec l'une des com-

posantes des cubiques trilinéaires V. Ceci ne veut pas dire, évidemment, qu'il soit possible de réaliser l'hexa-tétragramme sans faire usage du théorèmede l'hexagramme (¹). Nous avons simplement voulu attirer l'attention du lecteur sur la véritable nature du problème qui se pose à propos de l'hexa-tétragramme.

Il y aurait lieu de faire des considérations analogues à propos du dodécagramme et des $2n$-grammes associés.

NOTE II

SUR LE $2n$-GRAMME DIRECT

I. Dans ses notes, de Morgan consacre quelques lignes au *décagramme direct* (Introd., II), qu'il réalise de la façon suivante : Supposons que l'on se donne trois droites a, b et c, composantes de notre cubique V. Traçons ou marquons successivement : la droite arbitraire 1 ; les points $1b = 16$ et $1c = 18$; la droite arbitraire 8 ; les points $b8 = 38$ et $a8 = 58$; la droite arbitraire 5 ; les points $5b = 50$ et $c5 = 25$; la droite arbitraire 2 ; les points $2b = 27$ et $2a = 29$; la droite arbitraire 9 ; les points $b9 = 49$ et $c9 = 69$; la droite 6 et le point $a6 = 36$; la droite 3 et le point $3c = 30$; la droite 0 et le point $a0 = 70$; la droite 7 et le point $7c = 74$; d'où enfin la droite 4, passant par les points 49 et 74, et devant couper la droite 1 au point $1a = 14$ (n° 3, $n = p = 5$). La figure 1234567890 constitue un décagone inscrit à la conique U.

II. Cette construction répond au second type des distributions relatives au décagramme (n° 44). Or, nous allons montrer que *le premier type conduit également au décagramme direct ;* le procédé, légèrement différent du premier, est tout aussi simple. Le voici ; marquer ou tracer : la droite arbitraire 1 et les points $1b = 16$, $1c = 18$; la droite arbitraire 8 et les points $b8 = 58$ et $a8 = 38$; la droite arbitraire 3 et les points $3b = 30$, $3c = 36$; la droite 6 et le point $a6 = 96$; la droite arbitraire 9 et les points

---

(¹) Toutes nos tentatives pour réaliser directement l'hexa-tétragramme ont échoué.

$9b = 94$, $9c = 92$; la droite arbitraire 2 et les points $a2 = 52$, $b2 = 72$; la droite 5 et le point $5c = 50$; la droite 0 et le point $a0 = 70$; la droite 7 et le point $7c = 74$; d'où enfin la droite 4, rencontrant le côté 1 au point $1a = 14$.

III. Citons maintenant une remarque faite par de Morgan à propos de la construction signalée ci-dessus (1).

« Incidentally, we have solved the question of laying down fifteen points that lie five and five on three lines, and in two ways three and three on five lines. *The direct dodecagram would be, I suppose, as easy,* and would give twenty four points lying, six and six on four lines, and four and four on six lines in two ways ; *and so on.* »

Nous avons cherché à nous rendre compte de la difficulté de la question soulevée par l'auteur. Voici donc quelques remarques relatives à la réalisation du $2n$-gramme direct. Nous nous occuperons d'abord de l'examen du cas où l'on se donne d'avance les $(n - 2)$ composantes de la courbe multilinéaire $V(a, b, c, d \ldots)$.

IV. Reportons-nous au théorème I du n° 4 ou à son équivalent donné au n° 7. La courbe V de degré $(n - 2)$ sera généralement quelconque. Pour qu'elle dégénère en un système S formé par $(n - 4)$ droites et une conique, les sommets du polygone simple considéré P (ou de l'un quelconque des groupes associés) doivent remplir un certain nombre de conditions (cf. n° 13) : on trouverait que ce nombre est de

$$(n - 3) + (n - 4) + \cdots + 2 = \frac{1}{2}(n - 1)(n - 4).$$

De plus, si les $(n - 4)$ droites sont données d'avance, le nombre total de conditions sera de

$$2(n - 4) + \frac{1}{2}(n - 1)(n - 4) = \frac{1}{2}(n + 3)(n - 4).$$

Or, dans le cas qui nous occupe, le $2n$-gone $P = 123 \ldots (2n)$ peut être considéré comme étant inscrit à une conique dégénérée U', formée par deux composantes quelconques a et b de la courbe donnée $V(a, b, c, d \ldots)$. Au polygone P, inscrit à U, correspond donc un $2n$-gone P', inscrit à U' et formé des mêmes droites que

le premier, mais se présentant dans un ordre différent qui dépend exclusivement de la distribution considérée (a, b, c, d ...).

Cela posé, faisons jouer à U′ le rôle de U ; à P′ le rôle de P et au système formé de U et des (n — 4) composantes c, d, ... de la courbe V, le rôle de S. Il est visible alors que la réalisation du $2n$-gramme direct est subordonnée à la réalisation de

$$k = \frac{1}{2}(n + 3)(n - 4)$$

conditions *indépendantes* les unes des autres ; en d'autres termes, *pour réaliser le* 2n-*gramme direct on peut disposer arbitrairement de* (2n — k) *sommets du polygone P′ ;* mais, une fois ces points choisis sur la courbe dégénérée U′(a, b), les k sommets restants sont déterminés par le fait même.

V. Voici maintenant le tableau des différents cas particuliers, depuis $n = 4$ jusque $n = 7$:

n	k	$2n - k$
4	0	8
5	4	6
6	9	3
7	15	—

Pour $n = 5$, cas du décagramme, le nombre de sommets libres est de six ; il est facile de les retrouver dans les constructions indiquées ci-dessus (I et II).

Pour $n = 6$, cas du dodécagramme, le nombre de sommets libres est seulement de trois. Nous allons montrer qu'il est graphiquement irréalisable. Soit donc le dodécagramme 1234567890αβ (α étant considéré comme un nombre impair et β comme un nombre pair) inscrit à la conique U et considérons une distribution quelconque (a, b, c, d) des $n(n - 2)$ points de la courbe V correspondante.

Tirons tout d'abord une droite x_1 rencontrant les composantes

données en des points x_1y_1, x_1y_2, x_1y_3, x_1y_4 — ce qui équivaut à disposer de deux sommets libres du dodécagone P'. Notons maintenant que l'opération suivante doit nécessairement consister à tracer une droite arbitraire x_2 passant par l'un quelconque des quatre points déjà déterminés. La droite nouvelle x_2 ($\equiv y_1$, par ex.) coupera les droites b, c et d en des points y_1z_2, y_1z_3, y_1z_4. Cela posé, le nombre des sommets libres du polygone P' étant épuisé, la troisième opération devrait consister à faire passer une droite x_3 par l'un des points x_1y_2, x_1y_3, x_1y_4 d'une part et par l'un des trois points y_1z d'autre part. Mais ceci est impossible ; car, les y et les z étant de parité différente (n° 7), ces nombres représentent des côtés différents. Donc, *le dodécagramme direct est géométriquement irréalisable.*

On verrait, semblablement, qu'il en est de même en ce qui concerne l'un quelconque des $2n$-grammes associés. Quant aux $2n$-grammes d'ordre supérieur, le tableau ci-dessus montre que, d'une manière générale, ils sont analytiquement, donc aussi géométriquement, impossibles.

On en conclut donc que *le* 2n-*gramme direct à courbe multilinéaire V, donnée d'avance, est irréalisable au delà du décagramme.*

VI. Si toutes les composantes de la courbe V ne sont pas données d'avance, le problème se complique et il devient plus difficile de se prononcer, dans chacun des cas particuliers, sur l'existence ou la non-existence du $2n$-gramme direct. Néanmoins, il est visible que, contrairement à ce que semble supposer de Morgan, *le nombre des* 2n-*grammes directs est nécessairement limité.*

Ainsi, dans le cas où deux composantes seulement de la courbe V sont imposées d'avance, on constaterait que le $2n$-gramme est irréalisable pour $n = 9$ et au-delà, et même pour $n = 8$, le polygone P' n'admettant dans ce cas particulier que

$$2n - \frac{1}{2}(n-1)(n-4) = 2$$

sommets libres.

Les phénomènes de la métaphase et de l'anaphase dans la caryocinèse somatique

A PROPOS D'UNE INTERPRÉTATION NOUVELLE

PAR

VICTOR GRÉGOIRE
Professeur à l'Université de Louvain

L'étude des phénomènes intimes de la caryocinèse somatique soulève et soulèvera longtemps encore de nombreuses discussions. Il est cependant un point fondamental qui paraissait, d'un aveu unanime, définitivement acquis : c'est que les *n* chromosomes, longitudinalement bipartis, qui, à la métaphase, se rangent au fuseau, subissent ensuite, à l'anaphase, une *dissociation dicentrique, bipolaire,* de *leurs moitiés longitudinales ;* et cela veut dire que, dans chacun des *n* chromosomes métaphasiques, une moitié longitudinale se rend vers un pôle de la figure, tandis que l'autre moitié gagne le pôle opposé.

De cette interprétation classique des phénomènes, il résulte que ce sont les *moitiés longitudinales* des chromosomes métaphasiques qui constituent les *chromosomes-filles* de la caryocinèse envisagée ; que, par conséquent, les *n* chromosomes métaphasiques eux-mêmes représentent bien les *chromosomes-mères* de cette même cinèse ; que, donc, le *nombre diploïdique* ou *normal* de l'espèce

est bien réellement indiqué par le *nombre des chromosomes bipartis de la métaphase* [1].

Cette conception, depuis à peu près trente ans qu'elle a été émise, n'avait essuyé aucun démenti sérieux et elle se maintenait comme un point d'appui incontestable, pour toutes les recherches et les considérations sur les chromosomes.

Parmi les questions qui, au contraire, demeurent toujours sujettes à discussion, une seule doit nous arrêter ici un instant, et uniquement pour nous permettre de mieux définir la position que nous allons prendre dans cette note. Elle concerne trois points connexes : la transformation télophasique des chromosomes-filles, la reconstitution prophasique des chromosomes-mères, le moment d'apparition de la bipartition longitudinale des chromosomes.

Nous avons, en 1903 et 1906, établi, pour les plantes où les chromosomes sont assez longs et assez larges (par exemple, beaucoup de Liliflores), l'interprétation suivante : la télophase comporte une *alvéolisation* des chromosomes-filles, donnant naissance au réseau nucléaire ; inversément, les chromosomes-mères apparaissent d'abord, à la prophase, sous la forme de *bandes spongieuses,* qui, ensuite, se concentrent en des rubans homogènes ; enfin, contrairement à ce qu'ont pensé beaucoup d'auteurs, la *bipartition longitudinale* est un phénomène, non pas métaphasique, mais bien prophasique. Cette interprétation a rallié un bon nombre d'auteurs. Mais quelques cytologistes vont plus loin. Ils pensent qu'il faut faire remonter à un stade plus précoce encore la première manifestation de la bipartition longitudinale des chromosomes ; ce sont nos aspects d'alvéolisation télophasique qu'ils interprètent comme le premier début d'une bipartition longitudinale, préparatoire à une métaphase ultérieure.

Cette divergence d'interprétation n'entame pas l'accord sur le schéma classique, que nous avons rappelé tout à l'heure, de la métaphase et de l'anaphase somatiques, et elle est intéressante surtout au point de vue de la comparaison entre les cinèses somatiques et les cinèses de maturation.

---

[1] Il va sans dire qu'en parlant du nombre diploïdique, pour les végétaux, nous n'envisageons que la phase sporophytique.

Au contraire, c'est le schéma classique lui-même que prétendent renverser les travaux d'A. Dehorne, dont nous allons nous occuper dans cette note [1]. Voici, en effet, l'interprétation de l'auteur telle qu'il la propose pour l'*Allium cepa* (méristème de racine). Dehorne admet d'abord que la fente longitudinale des 16 chromosomes que l'on observe dans une métaphase de l'*Allium*, remonte à la télophase précédente. Mais cela, nous l'avons vu, ne lui appartient pas en propre. Voici, au contraire, qui lui revient sans partage. D'après le cytologiste de Lille, il n'est pas vrai que, dans chacun des 16 *chromosomes métaphasiques*, les deux moitiés longitudinales se séparent *dicentriquement*, à l'anaphase. Au contraire, les 16 chromosomes bipartis, disposés d'abord en anses, et couchés, plus ou moins irrégulièrement, le long du fuseau, parallèlement à son grand axe, se répartiraient ensuite *en deux groupes de huit*, aux deux côtés du plan équatorial et se rendraient, *huit vers un pôle, huit vers le pôle opposé*. Seulement, au moment où les chromosomes bipartis quittent l'équateur, ou bien même déjà auparavant, ils se dissocient en leurs deux moitiés, mais non pas dicentriquement, au contraire, *latéralement*, de telle façon que les deux moitiés d'un chromosome demeurent, côte à côte, dans un même hémisphère et marchent de conserve vers un même pôle. C'est ainsi que, de chaque côté de l'équateur, on peut, en ce moment, compter 16 chromosomes, mais ceux-ci sont groupés deux par deux. Dehorne appelle *moitiés primaires*, les moitiés constitutives de chacun des huit chromosomes qui sont destinés à un pôle. Ce sont ces moitiés primaires elles-mêmes, devenues, durant l'anaphase, plus ou moins indépendantes, qui vont, parvenues au pôle, subir la bipartition longitudinale télophasique, que Dehorne

---

[1] A. Dehorne a publié d'abord, en 1910, quelques notes préliminaires, non accompagnées de figures. Nous ne tenons compte ici que de ses deux travaux *in extenso* : *Recherches sur la division de la cellule*. I. Le duplicisme constant du chromosome somatique chez *Salamandra maculosa* Laur. et *Allium cepa* L. ; Archiv f. Zellforsch. VI, 1911 ; — *Recherches sur la division de la cellule*. II. Homéotypie et Hétérotypie chez les *Annélides polychètes* et les *Trématodes* : Archives de Zool. exp. et gén., t. IX, 1911. Nous citerons ces deux travaux sous les indications : Dehorne, I, et Dehorne, II.

appelle, pour ce motif, la *subdivision* et qui, d'après lui, donne naissance à des *moitiés longitudinales secondaires.*

Le noyau-fille reçoit donc 16 rubans dédoublés qui représentent les seize moitiés primaires, subdivisées, des huit chromosomes métaphasiques que l'anaphase a attribués à chacun des deux pôles. A la prophase suivante, les 16 rubans bipartis reparaissent ; leur fente, — c'est-à-dire la fente de subdivision, — s'accentue et se régularise et ainsi se forment les 16 chromosomes métaphasiques, nettement constitués de deux moitiés longitudinales, et qui vont maintenant, à l'anaphase, se rendre, huit vers un pôle, huit vers le pôle opposé.

On voit donc que, d'après cette interprétation, les *16 chromosomes bipartis* d'une *métaphase* donnée (appelons-la d'ordre n) *ne sont pas les chromosomes-mères* de cette métaphase mais qu'ils représentent *16 chromosomes-filles*, puisqu'ils sont destinés à se répartir, en deux groupes de huit, entre les deux pôles. La fente longitudinale, que montre chacun d'eux et qui date de la télophase précédente (d'ordre $n - 1$), va s'accentuer, à l'anaphase, jusqu'à isoler l'une de l'autre les moitiés, mais celles-ci parviennent dans un même noyau-fille et ce n'est qu'à la cinèse suivante (d'ordre $n + 1$) qu'elles seront distribuées à deux noyaux différents. La bipartition longitudinale qui se dessine dans les chromosomes d'une télophase donnée, c'est-à-dire la subdivision de Dehorne, est donc destinée à traverser toute la cinèse suivante sans produire ses effets et à n'être conduite à terme que dans la cinèse post-suivante.

De son interprétation, Dehorne conclut que le *vrai nombre diploïdique* d'une espèce donnée *n'est pas marqué par le nombre des rubans chromatiques de la métaphase*, mais par *la moitié de ce nombre.* Dans l'*Allium cepa*, le nombre diploïdique n'est pas de 16, comme tout le monde l'admettait, mais de 8 seulement.

L'interprétation que nous venons de définir pour l'*Allium,* Dehorne l'admet aussi pour divers objets animaux qu'il a étudiés, principalement pour la Salamandre. Mais il ne s'en tient pas là : il l'étend à tous les organismes et ne fait exception que pour l'unique *Ascaris megalocephala.* Sauf dans ce dernier objet, ce sont toujours les chromosomes métaphasiques eux-mêmes que l'anaphase répartit entre les deux pôles, et, partout, le nombre

diploïdique équivaut à la moitié du nombre des chromosomes métaphasiques. Le nombre diploïdique serait, par exemple, dans le *Lilium* et la *Salamandra,* non pas de 24, mais de 12.

Dans tout ce qui précède, nous n'avons parlé que des *cinèses somatiques.* Mais Dehorne en tire une conclusion, — qui serait très importante, si elle était vraie, — au point de vue des *cinèses de maturation ;* et nous devons en dire un mot ici.

L'une des questions primordiales, en ce qui concerne l'explication et l'interprétation de la *réduction numérique,* — qui caractérise les cinèses de maturation, — est de savoir à quel moment, dans l'évolution des tétradocytes (ou gonotocontes ou auxocytes), on commence à constater la présence d'un nombre réduit ou haploïdique de « formations chromosomiques ». La solution de ce point suppose évidemment, au préalable, une évaluation authentique du nombre diploïdique. Jusqu'ici, on tenait pour nombre diploïdique, dans une espèce donnée, le nombre des chromosomes d'une métaphase somatique ; comme, d'autre part, du moins dans beaucoup d'objets, les noyaux « pachytènes » montrent un nombre d'anses équivalant à la moitié du nombre des chromosomes d'une métaphase somatique, la plupart des auteurs admettaient donc que le nombre haploïdique fait son apparition dès le stade pachytène. Dehorne, au contraire, parce qu'il admet que le nombre diploïdique véritable n'est lui-même que la moitié du nombre des anses métaphasiques somatiques, en arrive à conclure que le nombre haploïdique n'apparaît pas dès la prophase de la première mitose maturative, mais que « les anses pachytènes sont en nombre normal ». Aussi, pour Dehorne, « le schéma hétérohoméotypique de Grégoire repose sur une évaluation fausse du nombre somatique véritable ».

Nous sommes depuis longtemps occupé à des recherches nouvelles, fort détaillées, sur l'évolution des chromosomes dans les cinèses somatiques et les cinèses de maturation. Les nombreuses questions que cette étude soulève, au fur et à mesure qu'elle avance, nous forcent à retarder encore la publication de nos résultats. Nous avons cependant jugé utile de publier, dès maintenant, une note préliminaire concernant le point *fondamental* de

l'hypothèse de Dehorne pour la caryocinèse somatique, nous voulons dire les phénomènes qui ont rapport à la séparation des chromosomes et à leur répartition entre les deux noyaux-filles, et qui par conséquent retentissent sur l'évaluation du nombre diploïdique des chromosomes. Nous négligeons donc ici tout ce qui a trait aux phénomènes télophasiques et à la question : alvéolisation ou bipartition longitudinale ([1]).

Hâtons-nous d'annoncer que nos recherches nouvelles établissent, *à toute évidence,* contre l'interprétation de Dehorne, la *vérité du schéma classique.*

I. Métaphase et Anaphase.

C'est dans les phénomènes métaphasiques et anaphasiques que gît le nœud de la question et c'est à leur lumière qu'il faut juger des phénomènes prophasiques.

A. *Galtonia candicans.*

Nous avons étudié la métaphase et l'anaphase dans différents objets. Nous commencerons notre exposé par le *Galtonia candicans* (méristème de racine), où les images sont spécialement faciles à analyser.

Métaphase.

On est d'accord pour compter, dans cette plante, 16 *chromosomes métaphasiques* ([2]). Les vues polaires de la métaphase,

---

([1]) Le lecteur sera peut-être surpris de nous voir appeler préliminaire une note de cette étendue. Nous voulons dire par là que nous n'entendons pas discuter ici toutes les données de la littérature et que, de plus, surtout en ce qui concerne le *Trillium* et l'*Allium*, nous ne reproduisons que les dessins indispensables, nous réservant de fournir dans notre travail *in extenso*, une documentation beaucoup plus large.

([2]) Par ce nom de *chromosomes*, nous désignons, provisoirement, les *rubans chromatiques* qui se rangent au fuseau, et nous n'entendons pas préjuger la question que nous avons précisément à examiner et qui est de savoir si ces rubans métaphasiques sont des chromosomes-filles, comme le veut Dehorne, ou, au contraire, des chromosomes-mères, pour la cinèse envisagée.

figg. 1 et 2, montrent clairement ce nombre. On reconnait aussi, dans ces figures, la diversité de taille qui est bien connue pour les chromosomes de cet objet. On distingue toujours quatre éléments fort petits ; et parmi les autres, on discerne souvent des chromosomes assez longs et d'autres de taille intermédiaire[1]. Les figures que nous reproduisons montrent aussi des correspondances de dimensions entre les chromosomes, deux à deux. Seulement, on n'y retrouve pas le *groupement* parfait des chromosomes *par paires*, tel qu'on l'a plusieurs fois figuré pour cette plante. Il est manifeste que cet arrangement par paires n'est pas ici la règle générale ; mais il va sans dire que cela n'enlève rien de leur grande importance aux images, même isolées, qui le montreraient d'une façon indubitable. — Dans les chromosomes métaphasiques, — et aussi dans les chromosomes de la fin de la prophase, — les moitiés longitudinales apparaissent, surtout après certaines fixations et principalement dans les portions périphériques des objets fixés, avec une extrême clarté, figg. 1, 2, 3, 4, 5.

Cela étant, commençons notre étude par un stade où nous nous rencontrons avec Deborne, à savoir le moment où, le fuseau étant constitué, les chromosomes bipartis s'y trouvent rangés pour la métaphase, figg. 1, 2, 3, 4, 5.

Il est assez rare, dans le *Galtonia*, que les chromosomes, en ce moment, se trouvent tous couchés dans le plan équatorial, suivant toute leur longueur, ainsi que cela s'observe dans les métaphases des objets à petits chromosomes. Ici, au contraire, on constate, le plus souvent, qu'un certain nombre des chromosomes plus longs se trouvent plus ou moins couchés *le long du fuseau*, parallèlement à son grand axe, soit dans l'hémisphère supérieur de la cellule, soit dans l'hémisphère inférieur, figg. 3, 4, 5, les chromosomes paraissant ainsi, à première vue, distribués aux deux côtés du plan équatorial. C'est la figure que Deborne, en appliquant ici son interprétation de l'*Allium*, considérerait comme préparant la répartition, entre les deux pôles, des 16 chromosomes bipartis. D'après l'auteur, en effet, huit de ces chromo-

---

(1) Voir aussi : Clemens Müller, *Kernstudien an Pflanzen* ; Inaug.-Diss., Bonn et : Archiv f. Zellforsch., VIII, 1911.

somes devraient maintenant monter vers un pôle, les huit autres se rendant au pôle opposé.

Nous allons voir qu'*il n'en est absolument rien.*

Analysons de plus près les figures métaphasiques. D'abord, bien que rares, les cas ne manquent pas cependant où les chromosomes ne sont pas couchés le long du fuseau, mais gisent *par toute leur longueur,* ou à peu près, dans un unique plan équatorial. Cela s'observe nettement dans certaines figures métaphasiques vues du pôle, fig. 1, et aussi dans des figures vues de face. C'est à peine si les extrémités périphériques des plus longs chromosomes sont un peu recourbées vers l'un des pôles. De plus, et *c'est ici que nous insistons,* même lorsque certains longs chromosomes apparaissent couchés le long du fuseau, il est *toujours* facile de voir que *tous* les chromosomes arrivent à loger une portion plus ou moins grande de leur longueur, — ici, toujours *une extrémité,* que nous appellerons *équatoriale* ou *proximale — dans un unique plan équatorial*, figg. 3, 4, 5. Les chromosomes ne sont donc pas couchés tout entiers suivant le grand axe du fuseau, mais seulement par une partie de leur longueur, que nous appellerons portion *distale* ou périphérique. En d'autres termes, quelles que soient la position et l'orientation des chromosomes sur le fuseau, ils constituent toujours, *par leurs extrémités proximales,* rangées côte à côte *en un plan unique*, une figure *parfaitement régulière,* une vraie *plaque équatoriale* ou *couronne équatoriale* (1). Cela saute aux yeux dans les figures observées de face, figg. 3, 4, 5 ; et, quant aux figures observées du pôle, elles montrent toujours, à une installation donnée, les 16 chromosomes, visibles *tous à la fois* par leurs extrémités équatoriales ; en maniant la vis micrométrique, on voit que leurs extrémités distales peuvent se trouver recourbées vers l'un ou l'autre pôle de la figure ; ainsi, dans la fig. 2, l'extrémité distale du chromosome du milieu est recourbée vers le pôle supérieur.

Nous disons que *tous* les 16 chromosomes sont ainsi installés par une de leurs extrémités en un unique plan équatorial. Et cela est très clair. S'il est rare, dans des coupes de 5 microns, de

(1) L'expression de *plaque équatoriale* serait, ici, la plus juste, parce que les chromosomes sont distribués dans toute l'épaisseur du fuseau.

conserver tout à fait intactes des métaphases vues de face, on peut néanmoins souvent y compter aisément et sans confusion possible, jusque 13 ou 14 chromosomes et les suivre tous jusqu'à l'extrémité par laquelle ils s'insèrent, côte à côte, au fuseau. La coupe suivante de la même cellule montre alors les chromosomes manquants (¹).

D'ailleurs, la comparaison entre les vues polaires et les vues de face, au stade où nous sommes, n'est pas moins probante sur ce point. En effet, les images analogues à nos figg. 3, 4 et 5 sont les seules qui montrent, de face, des chromosomes rangés à l'équateur. D'autre part, les figures analogues à nos figg. 1 et 2 sont les seules vues polaires qui montrent les chromosomes rangés en un plan unique. Nos figg. 3, 4 et 5 doivent donc correspondre à nos figg. 1 et 2. Or, celles-ci montrent, de même que toutes celles qui leur ressemblent, 16 chromosomes en un plan. Les figg. 3, 4, et 5 doivent donc elles aussi comprendre 16 chromosomes en couronne équatoriale. Cet argument n'est pas nécessaire pour le *Galtonia* mais il peut servir à élucider certains objets plus difficiles, tels que la Salamandre.

Les constatations que nous venons de faire ne sont pas encore décisives contre l'hypothèse de Deborne. Elles la contredisent cependant, — du moins sous la forme plus développée où l'auteur la propose pour la Salamandre, — en montrant que les 16 chromosomes métaphasiques ne sont, en aucune façon, disposés en deux groupes de huit, mais sont rangés tous, côte à côte, en un unique plan équatorial. Nous allons maintenant toucher le fond de la question.

Observons encore les figures équatoriales, figg. 3, 4 et 5. On y constate, on ne peut plus nettement, que dans l'extrémité équatoriale ou proximale de chacun des 16 chromosomes, les deux moitiés longitudinales, très distinctes, sont *très régulièrement superposées l'une à l'autre*, l'une d'elles regardant un pôle, l'autre regardant

---

(¹) Nos figures ne représentent pas toujours tous les chromosomes visibles sur la coupe à laquelle elles correspondent. Précisément à cause de leur arrangement si régulier en une plaque équatoriale, les chromosomes se recouvrent d'un plan à l'autre, dans une coupe longitudinale de la figure.

le pôle opposé. On observe même assez souvent, détail caractéristique, que, pour pouvoir ainsi se superposer à l'équateur, les deux moitiés des chromosomes qui sont longuement couchés sur le fuseau, ont dû se croiser en un point donné.

Les mêmes figures révèlent que les chromosomes adoptent tous une *insertion terminale,* ainsi que l'a bien vu M^elle^ Digby (1). En effet, même lorsque le fuseau n'est pas très marqué, on peut voir souvent que des fibres plus denses sont attachées aux extrémités chromosomiques, et symétriquement d'une moitié à l'autre. Souvent, même, chacune des deux moitiés se prolonge, par un mince étirement de sa substance, vers le pôle qui lui correspond, figg. 3, 4, 5, ce qui montre, par surcroît, que les moitiés sont dès maintenant entrées en relation avec leur pôle respectif (2).

Les figures sont, au point de vue de la superposition des moitiés chromosomiques, d'une *régularité admirable* et qui, loin d'être schématisée dans nos dessins, s'y trouve au contraire imparfaitement exprimée. On pourrait, parfois, tant les figures sont régulières, tracer, aux deux côtés d'un plan équatorial idéal et parallèlement à lui, deux plans parallèles entre eux, dont l'un comprendrait les 16 insertions terminales des moitiés qui regardent un pôle, tandis que l'autre enfermerait les 16 insertions, symétriques aux premières, des moitiés qui regardent le pôle opposé. Les figures dont nous parlons sont d'ailleurs très nombreuses dans les racines en division active : on en compte jusque 16 à 20 dans une seule section longitudinale, d'une épaisseur de 5 microns.

L'insertion *terminale et superposée* des moitiés, dans les 16 chromosomes, se retrouve clairement dans les vues polaires

---

(1) Digby L. The somatic, premeiotic and meiotic divisions of *Galtonia candicans*, Ann. of Bot., XXIV, 1910.

(2) Nos figures ne visent pas à représenter, dans tous les détails, l'organisation du fuseau. Elles n'en montrent que le dessin total en même temps qu'elles indiquent l'allure générale des filaments. Ceux-ci d'ailleurs n'apparaissent pas bien distinctement, dans les cellules fixées par le mélange Flemming-Benda, lequel, d'autre part, nous a fourni les meilleures images chromosomiques. — Ajoutons encore, au sujet de nos figures, que nous n'avons fait aucun effort pour rendre, d'une façon adéquate, la structure intime des chromosomes aux différents stades. Ce point est réservé pour notre travail *in extenso*.

de la métaphase, figg. 1 et 2. On y constate, en effet, que les deux moitiés, souvent fort distinctes dans les extrémités distales ou périphériques des chromosomes, se glissent, pour ainsi dire, l'une sous l'autre, dans les extrémités équatoriales et se trouvent donc dirigées, en ce point, l'une vers un pôle, l'autre vers le pôle opposé. La fig. 2 montre même l'étirement des extrémités insérées au fuseau ainsi qu'un petit renflement au point précis de l'attache fusoriale.

Anaphase.

Poursuivons l'étude des stades successifs.

A côté des figures que nous venons de décrire et qui représentent la *vraie métaphase*, on en trouve d'autres, où les chromosomes bipartis, tout en ayant *conservé la forme et la situation sur le fuseau,* qu'ils montraient à la métaphase, manifestent, en même temps, une allure nouvelle, figg. 6 et 7. Les deux moitiés longitudinales de chaque chromosome, encore rapprochées l'une de l'autre dans leur portion périphérique, montrent, dans les extrémités équatoriales insérées au fuseau, un écartement plus considérable qu'au stade précédent, et il est on ne peut plus clair que l'*écartement des deux moitiés,* en ces extrémités d'insertion, se fait *dicentriquement, bipolairement.* Comme, ici encore, le degré d'écartement bipolaire est identique pour tous les 16 chromosomes — qu'on arrive ici aussi à compter, — il en résulte, une fois de plus, des figures d'une superbe régularité. On pourrait encore, de chaque côté de l'équateur, réunir en un seul plan les 16 extrémités proximales des moitiés chromosomiques qui s'orientent vers un même pôle.

A prendre ces aspects tels qu'ils se présentent, on ne peut évidemment les interpréter que comme le *début* d'une *dissociation dicentrique* des moitiés longitudinales elles-mêmes, comme le commencement de leur voyage polaire en sens inverse *(anaphase).* C'est bien ce que la suite va montrer d'une manière définitive. Aussi, nous pourrions désormais donner à ces moitiés leur vrai nom de *chromosomes-filles.*

Les figg. 8, 9, 10, 11 et 12 montrent cinq étapes *successives* d'une *anaphase plus avancée.* On y reconnaît très bien encore *les chromosomes bipartis* qui, à la métaphase, s'étaient rangés au

fuseau : en effet, dans les plus longs d'entre eux, les parties périphériques ont gardé leur forme et leur situation caractéristique au fuseau ; mais les extrémités d'insertion, en écartement, sont maintenant plus distantes l'une de l'autre qu'elles n'étaient dans les figg. 6 et 7. Le degré d'écartement dicentrique est encore identique dans tous les chromosomes et *il va croissant*, *pas à pas*, de la fig. 8 à la fig. 12 ; dans les petits chromosomes, les moitiés se sont déjà définitivement éloignées l'une de l'autre ; mais, quelle que soit la longueur des chromosomes, on voit que leurs extrémités polaires (leurs anciennes extrémités équatoriales) sont rangées en un même niveau horizontal et atteignent, pour ainsi dire, *le même « degré de latitude »*.

Il faut ici observer de près les *formes variées* des chromosomes d'une même figure. Elles sont extrêmement démonstratives, car elles ne peuvent s'expliquer que par la combinaison de deux circonstances réunies : d'une part, la position primitive des chromosomes bipartis sur le fuseau, à la métaphase, et, d'autre part, l'écartement dicentrique des moitiés longitudinales, se propageant, à partir des extrémités d'insertion, à travers toute la longueur des chromosomes.

Considérons, par exemple, à ce point de vue, la fig. 10. On y reconnaît nettement cinq chromosomes bipartis qui, à la métaphase, se trouvaient couchés suivant le grand axe du fuseau et qui maintenant sont déjà fort avancés dans la dissociation dicentrique de leurs moitiés. Trois de ces chromosomes étaient couchés dans l'hémisphère supérieur de la cellule. Aussi, dans chacun d'eux, une des moitiés longitudinales, celle qui se rend vers le pôle inférieur, peut, pendant son voyage, rester assez droite. L'autre moitié, au contraire, celle qui est destinée à l'hémisphère supérieur, — dans lequel elle se trouve, depuis la métaphase, placée par sa partie distale, — doit ramener vers cet hémisphère sa partie proximale, qui était insérée à l'équateur ; aussi cette moitié doit-elle subir un recourbement de plus en plus accentué, dont la convexité regarde l'équateur. — Une explication correspondante s'applique aux deux autres chromosomes de la même figure, qui se trouvaient, eux, à la métaphase, couchés dans l'hémisphère inférieur ; et elle est vraie aussi pour de nombreux chromosomes des figg. 8, 9, 11 et 12. Quant aux chromosomes qui, à la métaphase,

étaient couchés dans le plan équatorial lui-même, ils prennent par l'écartement graduel de leurs moitiés longitudinales, la forme d'un V, ouvert vers le fuseau, fig. 9 et 11.

Ces formes variées des chromosomes anaphasiques possèdent une *valeur probante inéluctable*. Pour la faire mieux saisir, il faut mentionner une interprétation de ces figures, que Dehorne n'énonce certes pas, mais qu'il paraît bien avoir devant l'esprit, quand il explique la fig. 55 de Bonnevie.

Dehorne semble admettre que les moitiés longitudinales d'un chromosome donné, après s'être, suivant son interprétation, séparées l'une de l'autre *latéralement*, c'est-à-dire en demeurant d'un même côté du plan équatorial, pourraient entrer en relation avec des moitiés longitudinales d'autres chromosomes, situées de l'autre côté du plan équatorial, de façon à amener les formes chromosomiques que nous examinons en ce moment. Seulement, une pareille interprétation est, ici, même impossible à concevoir. Car les formes variées des chromosomes permettent de *reconnaître, sans aucun doute, durant l'anaphase, les anciens chromosomes bipartis de la métaphase* et de constater, d'une façon absolument décisive, que ce sont bien les moitiés de chaque chromosome biparti qui s'écartent dicentriquement l'une de l'autre vers les pôles.

Dans toutes les figures dont nous venons de parler, nous retrouvons approximativement les 16 chromosomes. Nous avons réussi à en représenter neuf dans la fig. 11.

La fig. 13 représente une anaphase encore plus avancée. Les moitiés vont se trouver bientôt complètement séparées à l'équateur. Néanmoins, *on reconnait encore*, dans certains des plus longs chromosomes, les traces des dispositions métaphasiques ; le chromosome de gauche, par exemple, s'est certainement trouvé, à la métaphase, couché le long du fuseau, dans l'hémisphère inférieur. Ces aspects revêtent donc la même valeur probante que les figures 8, 9, 10, 11 et 12. On remarque encore la distinction nette entre les grands et les petits chromosomes et comment, dans leur « marche au pôle », les chromosomes, petits et grands, ont atteint tous, à un moment donné, le même degré de latitude.

Enfin, la fig. 14 montre les moitiés longitudinales définitivement séparées en deux groupes symétriques. Nous avons pu des-

siner, sans encombre, 11 chromosomes-filles, dans le groupe anaphasique supérieur ; la représentation des autres aurait surchargé le dessin.

La fig. 14 montre que les chromosomes anaphasiques ne sont, en aucune façon, groupés deux par deux, ainsi que Dehorne le décrit pour l'*Allium*.

Après le stade de la fig. 14, les chromosomes se rapprochent encore davantage du pôle et s'y groupent étroitement en un « tassement polaire », qui marque l'*étape finale de l'anaphase*. Nous avons trouvé inutile de représenter cet aspect. Disons seulement que, là non plus, nous ne trouvons aucun appariement régulier entre les chromosomes.

Conclusion.

Tels sont les phénomènes métaphasiques et anaphasiques, dans le *Galtonia*, et notre description est en harmonie avec les observations, fragmentaires, il est vrai, que divers auteurs ont publiées sur la même plante.

Il nous faut maintenant dégager la *conclusion* de ce qui précède : il est *certain* que les *16 chromosomes bipartis* de la métaphase, dans le *Galtonia*, après s'être rangés en une *plaque équatoriale*, se dissocient *dicentriquement*, à l'anaphase, *en leurs moitiés longitudinales* ; celles-ci représentent donc bien les *chromosomes-filles* de la cinèse envisagée et les 16 rubans bipartis de la métaphase représentent *16 chromosomes-mères ;* par conséquent, enfin, le *nombre diploïdique* est marqué par le *nombre des rubans bipartis* de la métaphase et il est ici de 16.

Cette conclusion, qui n'est autre chose que le schéma classique, repose, nous tenons à le répéter, sur une étude minutieusement sériée des divers aspects et notre sériation est absolument inéluctable, par suite du fait que les chromosomes-mères sont, jusqu'à la dernière étape de la disjonction dicentrique de leurs moitiés, si aisément reconnaissables, par leur forme et leur situation au fuseau [1].

---

[1] Chose étonnante, une sériation des stades métaphasiques et anaphasiques, aussi complète et aussi méticuleusement graduée, n'a été jusqu'ici publiée pour aucun objet. La grande utilité du travail de Dehorne, pour la question qui nous occupe, aura été de provoquer de nouvelles études et de nous fournir l'occasion de publier une démonstration *définitive* du schéma classique.

Il est donc ici *absolument impossible même de supposer*, avec Dehorne, qu'au moment de la métaphase, les moitiés longitudinales ne se dissocieraient dans chaque chromosome que pour remonter de compagnie vers un même pôle.

Les figures que nous donnons pour le *Galtonia* peuvent vraiment passer pour la représentation classique de l'interprétation traditionnelle. Dans le traité de Cytologie que nous préparons, elles remplaceront avantageusement, pensons-nous, toute espèce de schéma en la matière.

Le lecteur pourra se demander pourquoi les chromosomes-mères, s'ils doivent réellement se dissocier dicentriquement en leurs moitiés, ne se rangent pas régulièrement, *suivant toute leur longueur*, dans le plan équatorial, mais se couchent au contraire, en partie du moins, le long du fuseau, prenant ainsi cette orientation à laquelle Dehorne attribue tant d'importance. La même question se pose bien plus nettement pour les plantes dont nous parlerons bientôt, le *Trillium* et l'*Allium* et il y a longtemps qu'on y a répondu. Cela tient précisément à la longueur des chromosomes. Pour que ceux-ci pussent se coucher radiairement par rapport à l'axe du fuseau, les cellules devraient être extrêmement larges, bien plus qu'elles ne le sont en réalité. L'essentiel pour que la caryocinèse puisse s'accomplir, c'est que, par un endroit de leur longueur, les chromosomes-mères arrivent tous à superposer l'une à l'autre, dans le plan équatorial, leurs deux moitiés, de manière à les mettre en relation, l'une avec un pôle, l'autre avec le pôle opposé. Le reste de leur longueur se place alors « comme il peut ». Inutile d'ajouter d'ailleurs que l'orientation des chromosomes au fuseau dépend de leur disposition préalable dans le noyau prophasique et de la façon dont le fuseau a envahi l'aire nucléaire.

B. *Trillium grandiflorum.*

Nous avons étudié, au même point de vue, des plantes où les chromosomes sont *plus longs* que dans le *Galtonia*. Si cette particularité rend les figures plus surchargées et donc moins facilement déchiffrables ; si, en même temps, elles les expose à être plus souvent entamées par le rasoir ; d'autre part, elle confère aux

images une valeur probante plus irrésistible encore, s'il était possible, que dans le *Galtonia*, en permettant mieux encore de suivre les chromosomes-mères durant toutes les étapes de la dissociation anaphasique et de constater ainsi que ce sont bien leurs moitiés longitudinales qui se séparent vers les pôles. Nous ne représenterons ici que quelques figures décisives, en nous réservant de revenir plus tard sur ce point.

Voyons d'abord le *Trillium grandiflorum,* dont les chromosomes, au nombre de 12, sont, à notre connaissance, les plus longs qu'il y ait, dans le règne végétal.

La fig. 15 *a* et *b* représente deux des quatre coupes d'une même *métaphase.* Les chromosomes, très longs (plusieurs ont été entamés par le rasoir) et nettement constitués de deux moitiés longitudinales, sont tous couchés le long du fuseau. Pas plus que dans le *Galtonia* cependant, ils ne sont répartis en deux groupes. Au contraire, *tous* s'insèrent très nettement, par une portion de leur longueur, en un *unique plan équatorial,* pour y *superposer, l'une à l'autre, leurs moitiés.* On observe même souvent une chose que l'*Allium cepa* nous montrera, lui aussi : les deux moitiés longitudinales sont un peu amincies à l'endroit où elles s'insèrent au fuseau, fig. 15 *b,* ce qui indique, en ces points d'insertion, un étirement de la substance chromosomique (1). On reconnaît d'ailleurs, ici encore, des fibres fusoriales plus denses attachées aux deux moitiés longitudinales superposées, *en des points symétriques.* L'insertion des chromosomes au fuseau est, ici, assez rarement terminale ; elle est le plus souvent, ou médiane ou intermédiaire (2).

La régularité de la *plaque équatoriale,* constituée par les « insertions » des chromosomes, apparaît d'autant plus frappante que ces derniers sont, dans le *Trillium,* d'une longueur si considérable ; et on voit bien que la position, parallèle au fuseau, que

(1) Les cytologistes qui admettent une traction exercée sur les chromosomes par les filaments fusoriaux, expliqueront par ce phénomène, l'amincissement des moitiés longitudinales en leur point d'insertion. Ceux qui admettent que les chromosomes-filles glissent sur le fuseau, diront que l'étirement dont nous parlons résulte d'un déplacement de la matière visqueuse du chromosome-fille, se réalisant en une portion encore très limitée.

(2) Les chromosomes qui paraissent insérés terminalement, dans la fig. 15, ont été entamés par le rasoir.

prennent les anses chromosomiques, n'est qu'une accommodation aux dimensions de la cellule qui enferme la figure caryocinétique et un résultat de l'orientation primitive des anses elles-mêmes, dans le noyau prophasique.

Dans les quatre coupes sur lesquelles se trouve répartie la cellule considérée, nous comptons clairement 10 insertions au fuseau, toutes en un même plan ; il reste, outre cela, des fragments que l'on rattache difficilement les uns aux autres. Les figures de ce genre abondent et permettent toujours, quand le rasoir ne les a pas trop déchiquetées, de compter approximativement 12 chromosomes en couronne équatoriale. Ajoutons que, dans ces métaphases à très longs chromosomes, le *niveau équatorial* n'est pas toujours un plan strictement défini.

Les figures du début de l'*anaphase,* au moment où les deux moitiés longitudinales commencent à s'écarter nettement l'une de l'autre, sont aussi très claires. La fig. 16 *a* et *b* montre trois des chromosomes d'un fuseau à ce stade. On y voit l'aspect, si caractéristique, de *losange équatorial,* dessiné par les deux moitiés en écartement dicentrique. Dans les chromosomes bipartis de cette figure, on reconnaît encore très nettement les chromosomes du stade précédent, il est à peine besoin de le faire remarquer.

Les dispositions représentées par les figg. 17, 18, 19 et 20 se rencontrent souvent. Elles montrent, de façon *évidente,* les étapes *successives* de l'*écartement dicentrique* des moitiés longitudinales. En effet, *on y retrouve aisément les chromosomes-mères,* conservant encore, dans une portion plus ou moins longue, leurs deux moitiés longitudinales rapprochées l'une de l'autre, mais montrant celles-ci graduellement plus écartées l'une de l'autre, *vers les pôles,* dans la partie qui est insérée au fuseau. Les formes variées des chromosomes, dans ces *admirables* (¹) images, sont on ne peut plus démonstratives. Il serait puéril d'y insister et de nous arrêter encore à montrer que ces formes variées ne peuvent résulter d'une entrée en relation qui se produirait, secondairement, entre des moitiés longitudinales déjà réparties aux deux côtés du plan équatorial. Il est, au contraire, évident qu'ici encore, ces formes

(¹) Nous signalons au lecteur notre fig. 17.

ne s'expliquent que comme les diverses résultantes de deux circonstances, la position variée du chromosome-mère métaphasique sur le fuseau et l'écartement dicentrique *graduel* des moitiés longitudinales. Ajoutons enfin que nous pouvons, en recomposant les cellules entamées par le rasoir, retrouver approximativement les 12 chromosomes. Les figures dont nous parlons montrent aussi, dans certains chromosomes-filles, la partie amincie qui correspond au point d'insertion.

Les figg. 21 et 22 représentent un stade plus avancé, où les chromosomes-filles vont se séparer définitivement vers les deux pôles. Mais, chose importante, on y reconnaît encore les chromosomes-mères, en sorte que, même si nous n'avions observé que la fig. 16 et les figg. 21 et 22, nous pourrions déjà légitimement conclure contre Dehorne.

Arrêtons-nous un instant à comparer les figg. 21 et 22 avec celles des stades précédents. La disposition qui occupe la moitié gauche de la fig. 21 provient évidemment et ne peut provenir que de la dissociation dicentrique des moitiés longitudinales, se réalisant dans un chromosome-mère inséré par son milieu et dont au moins une extrémité gisait, à la métaphase, dans l'hémisphère supérieur de la cellule. La fig. 22 surtout est fort instructive. Le second chromosome, à partir de la gauche, montre les deux éléments, qui s'écartent vers les pôles, encore entrelacés à l'équateur ; ces deux éléments ne peuvent donc être que des moitiés longitudinales d'un même chromosome-mère. Le chromosome du milieu est à comparer avec le chromosome de droite de la fig. 19 (stade un peu précédent) et avec le chromosome de gauche de la fig. 17 (stade encore antérieur). Si on se figure les moitiés longitudinales de ces chromosomes des figg. 17 et 19 continuant leur mouvement de séparation bipolaire, on arrive à l'image présentée par le chromosome du milieu de la fig. 22. On voit, en effet, qu'il s'agit ici d'un chromosome-mère qui était, à la métaphase, tout entier couché dans un hémisphère de la cellule et présentait la forme d'une anse tournant sa convexité vers l'équateur, et s'y insérant par son point médian. Par conséquent, la moitié longitudinale qui remonte vers l'hémisphère opposé à celui dans lequel gisait le chromosome-mère, doit prendre, durant son voyage polaire, la forme d'un V plus ou moins parfait ; c'est le cas pour

le chromosome-fille supérieur, dans la fig. 22. Au contraire, le chromosome-fille qui se rend au pôle vers lequel ses extrémités se trouvent déjà orientées depuis la métaphase, doit prendre la forme d'un V dont les deux branches ont leurs extrémités recourbées vers la pointe du V lui-même. Aux stades des figg. 17 (chromosome-fille supérieur) et 19 (chromosome-fille inférieur), les extrémités repliées sont encore très longues et la portion en V est encore peu accentuée. Au stade de la fig. 22 (chromosome-fille inférieur), la partie en V s'est fort développée et sa pointe dépasse en ce moment les extrémités recourbées. — On ne pourrait vraiment souhaiter sériation plus impeccable et démonstration plus décisive contre l'interprétation de Dehorne et on voit maintenant, comme nous l'annoncions tout à l'heure, que la longueur extrême des chromosomes facilite ici leur identification et permet de reconnaître, durant toute l'anaphase, les chromosomes-mères en train de subir la dissociation de plus en plus prononcée de leurs moitiés longitudinales ([1]).

Ajoutons enfin que, ni durant le voyage polaire, ni dans le tassement polaire, les chromosomes-filles ne montrent un arrangement par paires.

Tout cela nous autorise à appliquer au *Trillium* les conclusions que nous avons énoncées plus haut pour le *Galtonia* et donne un démenti sans réplique aux idées nouvelles de Dehorne.

C. *Allium cepa.*

Nous voici enfin arrivé à l'*Allium*, l'objet qui a servi, en partie, de fondement à l'hypothèse de Dehorne. Les figures n'y sont pas moins décisives et nous allons voir que l'interprétation de Dehorne ne peut s'expliquer que par de graves lacunes d'observation.

Ici encore les 16 chromosomes, assez longs et, le plus souvent, couchés parallèlement au grand axe du fuseau, sont *tous* et toujours, à la métaphase, logés par une portion de leur longueur dans un *unique plan équatorial* et ils y *superposent leurs moitiés*. Les

([1]) Des images de ce genre abondent dans nos préparations et ce n'est pas sans peine que nous avons résisté à la tentation de multiplier les dessins.

figg. 23 et 24 représentent des parties de figures métaphasiques, montrant ce que nous venons de dire, pour trois ou quatre chromosomes. On y observe nettement les fibres fusoriales plus denses qui marquent l'insertion des moitiés longitudinales superposées; on voit que quelques-unes de celles-ci sont, comme dans le *Trillium*, amincies en leur point d'insertion.

La coupe d'où provient la fig. 23, — et dans laquelle la cellule a été entamée par le rasoir, — contient en réalité 13 chromosomes insérés comme nous venons de le dire, mais dont la représentation sur le dessin eût été impossible, précisément à cause de la localisation des insertions chromosomiques en un seul plan. La coupe de la fig. 24 contient, outre les trois chromosomes représentés, un quatrième chromosome inséré de la même façon ; une seconde coupe de la même cellule montre cinq autres insertions ; la troisième coupe a été détériorée dans les manipulations.

La métaphase de l'*Allium cepa* n'est donc pas « aberrante », mais comporte une *vraie plaque équatoriale* constituée par les *insertions chromosomiques*. De même que dans le *Trillium*, ce sont les insertions intermédiaires et médianes qui sont les plus fréquentes ; l'insertion terminale est plus rare. Ajoutons que, dans notre matériel, les images de ce stade sont très nombreuses ; seulement, à cause, pensons-nous, de la fixation par la liqueur de Hermann, les moitiés longitudinales ne sont pas toujours bien distinctes. Le stade suivant va d'ailleurs nous montrer, d'une façon extrêmement claire, les allures des moitiés longitudinales.

Les figg. 25 *a, b, c*, représentent trois coupes d'une même cellule. On y reconnaît onze insertions chromosomiques. La coupe d'où provient la fig. 25 *a*, contient, en outre, deux insertions non représentées et une quatrième coupe en montre trois autres. Nous retrouvons donc les 16 insertions requises.

La disposition des chromosomes, couchés, en partie, le long du fuseau et insérés souvent en leur milieu ou en un point intermédiaire, y est fort claire. La superposition des moitiés longitudinales, ainsi que leur rattachement au fuseau, sautent aux yeux. Enfin, le commencement d'*écartement dicentrique* des moitiés, dans l'endroit d'insertion, est on ne peut plus manifeste et régulier à souhait. Nous y retrouvons ces figures *losangiques* du début

de l'anaphase, qui se manifestent lorsque l'insertion des chromosomes n'est pas terminale (1).

Nous sommes étonné que Dehorne n'ait ni dessiné ni même mentionné des figures de ce genre. Elles sont évidemment fondamentales et, si celles qui se prêtent à un dessin assez facile ne sont pas légion, du moins en trouve-t-on bon nombre que la vis micrométrique permet d'analyser mieux que le crayon ne pourrait le faire.

Les figg. 26 et 27 représentent deux stades *successifs* d'une anaphase plus avancée. Les losanges équatoriaux de dissociation se sont notablement accrus, mais *on reconnaît toujours les chromosomes-mères,* grâce à la disposition de leurs moitiés longitudinales dans leurs parties extrêmes et à leur situation sur le fuseau. Ces figures ne peuvent avoir, *évidemment,* qu'une seule signification, — on nous reprochera peut-être d'y insister encore, tant les images sont claires — : elles correspondent à un écartement dicentrique progressif des moitiés longitudinales. On remarquera que, comme dans le *Galtonia* et le *Trillium,* le degré d'écartement est à peu près le même pour tous les chromosomes (2).

Dehorne doit avoir vu ces images. Cependant, il ne mentionne ce stade que par une allusion à la fig. 55 de Bonnevie (3) — correspondant à notre fig. 26 — au sujet de laquelle Dehorne remarque simplement qu'« elle représente déjà une anaphase et non plus la métaphase ». Et voilà qui est parfaitement vrai. Seulement, nos figures anaphasiques laissent reconnaître encore, d'une manière indubitable (4), les chromosomes bipartis, qui se sont, auparavant, rangés à la métaphase et il y est manifeste, grâce à cela, que les éléments qui se séparent, vers les pôles, sont bien les moitiés longitudinales des chromosomes métaphasiques eux-mêmes.

---

(1) Plusieurs chromosomes ont été entamés par le rasoir : tel, dans la fig. 25 *c*, le chromosome de droite, qui paraît inséré terminalement ; tel aussi, dans la fig. 25 *a*, le chromosome de droite, dont le « losange » d'insertion a été entamé dans son angle inférieur.

(2) La fig. 26 est un peu oblique dans la coupe. C'est ce qui explique la légère dénivellation des points d'insertion, d'un chromosome à l'autre.

(3) Bonnevie, *Chromosomen-Studien*. Arch. f. Zellforsch., I, 1908.

(4) La fig. 55 de Bonnevie n'est pas, il est vrai, aussi probante que nos figg. 26 et 27.

Le stade qui survient ensuite est parfois un peu difficile à déchiffrer. Mais en s'adressant à des figures situées dans les larges cellules du périblème, où les chromosomes s'étalent à leur aise, on trouve des images très nettes. La fig. 28 représente un stade assez avancé de dissociation anaphasique. *On y reconnaît encore aisément les chromosomes-mères* et on voit que les images, comme dans le *Galtonia* et le *Trillium*, sont les résultantes variées de la situation métaphasique du chromosome-mère sur le fuseau et de la séparation dicentrique des moitiés longitudinales. Bien que le fuseau ne soit pas très clair sur la préparation que nous avons ici dessinée, nous avons indiqué, par un renforcement des fibres fusoriales, les endroits d'insertion des chromosomes-filles, c'est-à-dire les points qui marchent en avant, durant le voyage polaire. Il serait intéressant d'analyser de plus près cette figure; mais ce serait répéter ce que nous avons dit pour le *Trillium*. Le lecteur fera de lui-même cette analyse. Indiquons seulement que les chromosomes du milieu ont été entamés par le rasoir.

Enfin, nous avons représenté, dans la fig. 29, le groupe des chromosomes-filles, au moment où ils vont entrer en tassement polaire. Nous avons pu, sans encombre, dessiner 12 chromosomes-filles. Une première chose est claire dans cette figure : c'est que les formes chromosomiques, encore une fois, s'expliquent par la situation qu'occupaient, au fuseau métaphasique, les chromosomes-mères. Ainsi, les deux chromosomes-filles qui font, en partie, saillie sur l'amas polaire, vers le pôle, trahissent par là qu'ils proviennent d'un chromosome-mère dont une extrémité gisait, à la métaphase, dans l'hémisphère supérieur. En d'autres termes, ces chromosomes-filles proviennent d'un chromosome analogue à celui de droite dans notre fig. 27. L'aspect dont nous parlons se rencontre d'ailleurs fort souvent.

Une seconde chose est claire, dans cette figure et dans toutes les anaphases de ce stade, c'est que les chromosomes anaphasiques, *pas plus maintenant qu'à un stade antérieur*, ne montrent une disposition par paires. Plus tard, lorsque les chromosomes se trouvent, par le tassement polaire, *étroitement ramassés* les uns contre les autres, il arrive, *quelquefois*, que les deux bras d'un chromosome en V ou bien même deux chromosomes voisins sont amenés en un rapprochement tel que l'on croirait voir des paires

de « moitiés longitudinales primaires ». Mais l'illusion se dissipe très vite lorsque l'on constate que les deux éléments, apparemment couplés comme des moitiés longitudinales, se continuent l'un par l'autre en un seul V ou bien représentent deux chromosomes d'*inégale longueur*. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous parlerons des figures de Dehorne.

Une étude un peu attentive de l'*Allium* lui-même suffit donc à ruiner complètement l'interprétation de Dehorne et à montrer que *cette plante suit, à la lettre, le schéma traditionnel.*

Que penser alors de la description et des figures de Dehorne? Elles appellent, à notre avis, plusieurs remarques.

Il est d'abord étonnant que l'auteur, dans un travail destiné à bouleverser toutes nos connaissances, ait négligé complètement de représenter les étapes *essentielles* de métaphase et d'anaphase, que nous avons dessinées nous-même, pour l'*Allium*, dans nos figg. 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, — et encore en nous restreignant au strict nécessaire, pour ne pas répéter les figures absolument analogues que nous avons données pour le *Galtonia* et le *Trillium*. — Au vrai, la description de Dehorne enjambe *tous les stades fondamentaux, où gît le nœud du problème*. Cette lacune est tellement frappante qu'il nous paraît impossible que les racines étudiées par Dehorne se soient réellement trouvées en grande activité de division.

Concernant la période dont nous parlons dans cette note, l'auteur ne donne, pour l'*Allium*, que deux figures. La première (I, fig. 20) est étiquetée comme métaphase. L'indication assez vague de la figure achromatique, montrant des fibres tendues *parallèlement* d'un bout à l'autre de la cellule, ne permet guère de situer cette figure. Mais, si c'est une métaphase, ainsi qu'il paraît bien d'après la forme des chromosomes, elle ne peut correspondre qu'à nos figg. 23 et 24 et nous sommes certain qu'à un examen plus attentif, Dehorne découvrira l'insertion, au fuseau, des moitiés longitudinales, superposées, dans chaque chromosome. En tout cas, cette figure, par elle-même, ne démontre rien.

La seconde figure de Dehorne (I, fig. 21), est destinée à montrer, à l'anaphase, des chromosomes groupés par paires, d'où

l'auteur conclut que ces « chromosomes » représentent des « moitiés longitudinales primaires ». Disons d'abord que certaines de ces paires montreraient des moitiés longitudinales primaires assez étranges, puisque celles-ci seraient de dimensions inégales (dans le milieu de la figure). De plus, il n'y a rien dans cette figure qui ne puisse passer pour une distribution fortuite des chromosomes, surtout si on complétait le dessin par les chromosomes manquants. Enfin, même si, parfois, on trouve réellement les chromosomes anaphasiques groupés par paires (nous n'en observons, pour notre part, aucun cas), il est clair que ces images ne pourraient, au point de vue de l'interprétation des phénomènes métaphasiques et anaphasiques, prévaloir contre les renseignements très clairs et indiscutables que fournit l'étude de la métaphase et de l'anaphase elles-mêmes. Il faudrait dire que l'appariement des chromosomes à l'anaphase s'explique comme l'appariement que l'on décrit quelquefois, à la prophase et à la métaphase ; c'est-à-dire qu'il faudrait y voir un rapprochement entre les chromosomes homologues, paternels et maternels.

Nous voudrions relever encore la façon un peu expéditive dont Dehorne se contente d'*affirmer* la dissociation *latérale* des moitiés longitudinales, qu'il fait intervenir à la métaphase ou au début de l'anaphase. L'auteur admet là un phénomène qui nous paraît supposer un manège assez long, surtout s'il faut que les moitiés longitudinales situées d'un côté de l'équateur se mettent en relation avec les moitiés situées de l'autre côté. Or, de ce long manège, qui devrait apparaître dans les préparations et qui présenterait, pour l'interprétation de Dehorne, une importance capitale, l'auteur ne donne *ni figure ni description*.

La seule figure de tout le travail de Dehorne, qui pourrait appuyer son interprétation serait la fig. 8b, concernant la Salamandre (Dehorne, I). Elle montre apparemment deux chromosomes bipartis placés l'un au-dessus de l'autre à la métaphase. Seulement, il est clair, d'après la forme du fuseau, que cette figure est vue obliquement. D'ailleurs, la disposition des chromosomes sur le fuseau, telle que la montre la fig. 8b, nous paraît contredite par la disposition que représente, pour le même stade, la fig. 8a. Ajoutons qu'un de nos élèves, H. Muckermann, à qui nous avons confié l'étude de la Salamandre, montrera bien-

tôt que l'interprétation de Dehorne ne s'applique pas non plus à cette espèce.

D. *Confirmations et extensions.*

L'interprétation que nous venons d'établir, pour la métaphase et l'anaphase, dans le *Galtonia*, le *Trillium* et l'*Allium*, ne s'applique pas uniquement à ces plantes et nous allons dire quelques-unes des raisons qui nous la font tenir pour *générale*.

1. D'abord, nous pouvons dès maintenant, à la suite d'une étude personnelle, l'étendre à divers *Lilium*, au *Fritillaria imperialis*, à l'*Ornithogalum umbellatum*, au *Convallaria maialis*, au *Vicia faba*, au *Pisum sativum*, au *Listera ovata*. Cette dernière plante, entre autres, nous a fourni des images très instructives.

2. Un de nos élèves, E. De Smedt, publiera bientôt des figures extrêmement claires, pour le *Crepis virens*. Le motif qui nous a déterminé à lui confier l'étude de cette plante, c'est qu'elle ne possède, dans les cinèses somatiques, que 6 chromosomes métaphasiques : d'abord, un nombre aussi peu élevé de chromosomes promettait des figures faciles à analyser, mais, surtout, nous étions d'avance certain que ce nombre six rendrait inacceptable, pour le *Crepis virens*, l'interprétation de Dehorne. Voici pourquoi : il faudrait, si cette interprétation s'appliquait ici, considérer les six chromosomes métaphasiques comme *les six moitiés longitudinales* de trois chromosomes. Dans cette manière de voir, le nombre diploïdique du *Crepis virens* devrait donc être de *trois*. Or, dans les plantes, dépourvues d'hétérochromosome, le nombre normal est toujours pair.

Nos prévisions se sont réalisées. E. De Smedt a retrouvé ici tous les stades décisifs, analogues à ceux que nous avons observés nous-même dans le *Galtonia*, et il a suivi, pas à pas, la dissociation dicentrique des moitiés, dans les six chromosomes.

3. L'hypothèse de Dehorne, — il est surprenant que l'auteur, au moment de généraliser son interprétation, n'ait pas songé à ceci, — trouve un démenti dans toutes les plantes où le nombre des chromosomes métaphasiques est *double* d'un nombre *impair*. Si Dehorne avait raison, si donc les *n* chromosomes métapha-

siques étaient les chromosomes-filles de $\frac{n}{2}$ chromosomes spécifiques, il faudrait, pour les objets dont nous voulons parler, comme pour le *Crepis*, admettre un nombre normal impair. Tels sont, entre autres : *Canna*, où $n = 6$; *Stenophragma thalianum*, où $n = 10$; *Pisum*, *Oenothera* (diverses formes), où $n = 14$; divers *Hieracium*, divers *Primula*, où $n = 18$; *Taraxacum officinale*, où $n = 26$; *Listera ovata*, où $n = 34$.

4. De fait, dans le genre *Oenothera*, M^elle^ Lutz, qui étudie, en ce moment, dans notre Laboratoire, la cytologie de ce groupe, nous a montré des figures absolument décisives contre l'interprétation de Dehorne. Et l'intérêt spécial des *Oenothera* est que les chromosomes y sont du type « petit ». Aussi se trouvent-ils, à la métaphase, couchés tout entiers dans un plan unique, en des plaques équatoriales d'une admirable régularité.

5. L'*Oenothera* fournit encore un autre genre d'argument, inverse pour ainsi dire, de celui que nous avons fait valoir sous le 2° et le 3°. Dans un travail qui paraîtra bientôt, M^elle^ Lutz établit l'existence d'une forme d'*Oenothera* à 21 chromosomes métaphasiques. D'autre part, confirmant un de ses travaux précédents, elle constate que l'*Oenothera lata* possède bien 15 chromosomes métaphasiques. Ces nombres se maintiennent avec une constance remarquable, dans toutes les divisions somatiques. Si Dehorne avait raison, nous devrions, puisqu'il n'y a pas ici d'hétérochromosome, considérer ce nombre *impair* de chromosomes métaphasiques comme correspondant à *deux groupes* de chromosomes-filles. Cela est évidemment inadmissible : le nombre somatique serait, dans ces plantes, de $\frac{15}{2}$ ou de $\frac{21}{2}$!

6. Enfin, s'il faut reconnaître qu'on n'a pas toujours, jusqu'ici, pris assez de soin pour représenter les figures décisives de l'écartement dicentrique des moitiés longitudinales, néanmoins on trouve, dans plusieurs mémoires, des figures trop semblables aux nôtres pour qu'elles puissent s'accommoder d'une interprétation différente de celle que nous avons établie.

Nous pourrions faire valoir encore d'autres considérations, mais il faut nous limiter.

Devant cette concordance des renseignements fournis par des plantes nombreuses, appartenant d'ailleurs à des groupes fort

éloignés les uns des autres, nous n'hésitons pas à conclure que *l'interprétation de Dehorne ne s'applique à aucune des plantes où les phénomènes caryocinétiques se déroulent sous les aspects habituels* ([1]) et que, au contraire, *toutes obéissent au schéma classique.*

C'est le moment de dégager les conséquences qu'entraîne, au point de vue des *cinèses de maturation* dans les plantes, la description que nous venons de donner pour les cinèses somatiques. Au jugement de Dehorne, tous les essais d'interprétation qu'on a tentés jusqu'ici pour expliquer la réduction numérique, ont fait fausse route, par cela seul qu'ils supposent que le nombre diploïdique est égal au nombre des rubans chromosomiques d'une métaphase somatique. Le lecteur comprendra maintenant que *ce point de départ demeure*, au contraire, *le seul légitime.* Aussi la question de la réduction, sous ce rapport, continue à se poser dans les mêmes termes qu'autrefois. Il reste vrai que les « chromosomes » de la diacinèse hétérotypique sont en nombre haploïdique et que c'est dans la formation de ces « chromosomes » diacinétiques que réside, à l'heure actuelle, *le secret de la réduction numérique* ([2]).

Ce que nous avons dit jusque maintenant concerne les végétaux. Mais nous ne craignons pas d'*étendre nos conclusions aux animaux* eux-mêmes. Nous avons déjà dit qu'un de nos élèves, H. Muckermann, démontrera bientôt, pour la Salamandre, —

([1]) Nous faisons cette réserve pour ne pas devoir entrer ici dans la discussion des phénomènes de division nucléaire chez les organismes inférieurs. Dehorne en appelle, pour appuyer son interprétation, aux observations de notre élève, J. Berghs, sur le *Spirogyra*. Seulement, les phénomènes caryocinétiques sont, dans cette plante, d'une nature un peu spéciale, à cause du rôle qu'y joue la substance « nucléolaire ». Néanmoins, Berghs décrit et figure (fig. 17a), — et nous-même avons vu ces aspects sur les préparations de notre élève, — la dissociation dicentrique des moitiés chromosomiques, et il note la ressemblance des images du *Spirogyra* avec celles des plantes supérieures.

([2]) Nous montrerons d'ailleurs dans un travail prochain, que l'interprétation proposée par Dehorne pour nos figures des cinèses de maturation, dans le *Lilium*, est tout à fait fantaisiste.

l'objet travaillé principalement par Dehorne, — la réalité du schéma traditionnel et que, là encore, les observations de Dehorne présentent de graves lacunes. Deux autres travaux, accomplis dans notre Laboratoire et maintenant sous presse, l'un de M. Bordàs sur le *Sagitta*, l'autre de W. B. von Baehr sur l'*Aphis saliceti*, montreront que ces objets échappent, au point de vue des phénomènes métaphasiques et anaphasiques, dans les cinèses somatiques comme dans les cinèses de maturation, à l'interprétation de Dehorne. D'autre part, nous ne trouvons dans les figures que publie Dehorne pour les métaphases somatiques dans le *Sabellaria* et les autres organismes qu'il étudie dans son grand mémoire, aucune image démonstrative, en faveur de son schéma. Aussi, en tenant compte, d'autre part, des documents fournis par la bibliographie et en insistant sur la parfaite ressemblance qui existe, pour le point qui nous occupe, entre les végétaux et les animaux, nous ne doutons pas que la description classique ne soit vraie pour les deux règnes. La seule difficulté que nous pourrions envisager résiderait dans certaines descriptions de Dehorne pour les cinèses de maturation, dans divers objets. Mais l'examen de cette question nous entraînerait trop loin. Notons seulement que l'interprétation de l'auteur pour la maturation dans le *Zoogonus* est encore très fantaisiste et que, en ce qui concerne les données numériques, l'*Ophryotrocha* se comporte bien ainsi que nous-même et les Schreiner l'avons décrit ; nous le montrerons bientôt [1].

II. Prophase.

Ce que nous avons vu jusqu'ici suffit à ruiner l'interprétation de Dehorne, telle qu'il la propose pour la grande majorité des organismes. Il nous faut cependant dire quelques mots sur l'histoire prophasique des chromosomes.

---

[1] Dans un travail récent, H. von Winiwarter oppose à l'interprétation de Dehorne plusieurs objections dont quelques-unes se rencontrent avec les considérations que nous avons fait valoir plus haut. (H. von Winiwarter. *Études sur la spermatogénèse humaine*. I. Cellule de Sertoli. II. Hétérochromosome et mitoses de l'épithélium séminal ; Archives de Biologie, XXXII, 1912). — Voir aussi, au sujet du *Zoogonus*, le travail de Wasserman : *Ueber die Eireifung bei Zoogonus mirus* ; Sitzungsber. der Gesells. f. Morphol. und Physiol. in München, 1911.

Nous avons vu que les chromosomes métaphasiques, surtout dans notre matériel de *Galtonia* et de *Trillium* (fixé par le Flemming-Benda), montrent très distinctement leurs moitiés longitudinales. Celles-ci se dessinent clairement déjà dans les chromosomes, à un stade bien antérieur, alors que le noyau est encore fermé. Sur ce point, Dehorne est d'accord avec nous. Seulement, d'après lui, les « chromosomes » bipartis seraient, à la fin de la prophase, groupés par paires, et cela révélerait leur valeur de moitiés longitudinales primaires. Nous ne retrouvons dans aucun de nos objets, une distribution régulièrement appariée des chromosomes prophasiques. Évidemment, à un stade où les chromosomes ont la forme d'anses longues, plus ou moins polarisées dans le noyau, il est fatal que certaines apparences de parallélisme se manifestent entre les chromosomes eux-mêmes. Mais les chromosomes ne sont, ni tous, ni toujours, groupés deux par deux. D'ailleurs, que les chromosomes se montrent, ou non, groupés deux par deux, cela ne possède, au point de vue qui nous occupe, aucune importance, car cela n'empêche pas que chacun de ces chromosomes ne subisse, à l'anaphase, ainsi que nous l'avons établi, la dissociation dicentrique de ses moitiés longitudinales.

Ce que nous avons démontré entraîne une autre conséquence au point de vue de l'interprétation de Dehorne pour la prophase. L'auteur admet, comme nous, la persistance autonome des chromosomes et que, par conséquent, les chromosomes prophasiques représentent les chromosomes qui sont, à la cinèse précédente, remontés vers les pôles, au moment de l'anaphase. Seulement, d'après lui, la fente longitudinale des chromosomes prophasiques et métaphasiques date de la télophase précédente. Admettons-le pour un instant ; nous devrons, en tout cas, conclure de notre étude que la bipartition longitudinale de la télophase représenterait non pas, comme le veut Dehorne, une *subdivision*, mais simplement la *division*, destinée à sortir son plein effet, non à la cinèse post-suivante, mais à la métaphase immédiatement subséquente (1).

---

(1) Ajoutons d'ailleurs que nos recherches nouvelles nous forcent à garder notre position de « juste milieu » entre l'hypothèse de la *spirale simple* (Bonnevie) et celle de la *spirale double* (Dehorne). Ces deux interprétations reposent sur la *schématisation* et la *généralisation* de *certains* aspects.

En terminant et bien que cette note préliminaire se soit déjà trop allongée, nous voudrions présenter une critique au sujet de la terminologie employée par Dehorne.

L'auteur étend le nom d'*homéotypie* à *toute cinèse somatique*. C'est une confusion regrettable. Dans toute la bibliographie contemporaine, cette expression désigne *spécifiquement* et sans équivoque, la *seconde cinèse de maturation*, la cinèse qui, succédant à l'hétérotypie, compose avec elle ce groupe spécial des « cinèses de maturation » dont la place, dans l'ontogénèse, est parfaitement définie [1]. Il est bien entendu que la seconde cinèse de maturation possède la *portée* d'une cinèse somatique. Mais le nom d'homéotypie, s'il implique cela, inclut en même temps un sens de *localisation* ontogénétique qu'on ne peut plus lui ravir.

Dehorne paraît s'en tenir au travail de Flemming (1887), où les expressions d'hétérotypie et d'homéotypie furent employées pour la première fois ; mais, d'abord, il ne faut pas oublier qu'à cette époque lointaine, on n'avait pas encore appris à discerner les deux grandes catégories de cinèses, les cinèses somatiques et les cinèses de maturation, et que, en ce qui concerne ces dernières, Flemming lui-même n'entrevoyait pas encore la relation de succession qui unit la cinèse homéotypique à la cinèse hétérotypique. D'ailleurs, Flemming ne concevait pas l'homéotypie comme un type sous lequel rentrerait la cinèse somatique (conception qui semble être celle de Dehorne, II, p. 17) ; au contraire, s'il donne le nom d'homéotypie à certaines mitoses *des spermatocytes*, c'est précisément pour signifier que ces mitoses *se rapprochent des cinèses somatiques* : « la division homéotypique ne se distingue que très peu de la série habituelle des stades de la mitose, telle qu'on la rencontre dans les cellules des autres tissus ».

En résumé :

Dans la caryocinèse somatique, la *métaphase* comporte la formation d'une vraie *plaque* ou *couronne équatoriale*, résultant de

---

[1] Cette identification de la cinèse hétérotypique et de la cinèse homéotypique avec les deux cinèses de maturation est indépendante du point de savoir si, ainsi que le pensent certains auteurs, on ne retrouve peut-être pas, même dans des cinèses somatiques, *certains* caractères de la cinèse hétérotypique.

V. Grégoire ad nat. del. Imp. Giele, Louvain. J. Singelée lith. Brux

ce que les chromosomes bipartis, quelle que soit leur position sur le fuseau, s'insèrent tous néanmoins, côte à côte, par une portion de leur longueur, en un unique *plan équatorial*, de façon telle que, au point d'insertion, les deux moitiés longitudinales de chaque chromosome se trouvent *superposées* l'une à l'autre et orientées, l'une vers un pôle, l'autre vers le pôle opposé. C'est cette figure de plaque ou couronne équatoriale qui *définit la métaphase*.

L'*anaphase* comporte, dans chaque chromosome, la séparation *dicentrique* graduelle, vers les pôles, des *moitiés longitudinales* ou *chromosomes-filles*. Ce phénomène, débutant au point d'insertion et se propageant dans toute la longueur du chromosome, a pu être observé à travers toutes ses étapes, en une sériation sans lacune.

Le *nombre diploïdique* est donc identique au nombre des chromosomes bipartis d'une métaphase somatique. Au point de vue des données numériques, il n'y a rien à changer dans notre manière de définir le problème de la réduction.

EXPLICATION DES FIGURES

Les figures ont été prises à l'aide de la chambre à dessiner de Abbe, le papier se trouvant à la hauteur de la platine du microscope.

Appareils optiques : objectif apochrom. Zeiss, d. f. 2 mm., ouv. num. 1, 40, avec, pour les figures 1 à 14 *(Galtonia)* et les figg. 23 à 29 *(Allium)*, l'ocul. comp. 12, et, pour les figg. 15 à 22 *(Trillium)*, l'ocul. 8.

Galtonia candicans

Figg. 1 et 2. Métaphase. Plaques équatoriales observées du pôle.

Figg. 3, 4, 5. Métaphase. Plaques équatoriales vues de face. Fixation des chromosomes bipartis au fuseau.

Figg. 6 et 7. Commencement de l'anaphase. Début de l'écartement dicentrique des moitiés longitudinales.

Figg. 8, 9, 10, 11, 12, 13 et 14. Stades successifs de l'anaphase, montrant un écartement dicentrique, de plus en plus accentué, des moitiés longitudinales.

Trillium grandiflorum

Fig. 15 *a* et *b*. Métaphase. Plaque équatoriale. Fixation des chromosomes bipartis au fuseau.

Fig. 16 *a* et *b*. Commencement de l'anaphase. Début de l'écartement dicentrique des moitiés longitudinales. Losanges de dissociation.

Figg. 17, 18, 19, 20, 21, 22. Les stades successifs de l'écartement dicentrique des chromosomes-filles, durant l'anaphase.

Allium cepa

Figg. 23 et 24. Métaphase. Plaque équatoriale. Fixation des chromosomes bipartis au fuseau.

Fig. 25, *a*, *b*, *c*. Trois coupes d'une même figure, au début de l'anaphase. Commencement de l'écartement dicentrique des moitiés longitudinales.

Figg. 26, 27, 28. Stades successifs de l'écartement dicentrique des chromosomes-filles, durant l'anaphase.

Fig. 29. Un groupe anaphasique de chromosomes-filles.

LES TRAVERTINS DES ENVIRONS DE DURBUY

PAR

X. STAINIER
Professeur à l'Université de Gand

Les travertins ne sont pas rares, dans la Haute-Belgique, et la chose n'a rien d'étonnant si l'on réfléchit à l'abondance des formations calcaires dans cette région. Ils sont particulièrement fréquents dans le Bas-Luxembourg, dans la zone occupée par les grès calcareux du Luxembourg. On en rencontre aussi, mais beaucoup plus rarement, en relation avec la craie du crétacé, par exemple à Hollogne-aux-Pierres. Enfin il y en a qui doivent leur origine aux calcaires du devonien. Parmi ces derniers il y a des travertins entraînés assez loin de leur lieu d'origine, par des rivières ou ruisseaux. Ce sont les plus importants comme masse et nous en citerons comme exemple, les deux grands amas de Rouillon et de Barse, assez importants pour avoir donné lieu à une exploitation, comme matériaux de construction, exploitation qui remonte jusque l'époque romaine. C'est dans la même catégorie que rentre le travertin de Marche-les-Dames, mais qui doit son calcaire à des dolomies et des calcaires du carbonifère, en très grande partie.

Mais il y a aussi des travertins formés par des roches calcareuses devoniennes et restés sur place ; ce sont ceux dont nous allons parler.

Les travertins de Rouillon et de Barse sont les seuls qui aient été étudiés et dont on ait recherché le mode de formation (M. Max Lohest).

En décrivant les gisements de Durbuy, nous rechercherons, à notre tour, l'origine de ces roches si spéciales.

GISEMENT A L'OUEST DE DURBUY

Lorsque l'on quitte Durbuy par la route de Jenneret, on côtoie pendant quelque temps l'Ourthe, puis la route s'engage dans un vallon latéral qui remonte vers Tohogne. Le côté Est de la route est alors bordé d'escarpements rocheux parmi lesquels, au kilomètre 3,16 k., on remarque une nappe triangulaire de travertin étalée sur le flanc du vallon.

A cet endroit on remarque la coupe suivante :

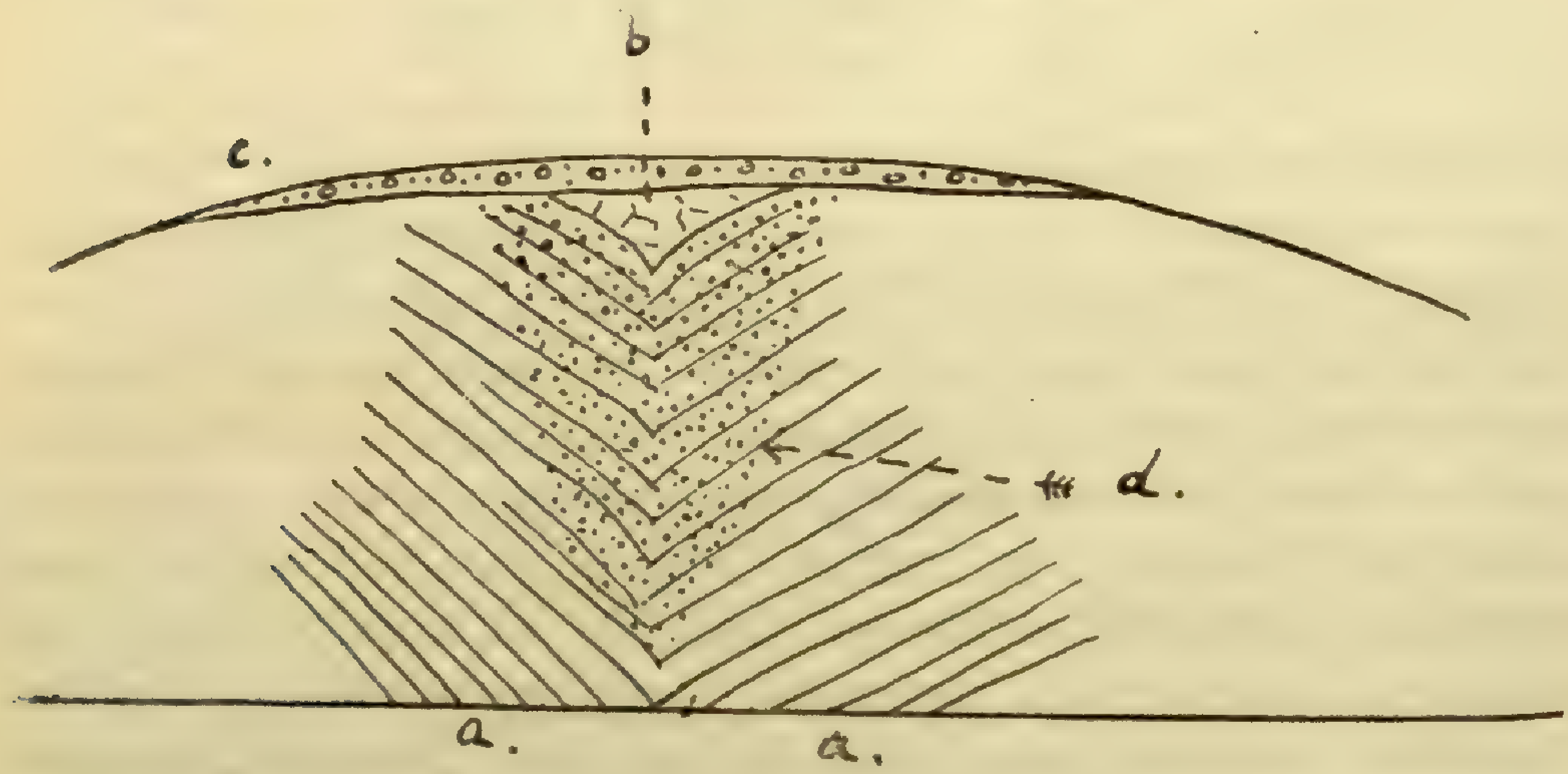


FIG. 1.

a) Schiste frasnien ; *b)* Calcaire corallien frasnien ;
c) Cailloutis quaternaire de la haute terrasse de l'Ourthe ; *d)* Travertin représenté en pointillé pour permettre de saisir l'allure des couches sous-jacentes.

M. Fourmarier qui a décrit les formations calcaires devoniennes de la région (Étude du givetien... au bord oriental du bassin de Dinant. ANN. SOC. GÉOL. DE BELGIQUE, t. XXVII, mém. p. 49) a reconnu qu'on trouve, dans ces formations, les termes suivantes, de bas en haut.

Givetien. (Gvb).	Calcaires.
Frasnien. (Frl).	1. Schistes.
—	2. Calcaires impurs.
—	3. Schistes.
—	4. Calcaires et Dolomies.
—	5. Schistes noduleux.

L'assise N° 4, qui par places est constituée de calcaires noirs régulièrement stratifiés et sédimentaires, présente localement des accumulations de calcaire gris d'origine organique (calcaires construits) et de grandes masses de dolomie très pure d'origine corallienne. Ce sont les roches de ce niveau qui forment, dans les environs de Durbuy, les rochers si pittoresques que l'on y observe et notamment le beau rocher si connu des touristes et des géologues, qui abrite la ville vers le Nord (La roche aux béguines).

Les diverses roches que nous venons de citer, exécutent, le long de la route de Jenneret, de nombreux plissements. Nous allons figurer ceux de ces plissements que l'on remarque depuis l'entrée du vallon de Tohogne et parmi lesquels figure celui dont nous avons déjà donné la coupe plus haut. Il sera facile alors de saisir toutes les conditions de gisement du travertin.

Comme on peut le voir, d'après la coupe de la figure 2 et surtout d'après la coupe de la figure 1 qui n'est qu'une portion agrandie de la figure 2, le travertin occupe une situation géologique bien définie. Les eaux qui l'ont déposé et qui continuent encore de nos jours à le déposer sourdent d'un bassin dont l'axe est rempli par des calcaires construits frasniens. Comme on le peut voir sur la carte géologique au 1/20 000 de Durbuy, publiée jadis par l'ancien service géologique et dont M. E. Dupont est l'auteur, ces calcaires construits, fissurés, parfois dolomitiques, forment, au centre de ce bassin, une série de lentilles s'étendant sous le plateau où se trouve le village de Warre. La carte représente ces lentilles comme discontinues, mais il est très probable que ce calcaire ne forme, en réalité, qu'une seule grande lentille en partie masquée par de l'argile détritique et par une nappe de cailloux déposés par l'Ourthe à l'époque où elle coulait à la surface du plateau. Cette lentille de calcaire construit, corallien (corallien, dans le sens qu'il faut attribuer à ce mot pour le devonien moyen de Belgique), cette lentille, dis-je, formerait donc une sorte de fond de bateau, entouré de schiste imperméable et dont une des deux extrémités, celle du S.-O., serait coupée par le vallon de Tohogne.

Les eaux pluviales que reçoit le plateau de Warre, chargées d'anhydride carbonique, sont facilement absorbées par le sol, grâce à l'horizontalité du plateau, à la présence de nappes de

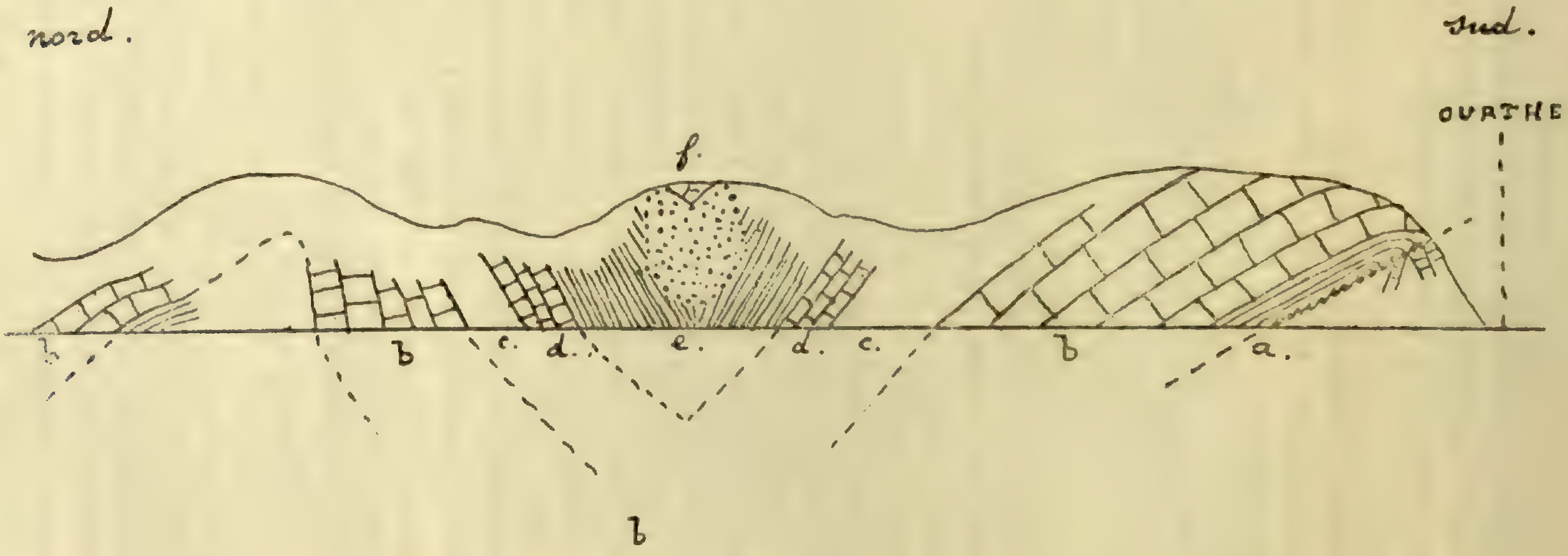


FIG. 2.

a) Faille de Herbet ; *b)* Calcaire et schiste givetien (Gvb) ; *c)* Schiste frasnien caché par les éboulis ; *d)* Calcaire frasnien ; *e)* Schiste frasnien ; *f)* Placage de travertin sur le flanc de la vallée.

cailloutis et grâce aussi aux nombreuses crevasses, que présente le calcaire corallien très fissuré. Ce calcaire étant très pur est de plus fort soluble et les eaux se chargent ainsi d'une forte quantité de bicarbonate de chaux.

Les eaux qui s'amassent dans le fond de bateau ne peuvent s'écouler, à cause de l'enveloppe de schiste imperméable, que du côté du vallon de Tohogne. Elles viennent donc se déverser au jour, sur le flanc Est de ce vallon au contact du calcaire corallien et du schiste imperméable, contact situé presqu'au sommet de l'escarpement (voir figure 1).

La venue d'eau n'étant pas très forte, vu le peu d'étendue du fond de bateau, l'eau s'écoule, sur les schistes imperméables, sous forme d'une mince nappe. C'est là une condition favorable à l'évaporation rapide, sur un plan incliné bien exposé au soleil.

Aussi l'eau s'évaporant en grande partie dépose le calcaire dont elle était chargée, sous forme d'un placage étalé sur l'escarpement schisteux. Comme on le voit, ce dépôt de travertin doit son existence à la rencontre de diverses circonstances favorisant, les unes l'enrichissement de l'eau souterraine en calcaire, les autres l'évaporation de cette eau sur le flanc de l'escarpement. Les aspérités du schiste et la présence d'une végétation moussue prospérant sur cet escarpement bien arrosé jouent probablement aussi un rôle non négligeable dans l'évaporation de l'eau et la précipitation du calcaire.

Mais en tous cas, la circonstance qui semble jouer le rôle capital dans la formation du travertin, c'est l'émergence de la nappe d'eau à une grande hauteur, permettant ainsi à l'eau de s'étaler fortement et de s'évaporer rapidement. Ce qui le prouve bien, c'est qu'il existe dans la même région, beaucoup de bandes calcaires et dolomitiques coralliennes beaucoup plus puissantes même que celle du plateau de Warre et partant encore mieux conditionnées pour recevoir beaucoup plus d'eau riche en calcaire. On voit notamment une de ces bandes très remarquable un peu en amont, dans le même vallon de Tohogne. Cependant aucune de ces bandes ne donne naissance à des travertins. Et la raison en est bien simple, c'est que ces autres bandes calcaires étant très étendues et descendant bien en dessous du niveau principal de drainage de la région, la vallée de l'Ourthe, le trop plein de leurs

eaux se manifeste au jour, en des points très bas, au voisinage de l'Ourthe et sous forme de griffons puissants à écoulement rapide où aucune évaporation n'est possible.

Bien souvent même les eaux de ces bandes calcaires n'arrivent pas au jour et leur trop plein va rejoindre l'Ourthe souterrainement par l'inextricable lacis de cavités, grottes, bétoires, etc., qui sillonnent les calcaires de la région.

Comme je l'ai dit plus haut, la formation de ce travertin se continue encore de nos jours. La chose est aisée à voir, sur place.

En voyant d'ailleurs l'étendue que Ed. Dupont a figurée, sur sa carte, pour ce dépôt et l'étendue qu'il occupe actuellement, on peut remarquer que depuis un quart de siècle le dépôt a notablement augmenté et qu'il s'est surtout rapproché du bas de la vallée, en descendant.

TRAVERTIN A L'EST DE DURBUY

Le dépôt de travertin dont nous allons parler est beaucoup moins important et moins bien caractérisé que le précédent. Mais par l'identité des conditions où il se forme avec celles du dépôt précédent, il vient encore renforcer les conclusions que nous a suggérées ce premier dépôt.

La route de Barvaux à Heyd, après avoir suivi le chemin de fer de Liége, pendant quelque temps, se replie vers l'est dans un vallon latéral. A environ 660 mètres, à vol d'oiseau, du point où la route abandonne le chemin de fer, un chemin se détache au S.-E. vers Morville. Juste dans la bifurcation entre le chemin et la route, on voit dans un petit chenal un ruisselet dont les parois sont tapissées d'un travertin encore en voie de formation.

L'étude de la localité montre que la structure géologique y est exactement la même que celle que nous avons indiquée pour le premier dépôt. Une bande de terrain frasnien forme un bassin entre deux voûtes de givetien. L'axe de ce bassin est occupé par des calcaires frasniens stratifiés avec des amas de calcaires construits très purs et très fissurés. Un bel affleurement de ces calcaires se voit, un peu en amont du travertin, sur le talus nord de la route de Heyd. Ces calcaires forment aussi une petite bande, enclavée dans des schistes frasniens imperméables, s'étendant sur

le plateau qui se développe au nord de la route. Cette bande de calcaire est coupée par le ravin du fond de Mauve où passe la route et la pente du fond de la bande calcaire se fait vers le ravin.

Dans ce cas, les eaux venant du plateau, chargées de calcaire par leur passage à travers les calcaires coralliens très fissurés s'écoulent vers le ravin du fond de Mauve où elles émergent et donnent lieu à une petite fontaine. Les eaux de cette fontaine s'écoulent dans un chenal creusé dans des schistes frasniens qui occupent le même niveau géologique que ceux qui supportent le travertin de Durbuy. Dans ce chenal schisteux encombré de mousses et à pente faible, l'eau de la fontaine peut déposer son calcaire qui forme un dépôt peu important mais dont les conditions de formation sont bien semblables à celles du dépôt de Durbuy.

Ce dépôt de travertin n'est pas renseigné sur la carte publiée par Ed. Dupont en 1885. Il est bien possible qu'il n'existait pas à cette époque, car aujourd'hui encore il est bien insignifiant comme masse et comme surface. Il me paraît d'ailleurs que le chenal où coule l'eau calcareuse est dû au travail de l'homme et il se peut fort bien que ce soit un chenal creusé lors de la construction de la route pour drainer un terrain humide et il est possible que, antérieurement à la construction de cette route, ces eaux se perdaient dans le fond du ravin sans donner lieu à dépôt de travertin.

Comme nous l'avons dit en commençant, il existe beaucoup de dépôts de travertin dans les terrains jurassiques du Bas-Luxembourg. Les observations que nous avons pu faire sur deux d'entre eux, celui de Buzenol et celui du Bois de La Hage, nous ont montré qu'ils doivent leur existence exactement aux mêmes conditions géologiques que ceux des environs de Durbuy. L'étage Sinémurien est constitué, dans le Bas-Luxembourg, par de puissantes strates perméables de grès calcareux et de sables calcareux qui forment de grands escarpements couverts de forêts. Les eaux pluviales abondantes dans ces parages, après s'être fortement enrichies en anhydride carbonique en passant à travers la litière tourbeuse des forêts, circulent dans le sous-sol très perméable et très calcareux et forment de riches nappes aquifères dont le trop plein alimente de magnifiques sources, dans le fond des vallées. Mais dans des

circonstances exceptionnelles, il arrive que l'on rencontre, dans cet étage, de minces couches d'une argile blanche imperméable. Alors l'eau, arrêtée dans son mouvement de descente, est bien obligée de sourdre sur le flanc des collines. Dans ce cas, comme à Durbuy, les sources des petites nappes accidentelles se déversent sur des talus couverts de végétation où les conditions favorables à la précipitation du calcaire se trouvent réalisées. Il en résulte aussi des placages, parfois considérables, de travertin. On peut très bien observer les divers phénomènes que je viens de décrire, dans le beau dépôt de travertin visible en face des carrières de Montauban près de la gare de Buzenol. Une petite source jaillit là, sur le flanc d'un coteau boisé, à plus de 25 mètres au-dessus de la vallée, et en s'étalant sur le talus elle a produit un dépôt triangulaire assez épais de travertin englobant un grand nombre de petits végétaux et qui s'étend jusqu'au pied de l'escarpement. La similitude avec les dépôts de Durbuy est complète.

Les conditions de formation du petit gisement de tuf de Villerot, près de Mons, décrites par M. J. Cornet, rappellent aussi tout à fait celles des gisements de Durbuy.

L'Époque solutréenne en Belgique

PAR

J. CLAERHOUT

Cette notice est consacrée aux vestiges de l'époque solutréenne que l'on a pu recueillir en Belgique.

L'époque solutréenne représente une coupure de l'Age du Renne; c'est l'assise moyenne du Paléolithique supérieur, la seconde phase de l'évolution de l'outillage pendant l'Age du Renne, les niveaux solutréens étant intercalés entre les niveaux aurignacien au-dessous et magdalénien au-dessus.

L'époque solutréenne, appartenant à l'Age du Renne, est postérieure à la dernière époque glaciaire ; elle est contemporaine des dépôts supérieurs du *loess* et elle coïncide en Belgique avec le commencement du Flandrien (1).

Certains auteurs semblent ne plus admettre l'existence de l'époque solutréenne ; ils considèrent le Solutréen comme une floraison locale de types industriels, contemporaine de l'époque magdalénienne (2). A notre avis, le Solutréen peut être envisagé comme une époque de transition entre l'Aurignacien et le Magdalénien ; on observe les traces de l'industrie solutréenne en maint pays ; ce n'est donc pas une industrie locale ; ce qui prouve qu'il s'agit d'une phase de transition, c'est qu'on peut discerner dans les couches solutréennes la persistance de l'outillage aurignacien

(1) George Grant Maccurdy. *Recent Discoveries bearing on the antiquity of Man in Europe.* Extrait du SMITHSONIAN REPORT FOR 1909, pp. 531-583. Washington 1910, p. 580. D'après les travaux de M. Rutot.

(2) H. Kraemer, *L'Univers et l'Humanité.* Traduction de A. Schalck de la Faverie. Paris, tome II, p. 237.

et qu'on y voit apparaître en même temps la sculpture et la gravure, dont on admire l'efflorescence à l'époque magdalénienne.

Après avoir esquissé les caractères du Solutréen, nous ferons connaître quelques gisements de la Belgique qui s'y rapportent, puis la civilisation qui lui appartient.

I

CARACTÈRES DU SOLUTRÉEN

Le Solutréen est caractérisé par sa position stratigraphique et la technique spéciale de son outillage. Il y a aussi certaines particularités à noter, concernant la faune des étages solutréens.

Fig. 1

Fig. 2

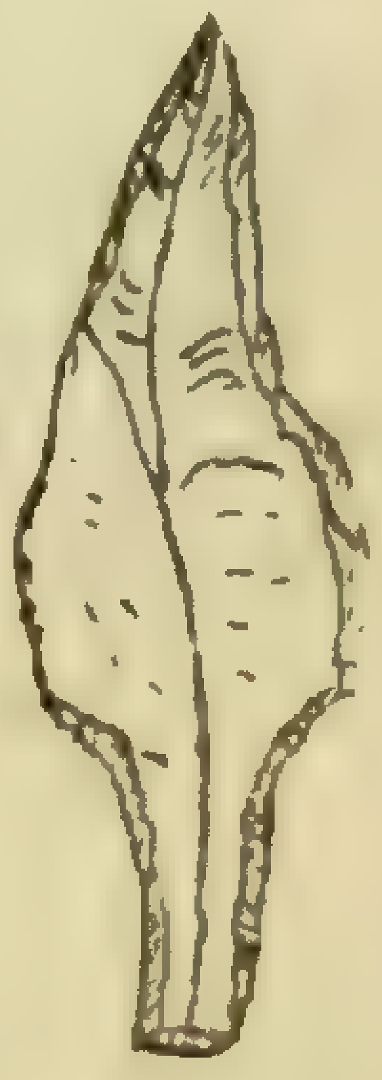


Fig. 3

Position stratigraphique du Solutréen. — Dans toutes les grottes, dans lesquelles on peut relever plusieurs niveaux ossifères, appartenant à l'Age du Renne et séparés par des couches stériles, on constate la superposition du Magdalénien sur le Solu-

tréen et on remarque que les niveaux aurignaciens sont sous-jacents à l'assise solutréenne. Quand une grotte n'a pas été habitée pendant toute la durée de l'Age du Renne, il y a souvent moyen de constater que les niveaux aurignaciens sont surmontés d'une couche à industrie solutréenne.

La position du Solutréen est donc nettement établie entre l'Aurignacien et le Magdalénien (1).

Outillage du Solutréen. — Quatre instruments en silex appartiennent exclusivement au Solutréen ; ce sont les suivants :

1° La pointe en forme de feuille de laurier. Elle est très artistement retouchée sur les deux faces et sur tout le pourtour ; elle pouvait servir de lame de poignard ou de pointe de lance et de javelot.

2° La pointe en forme de feuille de saule. Elle est très finement retouchée sur une seule face et aux deux extrémités. L'autre face est presque lisse. C'était probablement une pointe de flèche.

3° La pointe en forme de feuille de saule, munie d'un pédoncule latéral, formant un cran. Quand elle servait d'armature de flèche, la partie supérieure de la hampe de bois amincie venait s'ajuster, au moyen d'une ligature, en-dessous du cran, contre la partie plate du pédoncule (Fig. 1) (2).

4° La pointe effilée, pourvue d'une soie et présentant la forme d'une pointe de flèche pédonculée de l'époque néolithique.

Faune du Solutréen. — Dans le célèbre gisement de Solutré, qui a donné son nom à cette époque, on a relevé dans le niveau solutréen les espèces suivantes : *Canis vulpes, Canis lupus, Hyaena spelaea, Ursus spelaeus, Ursus arctos, Meles taxus, Mustella pustorius, Lepus timidus, Elephas primigenius, Equus caballus, Cer-*

---

(1) H. Breuil, *La Question aurignacienne*. Extrait de la REVUE PRÉHISTORIQUE, 2e année, 1907. Nos 6 et 7.

(2) Cette figure représente en demi-grandeur une pointe à cran, provenant de la Grotte de l'Église à St-Martin d'Excideuil (Dordogne) et conservée au Musée de St-Germain. D'après A. de Mortillet, *Classification palethnologique*. Paris 1908, Pl. VI, n° 5.

vus tarandus, Cervus canadensis, Bos primigenius (¹). Dans les niveaux supérieurs du gisement du Trou Magrite à Pont-à-Lesse, les ossements d'espèces éteintes étaient assez peu nombreux, tandis que les ossements de rennes et de chevaux abondaient (²). Ce sont d'ailleurs les équidés, qui paraissent dominer dans les gisements solutréens (³).

II

GISEMENTS SOLUTRÉENS

Nous connaissons en Belgique deux gisements qui nous paraissent se rapporter au Solutréen ; il y a le Trou Magrite de Pont-à-Lesse et le niveau supérieur de la terrasse et de la grotte de Spy.

Le Trou Magrite à Pont-à-Lesse. — Le Trou Magrite à Pont-à-Lesse comprenait quatre niveaux ossifères (⁴). M. Dupont faisait observer que l'industrie et la faune du quatrième niveau étaient plus anciennes que celles des niveaux supérieurs. Le distingué archéologue n'a pas classé les objets par niveaux ; cependant il a noté quelques spécimens intéressants qui proviennent de ces assises supérieures, lesquelles correspondent au Solutréen français (⁵).

(¹) J. Déchelette, *Manuel d'Archéologie préhistorique, celtique et gallo-romaine. I. Archéologie préhistorique.* Paris 1908, p. 134.

(²) E. Dupont, *L'Homme pendant les âges de la pierre dans les environs de Dinant-sur-Meuse.* Bruxelles 1871, p. 36.

(³) A. de Lapparent, *Traité de Géologie.* 5ᵉ Édition. Paris 1906, t. III, p. 1661.

(⁴) La collection des objets qui proviennent du Trou Magrite est étalée dans cinq vitrines de la *Salle des Cavernes de la Province de Namur*, du Musée d'Histoire naturelle de Bruxelles. Ces vitrines ne sont pas numérotées et portent l'inscription : *Age du Mammouth. Trou Magrite.* Il y en a deux en bas et trois dans une galerie supérieure. Dans les vitrines inférieures, qui sont les plus importantes, nous avons observé : des pointes de sagaie en os et en ivoire ; des poinçons et des lissoirs en os ; des dents percées pour pendeloques ; un fragment de bois de renne avec figure gravée ; une statuette de femme en ivoire ; un fragment d'aiguille en os ; des fragments d'oligiste ; des pointes et des racloirs moustériens ; des instruments en silex du type aurignacien ; des silex pédonculés et une pointe à cran. Les trois vitrines supérieures contiennent de nombreux instruments en silex et un grand nombre d'ossements.

(⁵) E. Dupont, *Op. laudat.*, p. 34 et suiv.

M. Dupont a recueilli quelques pointes à pedoncule latéral, moins belles et moins typiques que ces pointes françaises à cran latéral, qui présentent la fine taille solutréenne. La pièce la plus caractéristique est une belle pointe à soie en silex blanc (fig. 2) ([1]).

Au demeurant, c'est l'outillage de l'époque aurignacienne qui continue à exister avec ses poinçons et ses lissoirs en os, avec ses grattoirs carénés et ses lames à dos rabattu, ses pointes en os à base fendue et ses statuettes de femme en ivoire ; mais on peut observer que les Troglodytes de Pont-à-Lesse sont en progrès, qu'ils cherchent à mieux confectionner leurs outils, qu'ils parviennent à mieux se parer et à faire de l'art : c'est ainsi que le gisement du Trou Magrite a fourni une portion de bois de renne, décorée de la figure gravée d'un oiseau, peut-être un cygne.

Tout cet ensemble permet de conclure avec M. l'abbé Breuil, qu'à Pont-à-Lesse l'Aurignacien supporte des niveaux à rares instruments solutréens ([2]) et avec M. Rutot que ce sont les niveaux supérieurs du Trou Magrite qu'il y a lieu de considérer comme concordants au Solutréen français ([3]).

Le niveau supérieur de la terrasse et de la grotte de Spy. — La terrasse qui s'étend devant la grotte de Spy ([4]) a été

([1]) Cette pointe est visible dans une des deux vitrines de la galerie inférieure, mentionnées plus haut et portant l'inscription : *Age du Mammouth. Trou Magrite*. Elle est dessinée en grandeur naturelle, d'après E. Dupont, *Op. cit*. p. 35.

([2]) H. Breuil, *Op. citat.*, p. 36.

([3]) A. Rutot, *Sur les gisements paléolithiques de loess éolien de l'Autriche-Hongrie*. Dans Mémoires de la Société d'Anthropologie de Bruxelles, tome XXII, 1903. Mémoire VII, p. 28. — A consulter aussi G. Engerrand, *Six Leçons de préhistoire*. Bruxelles, 1905, p. 150 : « Etant donnée la présence de pointes, rappelant les pointes en feuilles de laurier et les pointes à cran, dans l'industrie du type de Pont-à-Lesse, on peut admettre le synchronisme de cette dernière et de l'industrie solutréenne, telle que l'entendait G. de Mortillet. » — A. Rutot, *Les Aspects nouveaux de la préhistoire en 1906*. Dans Académie royale. Bulletin de la Classe des Sciences, 1906, pp. 946 et suiv. — A. Rutot, *Le Préhistorique dans l'Europe centrale*. Dans Annales de la Fédération archéologique et historique de Belgique, tome XVII, Congrès de Dinant 1903, p. 205 : « Faciès de Pont-à-Lesse, pouvant devenir Magritien (avec Solutréen en synonymie). »

([4]) Bibliographie. Nous possédons au sujet des fouilles exécutées à Spy, deux superbes monographies : De Puydt et Max Lohest, *L'Homme contemporain*

fouillée en 1886 par M. Marcel De Puydt et M. Max Lohest. Ils ont recueilli dans le niveau supérieur au moins quatre pointes pourvues de pédoncules. Une de ces belles lames pédonculées en silex blanc se voit au Musée de Liége. Nous y avons observé aussi deux ou trois pointes, dans lesquelles s'ébauchent des pédoncules latéraux et qui se rapportent de loin aux belles pointes solutréennes, dites à cran latéral.

M. le baron de Loë a fouillé en 1906 les parties encore inexplorées de la terrasse. Le niveau supérieur lui a procuré quatre pointes à soie du type solutréen du Trou Magrite (fig. 3) (1).

En 1909, le savant archéologue a continué à explorer la terrasse; il a fouillé aussi la galerie de droite de la grotte.

Ces fouilles ont révélé dans le premier niveau ossifère de la terrasse, la présence d'une magnifique lame à dos rabattu, taillée en pointe effilée aux deux extrémités et mesurant une longueur de 11 millimètres. Il est vrai que ces lames se voient déjà à l'époque aurignacienne, mais la forme et le travail de cette pièce prouvent que les habitants du premier niveau ossifère avaient opéré des progrès dans la confection de leur outillage lithique et possédaient un certain souci d'art et d'élégance.

On peut donc attribuer le premier niveau ossifère à l'époque

---

du Mammouth à Spy. Dans ANNALES DE LA FÉDÉRATION ARCHÉOLOGIQUE ET HISTORIQUE DE BELGIQUE, tome second, Namur, 1887. Compte rendu des travaux du congrès, tenu à Namur les 17-19 août 1886, pp. 207 et suiv. — Bon A. de Loë et E. Rahir, *Nouvelles fouilles à Spy*. Dans BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ D'ANTHROPOLOGIE DE BRUXELLES, tome XXX, 1911.

COLLECTIONS. Les objets recueillis au cours des fouilles effectuées par M. le baron de Loë ne sont pas étalés au Musée du Cinquantenaire à Bruxelles, faute de place. — Au Musée de Liége, la vitrine 35 de la section préhistorique a une section qui porte l'inscription suivante : Grotte de Spy. Premier niveau ossifère supérieur. Cette partie de la vitrine 35 abrite les objets suivants : 48 lames longues d'environ un décimètre ; 60 lames d'une longueur moyenne de 6 centimètres ; une pointe en silex blanc de la longueur d'un décimètre, munie d'un pédoncule ; trois pointes avec ébauche de cran.

(1) Cette figure représente une pointe à soie recueillie en 1906, par M. le baron A. de Loë dans le niveau supérieur de Spy. Elle sera visible plus tard au Musée du Cinquantenaire. Elle est dessinée aux 2/3 de la grandeur, d'après A. de Loë, *Op. laudat.*, pl. I, no 15.

solutréenne et conclure avec M. l'abbé Breuil que la couche supérieure de Spy est caractérisée par des instruments solutréens [1].

III

ETHNOGRAPHIE

L'outillage des niveaux solutréens de la Belgique n'est pas comparable à ces admirables spécimens de la belle taille solutréenne, que l'on rencontre dans certaines stations françaises : ces deux industries appartiennent cependant à la même époque, car seul leur synchronisme peut rendre compte de certaines analogies et de l'existence des pointes à pédoncules dans certaines assises des cavernes de la Belgique.

Les divers groupements de Troglodytes de l'époque solutréenne, arrivés à des stades divers de perfection dans la confection de leur outillage et dans la technique de leur industrie, doivent avoir eu des points de contact et la matière même des insruments de nos Troglodytes solutréens met en lumière tel aspect de leur civilisation.

Outre le silex, ils ont utilisé, pour façonner leurs outils destinés à couper, à racler et à percer, le quartz et le quartzite provenant des cailloux roulés des environs, le phtanite cambrien de Mousty, dont le gisement était situé à 50 kilomètres au Nord-Ouest du Trou Magrite, le silex turonien des alluvions de la vallée de la Sambre, un des grands nodules plats, qui caractérisent les schistes dévoniens noirs à cardioles, qui se trouvent entre Givet et Mariem-

---

[1] H. Breuil, *Op. laudat.*, p. 36. A la page 16, M. l'abbé Breuil signale « un niveau supérieur » de Spy « avec nombreux instruments en silex, très retouchés, peu de formes moustériennes, nombreuses pointes en silex à pédoncule, du type de Pont-à-Lesse, un fragment de lame, dont le côté dorsal est retouché en grattoir circulaire et l'autre côté, à la manière solutréenne ». — La grotte solutréenne de Lacave, située dans le Lot, est celle dont l'industrie ressemble le plus à l'industrie de nos gisements solutréens de la Belgique. Cfr. Armand Viré, *Grotte préhistorique de Lacave* (Lot) dans L'ANTHROPOLOGIE, tome XVI, 1905, pp. 411 et suiv.

bourg dans l'Entre-Sambre-et-Meuse, enfin les phtanites dinantiens et le calcaire noir dinantien (1).

La forme des instruments nous apprend que les Troglodytes solutréens ont continué à utiliser les amygdales, les pointes, les lames et les perçoirs en silex des époques antérieures, comme ils ont persisté à façonner les mêmes outils que leurs ancêtres aurignaciens en os, en bois de renne et en ivoire ; ils ont cependant réalisé un certain progrès, car la forme de leurs lissoirs, destinés à unir les coutures, est plus élégante et ils ont commencé à découper dans des fragments d'os, à arrondir et à polir ces fines aiguilles, dont on rencontrera de nombreux spécimens à l'époque magdalénienne.

Les ornements que portaient nos Troglodytes solutréens et les matières dont ces parures provenaient, nous révèlent aussi divers côtés de leur activité ; on rencontre des morceaux de fluorine, dont il y a un gisement dans le calcaire dévonien près de Givet, des fragments d'oligiste oolithique, semblable à celui qui existe au Nord de Namur, dont ils obtenaient par raclage de la poudre rouge, laquelle ils mélangeaient probablement à de la graisse et dont ils se servaient pour se peindre en rouge ; un fragment de jayet, provenant probablement des lignites du Soissonnais et servant également à faire des parures ; une coquille, *Fusus bulbiformis*, portée vraisemblablement comme ornement et recueillie dans les couches éocènes de la Champagne.

Quelques objets, récoltés dans les niveaux solutréens, caractérisent les débuts de l'art quaternaire ; on peut observer un fragment de bois de renne, avec une figure gravée d'oiseau, peut-être de cygne et une statuette de femme en ivoire, ressemblant à celles qui apparaissent dans les niveaux aurignaciens du Sud-Ouest de la France, du même type que celles qui ont été découvertes dans les cavernes de Brassempouy.

On a recueilli aussi des fragments de rognons de pyrite de fer ; c'est le briquet primitif dont nos Troglodytes se servaient pour se procurer du feu ; au choc d'un éclat de silex, des parcelles se

---

(1) D'après les savantes notices de M. Dupont. On peut les lire dans les vitrines du Musée d'Histoire naturelle de Bruxelles.

détachaient de cette substance ; la pyrite étant un sulfure de fer, le soufre de ces parcelles s'enflammait. Ce procédé est encore usité par certaines tribus d'Esquimaux et de Fuégiens, peuplades fort éloignées les unes des autres, et il n'est pas rare de constater que certains usages des paléolithiques se retrouvent et subsistent chez les peuples incultes.

Le seul homme solutréen connu paraît être celui de Predmost, mais il règne à son sujet une grande variété d'opinions.

Près du village de Predmost, situé en Moravie, dans la plaine de la Becwa, affluent de la March, s'élève le Hradisko, un roc de calcaire dévonien, entouré d'un immense rideau de loess ; à une profondeur de trois mètres en-dessous de la surface actuelle du loess, M. Wankel, M. Kriz et M. Maska ont découvert une station solutréenne avec un grand nombre d'ossements de mammouth.

M. Wankel y trouva une mandibule humaine ; M. Kriz y recueillit une série d'ossements, provenant d'individus jeunes et M. Maska y découvrit une sépulture, contenant quatorze squelettes complets.

M. A. de Mortillet estime que toutes ces trouvailles sont postérieures au gisement qui les contient et aux ossements fossiles disséminés dans le loess (1) ; M. Hoernes admet l'ancienneté des ossements humains recueillis par M. Wankel et M. Kriz, mais il doute de l'âge paléolithique des squelettes trouvés par M. Maska (2) ; M. l'abbé Obermaier admet, d'après les communications qu'il a reçues de M. Maska, que tous les ossements humains, recueillis à Predmost, ont été extraits de la couche archéologique et peuvent être attribués aux habitants de cette station solutréenne (3).

On ne possède pas de monographie complète sur les découvertes anthropologiques de Predmost, mais des indications qu'on a pu réunir, il se dégage que l'homme paléolithique de Predmost est caractérisé par une morphologie cranienne intermédiaire entre celle de la race de Néanderthal et celle de la race de Cro-Magnon. Les arcades sourcilières sont encore très développées, mais le

(1) G. et A. de Mortillet, *La Préhistoire*. Paris 1910, p. 277.

(2) Dr Moriz Hoernes, *Der Diluviale Mensch in Europa*. Braunschweig 1903, p. 139 et suiv.

(3) H. Obermaier, *Les restes humains quaternaires dans l'Europe centrale*. Dans l'ANTHROPOLOGIE, t. XVI, 1905, p. 339 et suiv.

menton commence à se dessiner et la forme des mâchoires se rapproche de la forme des mâchoires des races actuelles. La longueur des fémurs permet de conclure qu'il s'agit d'une race à la taille élevée. Ce dernier caractère ne semble pas cadrer avec le plan évolutionniste conçu par M. A. de Mortillet et cela nous paraît être le motif pour lequel il rejette l'authenticité et conteste la valeur des ossements humains de Predmost.

Peut-on supputer l'âge des hommes solutréens, que l'on peut ranger parmi les derniers contemporains du mammouth ?

Citons M. Déchelette ([1]) qui fait connaître les données actuelles de la science sur la chronologie des temps préhistoriques :

« Les anciens géologues avaient été portés à vieillir démesurément l'espèce humaine. Croll, Lyell, Lubbock et d'autres auteurs plaçaient la principale phase glaciaire à des dates variant entre 240.000 et 850.000 ans avant notre ère. Pour Gabriel de Mortillet, l'humanité compterait depuis le début des temps quaternaires 230.000 à 240.000 ans d'existence. Ces évaluations ne trouvent plus créance. On a revisé notamment les calculs basés sur la marche des glaciers actuels pour la détermination de la durée des périodes glaciaires. Au témoignage de M. de Lapparent résumant les vues de géologues autorisés, la dernière invasion glaciaire, celle dont nos ancêtres paléolithiques ont connu et subi les vicissitudes, peut très bien n'avoir été enfermée que dans un nombre peu considérable de milliers d'années. Au surplus, le problème de l'antiquité de l'homme se complique, ici, d'une nouvelle incertitude. On ne peut encore synchroniser définitivement la phase chelléenne avec une période interglaciaire déterminée. Des travaux récents tendent à la placer au dernier interglaciaire...

C'est à la Chaldée et à l'Égypte que l'histoire doit emprunter ses plus anciennes dates... M. Pétrie place actuellement le règne de Ménès, de la première dynastie, entre 4777 et 4715.

Les récentes découvertes de l'Égypte préhistorique, celles des nécropoles prépharaoniques, ont révélé l'existence d'une période primitive à facies néolithique, dite l'âge de Negadah, du nom du principal cimetière exploré. Pour M. Petrie, explorateur de ces

---

([1]) J. Déchelette, *Op. laudat.*, p. 302 et suiv.

stations, la date initiale de la période de Negadah pourrait, selon toute vraisemblance, remonter à 7000 ans avant notre ère.

Les porteurs de cette civilisation ont été précédés dans la vallée du Nil par l'homme quaternaire... »

D'après ces données attribuons 15.000 ans avant l'ère chrétienne, à l'âge des premiers représentants de l'humanité dans la vallée du Nil et en Europe.

Signalons une donnée chronologique dont quelques savants ont parlé, mais que la plupart passent sous silence.

Strabon raconte que de son temps les Bretons exportaient en Gaule des ornements de freins en ivoire. Il n'y a pas d'autre ivoire connu dans l'antiquité que celui qui provient des défenses des éléphants, et du temps de Strabon (1) il ne pouvait y avoir d'autre ivoire en Angleterre, que l'ivoire fossile provenant des défenses des mammouths.

Si maintenant 8000 ans se sont écoulés entre l'époque de la disparition des mammouths et le temps de Strabon, comment les défenses de l'*Elephas primigenius* ont-elles pu se conserver pendant tant de milliers d'années, pour se détériorer et s'effriter pendant les dix-neuf siècles qui ont suivi la mort du célèbre géographe ?

Nous n'émettons pas de jugement, mais en se basant sur ce texte de Strabon et sur le fait que le Chelléen est contemporain de la dernière période interglaciaire, l'on peut se demander s'il faut bien évaluer à 15.000 ans la durée des âges préhistoriques et des temps historiques qui ont précédé l'ère chrétienne.

---

(1) Strabonis *Geographica*, curantibus C. Müllero et F. Dübnero. Parisiis 1853, p. 167, lib. IV, cap. V : τέλη τε οὕπως ὑπομενουσι βαρέα τῶν τε εισαγομένων εἰς την Κελτικὴν ἐκεῖθεν και τῶν ἐξαγομένων ἐνθενδε ταῦτα δ' ἐστὶν ἐλεφάντινα ψάλια... Cfr. Bonner Jahrbücher. Heft. LXXII, 1882, p. 185.

IDENTITÉ DE
Sphenopteris Bithynica Zeiller
et
Mariopteris Laciniata Potonié

PAR

ARMAND RENIER

---

1. L'importance des recherches accessoires que réclame l'étude de la flore du houiller sans houille de Baudour, que j'ai commencée il y a plus de sept ans, ne m'a pas permis jusqu'ici de livrer à la publication le mémoire d'ensemble. Après la rédaction d'une note préliminaire (¹), j'ai cependant consacré un travail à trois espèces nouvelles : *Sphenopteris Dumonti, Sphenopteris Corneti et Dicranophyllum Richiri* (²), et j'ai publié occasionnellement des photographies d'échantillons typiques de ce gîte : *Lyginopteris Oldhamia* [(³) pg. 35, fig. 11], *Adiantites (Aneimites) oblongi-*

(¹) Renier A. *Sur la flore du terrain houiller sans houille de Baudour (Hainaut).* COMPTES RENDUS ACAD. DES SCIENCES, 2 mars 1906; *Sur la flore et spécialement les Lepidophloios du houiller inférieur belge.* ANN. SOC. SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. XXX, 3ᵉ fascicule, avril 1906; *La flore du terrain houiller sans houille du Couchant de Mons.* ANN. SOC. GÉOL. BELGIQUE, 1906, t. XXXIII, pp. M. 153-161.

(²) Le même, *Trois espèces nouvelles. Sphenopteris Dumonti, Sphenopteris Corneti et Dicranophyllum Richiri du houiller sans houille de Baudour (Hainaut).* ANN. SOC. GÉOL. BELGIQUE, 1907, t. XXXIV, pp. 181-196. pl. XVII.

(³) Le même, *Les méthodes paléontologiques pour l'étude stratigraphique du terrain houiller.* Liége. REVUE UNIVERSELLE DES MINES, etc., 4ᵐᵉ série, tomes XX et XXI, 1908; pagination du tirage à part.

folius [(1), pg. 66, fig. 38 ; (2), pl. 98], *Sphenophyllum tenerrimum* [(1), pg. 49, fig. 14 *a* ; (2), pl. 58], *Lepidodendron Veltheimi* [(2), pl. 5], *Knorria Selloi* [(1), pg. 45, fig. 21] et *Trigonocarpus Parkisoni* [(1), pg. 38, fig. 13], ainsi que de nouvelles photographies de *Dicranophyllum Richiri* [(1), pg. 55, fig. 37 ; (2), pl. 117]. Dans l'intervalle, l'assise H_{1a} du bassin d'Anhée m'a fourni une espèce nouvelle : *Asterocalamites Lohesti* [(2), pl. 38 ; (3)]. Bien que j'aie le ferme espoir de pouvoir terminer avant peu cette étude de la flore du houiller sans houille de la Belgique, je me trouve amené, en suite de la publication d'un travail de M. Huth (4), à attirer dès à présent l'attention sur une forme qui est assez fréquente dans l'assise H_{1a} et qui se retrouve encore vers la base de l'assise H_{1b} de la légende de la carte géologique de la Belgique.

Cette forme avait été désignée dans mes premières listes sous le nom de *Sphenopteris tridactylites* Brongniart (5). Ayant voulu vérifier cette détermination, j'appris de M. Édouard Bureau que l'original, qui, d'après Brongniart, se trouvait au Musée de Nantes, avait disparu et devait être considéré comme perdu. Dans la suite, M. Paul Bertrand me fit voir au Musée houiller de Lille, des échantillons provenant des charbonnages de Montrelais (Basse Loire), gîte probable du type de *Sphenopteris tridactylites,* et qui, rapportés avec raison à cette espèce, devaient être considérés comme des co-types. L'examen de cette série me donna la conviction que les dessins de Brongniart étaient exacts, notamment celui relatif à la nervation, et, d'autre part, que la détermination de mes échantillons était erronée.

---

(1) Voir note 3 de la page précédente.

(2) Renier A., *Documents pour l'étude de la paléontologie du terrain houiller.* Liége. Vaillant Carmanne, 1910.

(3) Le même, *Asterocalamites Lohesti n. sp. du houiller sans houille* (H_{1a}) *du bassin d'Anhée.* Ann. Soc. géol. Belgique. Mém. in-4°, II, 1910, pp. 31-34, pl. VI.

(4) Huth W. *Die fossile Gattung Mariopteris in geologischer und botanischer Beziehung.* Sonderdrück aus : Abbildungen und Beschreibungen fossiler Pflanzenreste, VIII, von Prof. Dr H. Potonié, Herausgegeben von der Königlich Preussischen geologischen Landesanstalt, 1912.

(5) Brongniart Ad. Histoire des Végétaux fossiles, 4e livraison (1829), p. 181 ; 5e livraison (1830), pl. 50.

La découverte de l'échantillon, représenté à la figure 1 de la planche annexée au présent travail, me permit de reconnaître que j'avais affaire à *Sphenopteris bithynica* Zeiller ([1]), qui n'était connue que dans le bassin d'Héraclée. J'ai indiqué cette rectification dans mon travail de 1907.

Or il se fait aujourd'hui que M. Huth, décrit cette espèce sous le nom de *Mariopteris laciniata* Potonié *mnscrpt.*

Je pense donc faire œuvre utile en établissant brièvement l'identité spécifique de *Sphenopteris bithynica* et *Mariopteris laciniata,* à l'aide des données que me fournissent les échantillons belges, encore inédits.

2. M. Zeiller a créé l'espèce *Sphenopteris bithynica* sur un échantillon unique très fragmentaire, consistant en un débris de la région médiane d'une penne de dernier ordre, montrant tout au plus sept pinnules, dont plus de la moitié sont incomplètes. La nervation est cependant bien visible. Aussi, bien qu'il lui fût impossible de se rendre compte de la constitution des frondes, M. Zeiller a-t-il considéré que cette espèce était assez nettement caractérisée pour mériter d'être décrite.

La diagnose originale est libellée comme suit :

Pinnules alternes, étalées-dressées, *à peine contiguës, à contour* général *ovale lancéolé ou linéaire-lancéolé,* fortement contractées à la base et légèrement décurrentes sur le rachis, longues de 7 à 15 millimètres, larges de 4 à 8 millimètres, *divisées* par de profonds sinus *en 5 à 11 segments ovales-cunéiformes* fortement dressés, décurrents à leur base, subdivisés eux-mêmes en deux ou trois lobes linéaires munis chacun de deux ou trois dents aiguës.

Nervation très nette, nervures naissant et se divisant par dichotomie sous des angles très aigus.

3. La série des échantillons de *Sphenopteris bithynica* recueillie à Baudour est extrêmement importante. Elle établit sans conteste, tant les transitions sont multiples et variées, l'extrême polymorphisme de cette espèce. Je ne donne ici que la photographie de

---

([1]) Zeiller R. *Étude sur la flore fossile du bassin houiller d'Héraclée* (Asie Mineure). MÉM. SOC. GÉOL. FRANCE, tome VIII, fascicule IV, 1899.

quatre types remarquables, réservant pour le mémoire final une figuration plus complète.

Rappelons que le gîte de Baudour est essentiellement marin, que les végétaux terrestres y sont allochtones, et qu'en conséquence, leur état de conservation laisse souvent à désirer. La roche fossilifère étant en général un schiste de grain très fin, l'écrasement est complet. Comme la putréfaction était très avancée. les végétaux se sont imprégnés dans la masse. Il faut des conditions d'éclairage tout spéciales pour les y apercevoir. C'est pourquoi nos photographies ont, le plus souvent, dû être exécutées en lumière réfléchie. Il en résulte, en même temps qu'une inversion des teintes, une légère déformation des proportions.

Dans la plupart des cas, la nervation n'est pas visible. L'échantillon, représenté fig. 1, est, à cet égard, exceptionnel. Le système vasculaire s'y trouve souligné par une condensation de pyrite. M. Grand'Eury a depuis longtemps signalé cette fixation élective, que l'on observe fréquemment tant sur les échantillons dits en empreinte que sur ceux à structure conservée. Le limbe, profondément macéré, se distingue à peine sur la photographie. Afin de mieux mettre en évidence la nervation, on a d'ailleurs pris soin d'humecter la roche, en la recouvrant, au moment de la pose, d'une mince couche de glycérine.

Le groupement des échantillons d'une même espèce ne constitue pas l'une des moindres besognes que procure l'étude d'un gisement allochtone. Je pense cependant être arrivé à un résultat satisfaisant pour les spécimens réunis sur la planche annexée à cette note, eu égard aux formes intermédiaires de la collection de l'École des Mines de Mons.

4. Une simple comparaison de la photographie du type de *Sphenopteris bithynica,* qu'a publiée M. Zeiller et de la figure 2, suffit pour rendre ma détermination vraisemblable. L'étude de la nervation transforme cette probabilité en certitude. Bien qu'il s'agisse ici (fig. 1) d'une penne plus basse que celle décrite par M. Zeiller, ainsi que le montrent et la taille et la complication plus grandes des pinnules, la nervation est identique. Elle est « quelque peu névroptéroïde, formée de nervures arquées, se divisant par dichotomie sous des angles très aigus ». La nervure

principale semble se poursuivre régulièrement jusque dans le lobe supérieur, restant ainsi intérieurement marginale.

5. Semblablement le seul rapprochement de nos figures 1 et 4 et de celles n^os 23 et 24 ([1]) du travail de M. Huth, permet de constater que notre espèce est identique à *Mariopteris laciniata*.

M. Huth donne d'ailleurs de cette forme la diagnose suivante ([2]):

Éléments de dernier ordre (équivalents chez cette espèce aux pennes de dernier ordre) souvent ovales ou ovalaires ou ovales-lancéolés ou triangulaires, très découpés (d'où le nom), souvent paraissant divisés par des traits de scie, souvent très profondément incisés. — Éléments de dernier ordre le plus souvent très rapprochés l'un de l'autre. — Insertion en général fortement pécoptéroïde, les éléments basilaires de dernier ordre légèrement sphénoptéroïdes, ou encore, occasionnellement, insérés sphénoptéroïdement. — Nervation en général bien reconnaissable, mais pas très saillante. Nervure médiane nettement visible. — Rachis sans côte longitudinale nette ; légères cicatrices transversales.

Cette diagnose est en définitive celle de *Sphenopteris bithynica*, bien que la nervation n'y soit pas décrite. Mais l'identification résulte surtout de la comparaison des figures publiées et de notre planche. Il est néanmoins regrettable que M. Huth n'ait pas, ainsi que M. Zeiller, donné un croquis détaillé de la nervation.

6. La dénomination de *Mariopteris laciniata* aurait, d'après M. Huth, été assignée à cette forme par M. Potonié dans une liste publiée en 1903 par M. Tornau ([3]). M. Huth serait le premier qui en

---

([1]) Les deux échantillons représentés fig. 23 et 24 sont des formes assez différentes. M. Huth les considère comme appartenant à la même espèce ; mais il néglige de déclarer lequel de ces deux échantillons constitue le type. — C'est surtout la comparaison de la figure 24 et de notre figure 4 qui est frappante.

([2]) Elemente *l.* O. (bei dieser Art gleichbedeutend mit Fiedern *l.* O.) häufig oval bis eiförmig bis eilanzettlich bis dreieckig, stark zerschlizt (daher der Name), oft wie gesägt aussehend, oft auch sehr tief eingeschlitzt. — Elemente *l.* O. meist sehr dicht nebeneinander. — Ansitzen im allgemeinen stark pecopteridisch, nur die basalen Elemente *l.* O. schwach sphenopteridisch, vereinzelt auch sonst sphenopteridisch ansitzend. — Aderung in allgemeinen gut erkennbar, aber nicht sehr stark hervortretend, Mitteläder deutlich sichtbar. — Spindeln ohne merkliche Längsrippen ; schwache Quermale vorhanden. — Huth. *Op. laud.* p. 62.

([3]) Tornau, *Der Flözberg bei Zabrze* (d'après M. Huth, *op. laud.*, p. 62).

aurait donné la figuration. Ce serait donc le millésime de 1911, qui, conformément aux règles internationales, devrait lui être assigné.

De toutes façons, cette dénomination doit tomber en synonymie, car la priorité est en faveur de celle de M. Zeiller, qui date de 1899.

7. M. Huth, n'ayant rencontré cette forme qu'en Haute Silésie, la considérait comme locale (¹). Il résulte de ce qui précède que son extension géographique est très vaste. On la rencontre dans le bassin d'Héraclée, à Coslou, et encore en Belgique, tant à Mons (Baudour), qu'à Liége (Chertal) et à Theux (Forges Thiry).

8. Il y a également lieu de reviser les conclusions de M. Huth, en ce qui concerne la répartition stratigraphique de cette espèce (²). En Haute Silésie, elle serait localisée dans la zone *a* de la Flore IV (Potonié), et n'aurait pas été rencontrée avec certitude dans les couches supérieures. A Coslou, M. Ralli l'a recueillie dans la couche Ali-Mollah, c'est-à-dire dans l'étage du Culm (³). A Baudour, elle se trouve associée aux mêmes espèces qu'à Coslou, dont un grand nombre sont caractéristiques des *Carbonflora* I et II de M. Potonié. A Chertal, je l'ai remarquée à la profondeur d'environ 245 m., et peut-être encore à celle d'environ 330 m., dans l'assise H_{1b}. Sa situation est sensiblement la même dans le massif de Theux. Je l'y ai trouvée peu en dessous, c'est-à-dire dans le toit, de la veinette en allure renversée qui se voit dans le versant est et à l'extrémité nord de la tranchée du chemin de fer, entre Juslenville et les Forges-Thiry. Elle y est associée à *Sphenophyllum tenerrimum* Ettingshausen, *Neuropteris Schlehani* Stur, etc. Cette assise H_{1b} ou du *Pecopteris aspera* correspond à la zone de transition entre les Carbonflora II et III de M. Potonié.

9. Reste la question de l'attribution de cette espèce au genre *Mariopteris*.

On sait que le genre *Mariopteris* a été créé par M. Zeiller pour un groupe particulier de Fougères du terrain houiller moyen qui présentent toutes ce caractère que les feuilles qui composent leurs

(¹) Huth W., *op. laud.*, pp. 22, 24 et 64.

(²) Huth W., *op. laud.*, pp. 22 et 26.

(³) Zeiller R. *Étude sur la flore fossile du bassin houiller d'Héraclée*, *op. cit.* pg. 26.

frondes, sont divisées en quatre pennes, portées par un pétiole commun qui se bifurque à son sommet en deux rameaux nus, bifurqués eux-mêmes à leur tour en deux branches dont chacune constitue l'axe des pennes (1).

M. Zeiller n'a évidemment pu se rendre compte de la constitution de la fronde de *Sphenopsis bithynica,* vu l'état fragmentaire de l'échantillon de M. Ralli.

M. Huth, quoiqu'ayant eu à sa disposition des matériaux beaucoup plus importants, n'a pu élucider ce point, car il déclare : Bien que la disposition marioptéroïde n'ait pas encore pu être constatée chez cette espèce, je considère cependant comme chose naturelle de la ranger dans notre genre, et ce notamment, en raison de la forme des pinnules (éléments de dernier ordre), qui sont insérées de façon sphénoptéroïde ou pécoptéroïde ; le rachis présente des cicatrices transversales ; enfin la nervure médiane décurrente et la division marioptéroïde de la pinnule basilaire catadrome plaident en faveur de cette thèse (2).

L'étude des échantillons de Baudour m'avait depuis longtemps déjà suggéré semblables réflexions. Alors que je lui soumettais les photographies de cette collection, M. Zeiller avait bien voulu me demander si je n'estimais pas que cette espèce fut plutôt une *Mariopteris.*

L'un des échantillons, recueillis à Boudour (fig. 3), montre des pinnules devenant progressivement filiformes vers l'extrémité de la penne. Semblable transformation a souvent été constatée chez *Mariopteris muricata.* M. Huth en figure de remarquables exemples dans son mémoire (3). Mais ce caractère ne peut être considéré comme générique. Il est d'ordre éthologique, tout comme celui

(1) Zeiller R. *Note sur le genre Mariopteris.* Bull. Soc. géol. France, 1879, 3e série, tome VII, p. 92.

(2) Obgleich bei diese Art der mariopteridische Aufbau noch nicht nachgewiesen werden konnte, halte ich es doch für angebracht, diese Art zu unsere Gattung zu stellen und zwar vornehmlich wegen der Form ihrer Elemente *l.* O., welche sphenopteridisch bis pecopteridisch ansitzen ; auch sind Quermale auf der Spindel vorhanden ; ferner spricht dafür die herablaufende Mittelader und die mariopteridische Zerlappung der basalen katadromen Fiedern. — Huth, *Op. laud.*, pp. 63-64.

(3) Huth W. *Op. laud.*, fig. 8, p. 41 ; fig. 10, p. 44.

1

2

3

4

SPHENOPTERIS BITHYNICA ZEILLER.

LES
TAM-TAMS DU CONGO BELGE

PAR

le Dr J. MAES

Comme le disait l'auteur de l'étude sur les instruments de musique du Congo Belge publiée en 1902 ([1]), le tam-tam le plus primitif (et ajoutons-y le tam-tam le plus perfectionné) est un simple tronçon d'arbre évidé à la main.

« L'indigène se sert à cet effet d'un petit outil en forme de doloire. Le procédé est lent et pénible ; la plupart des tam-tams doivent avoir coûté de longs et patients efforts ; certains d'entre eux ont sûrement nécessité plus d'une année de travail. » Tel doit notamment être le cas d'un tam-tam envoyé par la mission Hutereau et provenant des Mobati. Ce tam-tam mesure 1,35 m. de long et a 1,80 m. de circonférence. Il pèse actuellement encore 85 k. et le volume de la partie évidée est de plus d'un mètre cube alors que la largeur de la fente par où l'artisan a creusé son tam-tam n'est que de 4 cm. Ces pécimen est fait en bois de takula, essence sonore, dense et d'une dureté extraordinaire.

Le tam-tam est connu de *toutes* les populations du Congo Belge et il est probable qu'il y a 40 ans chaque village en possédait au moins un spécimen. Il tend cependant à disparaître et, chose remarquable, son usage recule devant la pénétration de la civilisation européenne.

([1]) Annales du Musée du Congo Belge, tome I, fasc. 1. *Les Arts.* Bruxelles 1902. Spineux.

Classés d'après leur aspect extérieur et leur forme générale, les tam-tams que possède le Musée du Congo Belge peuvent être divisés en deux catégories :

1° Les tam-tams de forme cylindrique ;

2° Les tam-tams de forme évasée et aplatie ; à section longitudinale en forme d'un trapèze.

Chacune de ces deux catégories comprend des types différant les uns des autres par des détails de construction dont les variations marquent *peut-être* des stades de l'évolution de la forme du tam-tam. En outre, certains spécimens présentant des caractères qui les rattachent à l'une et à l'autre catégorie, *semblent* former de véritables types de transition. C'est ce qui amène naturellement quiconque s'occupe *exclusivement* de l'étude de l'évolution de la forme des tam-tams congolais à la conclusion que tous les tam-tams connus actuellement ne constituent en réalité que des transformations successives d'une forme primordiale, qui d'après l'auteur de l'étude précitée [1] serait tout simplement le tronc d'arbre évidé par l'action des forces naturelles.

Schématiquement cette évolution de la forme du tam-tam pourrait se présenter comme suit, en se basant sur les documents existant au Musée du Congo Belge (fig. 1).

FIG. 1. — Coupes transversales des différentes formes types des tam-tams du Congo belge

Les tam-tams de la série 1 et 2 appartiennent à la 1e catégorie ; les tam-tams de la série 3 et 4 doivent être considérés comme des

(1) Ibidem, p. 54.

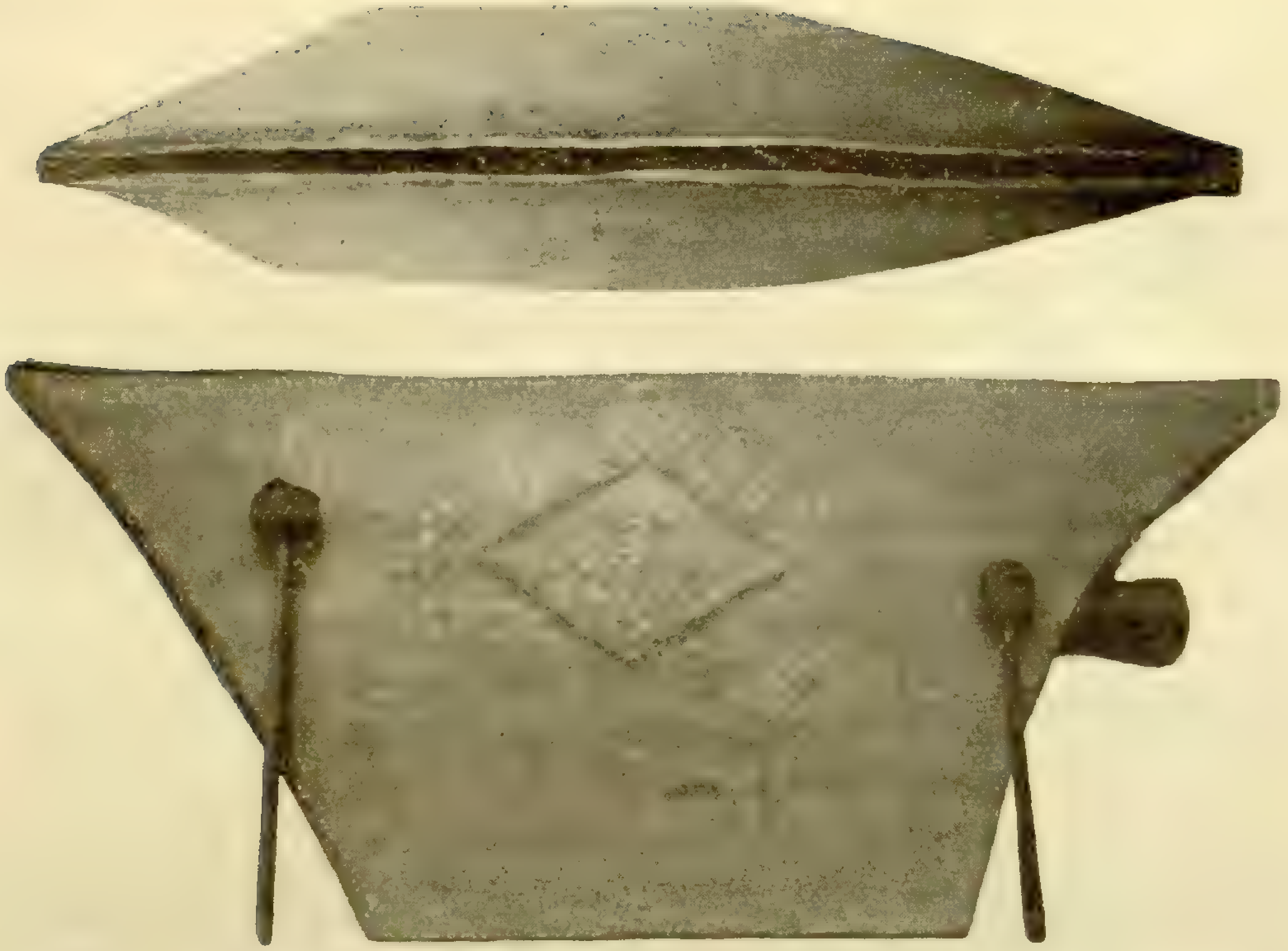


FIG. 2. — Tam-tam de forme évasée et aplatie
Envoyé par M. Van den Broeck et provenant des Kundu. Hauteur : 53 cm.
(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

FIG. 3. — Tam-tam de forme évasée et aplatie
Envoyé par le chef de poste de Lokilo. Hauteur : 64 cm.
(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

types de transition, tandis que les tam-tams de la série 5 et 6 sont des spécimens de la 2e catégorie.

Dans les types appartenant à la 1e catégorie, les ouvertures qui ont servi à creuser les tam-tams se présentent sous deux aspects différents :

1° Une simple fente longitudinale dont la largeur ne dépasse que très rarement 5 cm.

2° Deux entailles symétriques rondes ou variant du rectangle allongé au carré et communiquant par une étroite rainure.

Dans le premier cas la surface utile, c'est-à-dire, la surface de roulement du tam-tam s'étend le long de toute la rainure ; dans le second cas elle est d'*ordinaire* comprise entre les deux ouvertures symétriques.

L'ouverture des tam-tams de la 2e catégorie est *invariablement* une simple fente longitudinale et étroite. Dans l'étude sur les instruments de musique ces faits ont déjà été observés ([1]), mais l'auteur signale que les tam-tams de la 2e catégorie sont évidés par la base. Nous croyons cette indication inexacte, mais elle s'explique par le fait que le Musée ne possédait pas à cette époque les éléments dont nous disposons actuellement. Dans le courant des années 1910-1911, le Musée du Congo Belge a reçu divers spécimens de tam-tams appartenant à la 2e catégorie qui nous montrent nettement qu'ils ont été creusés par la partie supérieure et non par la base. Tel est notamment le cas pour un tam-tam de forme aplatie et évasée envoyé par M. Van den Broeck et provenant des Kundu (fig. 2).

Ce tam-tam, fait en bois de Takula, a 1,18 m. de longueur à la partie supérieure sur 4 cm. de largeur, tandis que la partie inférieure à 0,52 m. de longueur sur 0,31 m. de largeur. Cette dernière partie est plate et sert évidemment de base. La hauteur de ce tam-tam est de 53 cm. Il en est de même du tam-tam envoyé par le chef de poste de Lokilo et provenant des Topoke (fig. 3). Celui-ci, fait en bois jaunâtre, a 1,57 m. de longueur sur 4 1/2 cm. de largeur, 68 cm. de hauteur et à la partie inférieure 70 cm. de longueur sur 32 cm. de largeur. Cette partie sert indiscutable-

---

([1]) *Ouvrage cité*, p. 56.

ment de base. Il est vrai que l'on pourrait nous objecter que ce dernier tam-tam pourrait être considéré comme un type de transition entre les deux formes générales des tam-tams du Congo Belge. La base est en effet *très légèrement* arrondie et les parois sont *un tant soit peu* cintrés, rappelant ainsi plus ou moins le tam-tam de forme cylindrique du type n° 4 de notre schéma (fig. 1). Mais ces caractères sont trop peu accentués pour pouvoir raisonnablement en tenir compte. En outre, nous savons que le long de la paroi intérieure des tam-tams de forme aplatie et évasée, à 1 ou 2 cm. des lèvres de l'ouverture, sont fixées par un enduit résineux des gousses renfermant leurs graines desséchées (fig. 4). Ce fait fut signalé pour la première fois par l'auteur de

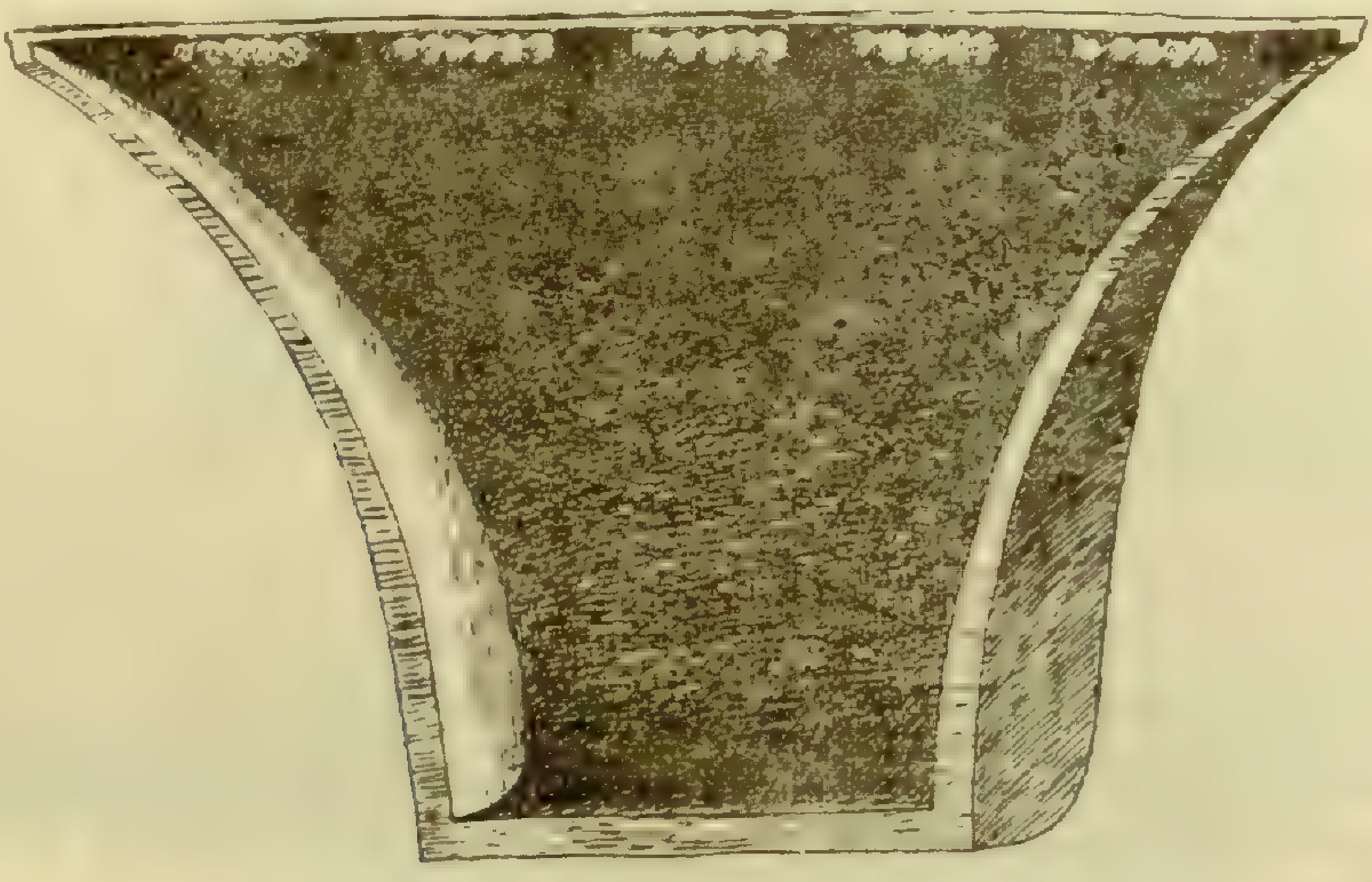


FIG. 4. — Coupe longitudinale d'un tam-tam de forme évasée et aplatie montrant les gousses fixées au bord intérieur

l'étude sur les instruments de musique du Congo Belge ([1]). A cette époque le Musée ne possédait qu'un seul spécimen présentant cette particularité intéressante. Depuis nous avons reçu 18 types nouveaux présentant le même caractère. Or *tous* appartiennent à la catégorie des tam-tams de forme aplatie et évasée, et ce fait ne s'observe *jamais* pour les tam-tams de forme cylindrique. Dans le tam-tam en question, nous retrouvons sous une autre forme,

([1]) *Ouvrage cité*, p. 59.

ce genre spécial de mirliton grelot que l'on peut considérer comme une curieuse application du principe de la corde sympathique. Au lieu d'être formé d'une série de gousses renfermant leurs graines desséchées, il est constitué par des éclats de bambou ayant de 30 à 40 cm. de longueur. Ces éclats de bambou sont fixés le long de la paroi intérieure, à 2 cm. des lèvres de l'ouverture, à l'aide de *Bulungu* (fig. 5). L'enduit de résine ne recouvre que 2 cm. de la partie médiane des éclats ; seule cette partie est donc

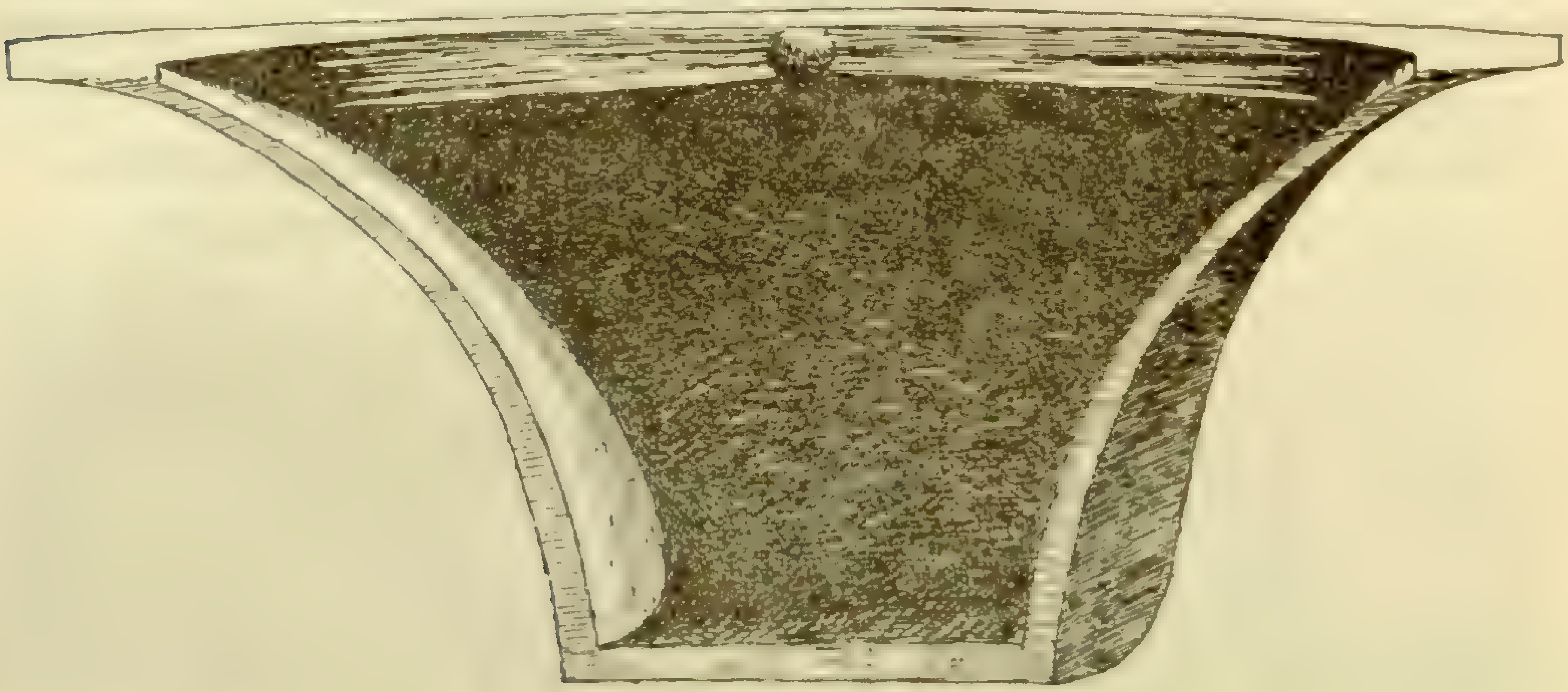


Fig. 5. — Coupe longitudinale du tam-tam du poste de Lokilo montrant les éclats de bambou fixés au bord intérieur

fixée aux parois intérieures du tam-tam. Quand on bat de l'instrument, la vibration des parties des éclats de bambou restées libres, produit un accompagnement beaucoup plus agréable et plus intense que l'accompagnement produit par les gousses renfermant leurs fruits desséchés. Dès lors nous croyons pouvoir affirmer que ce spécimen remarquable appartient bien à la catégorie des tamtams de forme aplatie et évasée.

L'indigène frappe le tam-tam à l'aide de mailloches formées de simples morceaux de bois blanc ou de parasolier et le plus souvent constituées par des baguettes dont l'extrémité est garnie d'une boule de caoutchouc aggloméré ou découpé en lanières et enroulées en forme de huit à la façon des boules de ficelle et parfois recouvertes d'un lacis de vannerie [1].

---

[1] Annales du Musée, t. I, fasc. 1 ; *Les Arts*, p. 59. L'auteur ajoute que les indigènes se servent également du poing et de la paume pour battre le tam-

La sonorité des tam-tams varie avec la nature du bois employé, l'épaisseur des parois et la grandeur de l'instrument. Le roulement de certains tam-tams s'entend à *plus de quinze kilomètres* de distance, spécialement lorsque le terrain n'est pas très accidenté ou que les villages sont situés le long d'un cours d'eau important.

Les indigènes ont utilisé cette qualité spéciale du tam-tam pour en faire un des principaux facteurs de la vie sociale. Il est probable, et telle est notre conviction, que primitivement le tam-tam était un instrument de musique servant spécialement à accompagner les danses.

Actuellement certains tam-tams servent encore exclusivement à cet usage, tandis que d'autres sont employés à transmettre des ordres à grande distance, à signaler les dangers, à convoquer les assemblées, les guerriers, les chasseurs et à annoncer toutes les grandes nouvelles du jour. Comme l'a dit M. de Calonne dans son étude sur les Ababua [1], lorsque dans la nuit noire le tam-tam gronde, toutes ces familles du clan, dispersées par des circonstances hostiles, par les nécessités de la vie, éloignées les unes des autres, vivent soudain d'une pensée unique. Le tam-tam « socialise » les éléments épars de la tribu. Il était devenu en quelque sorte un facteur indispensable à la sécurité de la tribu. Qu'une dispute s'élève avec un village d'une tribu voisine, qu'une guerre vienne à éclater, qu'un danger surgisse à l'horizon et aussitôt le batteur du tam-tam — car quoique la plupart des indigènes connaissent les batteries usuelles, le rôle de batteur du tam-tam est cependant généralement réservé à certains indigènes déterminés — annoncera la nouvelle qui se transmet de village à village, de famille à famille et groupe toute la tribu pour la défense de ses intérêts et de sa sécurité. Le rôle de protecteur et de garantie de la sécurité publique qu'occupait jadis chez toutes les peuplades et actuellement encore chez la plupart des populations de l'intérieur le tam-tam dans la vie de l'indigène, nous explique

---

tam. Nous croyons que ce fait s'il est exact doit être très rare, car malgré nos nombreuses recherches bibliographiques, nous n'avons jamais trouvé un auteur signalant la chose.

[1] de Calonne, *Les Ababua,* Bruxelles 1909, p. 365.

peut-être comment il se fait que son usage comme tel recule et tend même à disparaître devant la pénétration de la civilisation européenne. Ne leur apportons-nous pas la sécurité ? Ne faisons-nous pas renaître le calme et la tranquillité au milieu de ces populations sauvages qui jadis étaient en lutte continuelle avec leurs ennemis, leurs voisins et même parfois avec leurs propres frères de sang ?

Les tam-tams qui servent à la transmission de signaux sont toujours de grandes dimensions et généralement sculptés en bois de Takula. Certains d'entre eux affectent parfois la forme d'un animal, mais ce genre de tam-tam ne se retrouve que chez les

FIG. 6. — Tam-tam affectant la forme d'un buffle
Provenant des Abarambo et récolté par la Mission ethnographique Hutereau
Hauteur : 90 cm. ; largeur : 79 cm. ; longueur : 1m,13
(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

populations de l'Ubangi et plus spécialement chez les tribus de l'Uele et du Nord de l'Aruwimi, notamment chez les Azande (1), les Ababua (2), les Mangbetu (3) et les Abarambo (fig. 6). Chez les Azande et les Mangbetu, ils sont parfois munis de piédestaux

(1) Schymann, *An Arungura Drum*, Man 1911, p. 13-
(2) de Calonne, *Les Ababua*, p. 365.
(3) De Jonghe et Van Overbergh, *Les Mangbetu*, Bruxelles 1909, pp 414-422.

centraux qui servent, comme le fait observer l'auteur de l'étude sur les instruments de musique du Congo Belge [1], d'isolateurs et permettent ainsi une plus grande diffusion du son.

Par contre, les tam-tams qui servent exclusivement à accompagner les danses et les chants sont d'ordinaire relativement petits, légers et munis d'une lanière ou corde de suspension, s'ils appar-

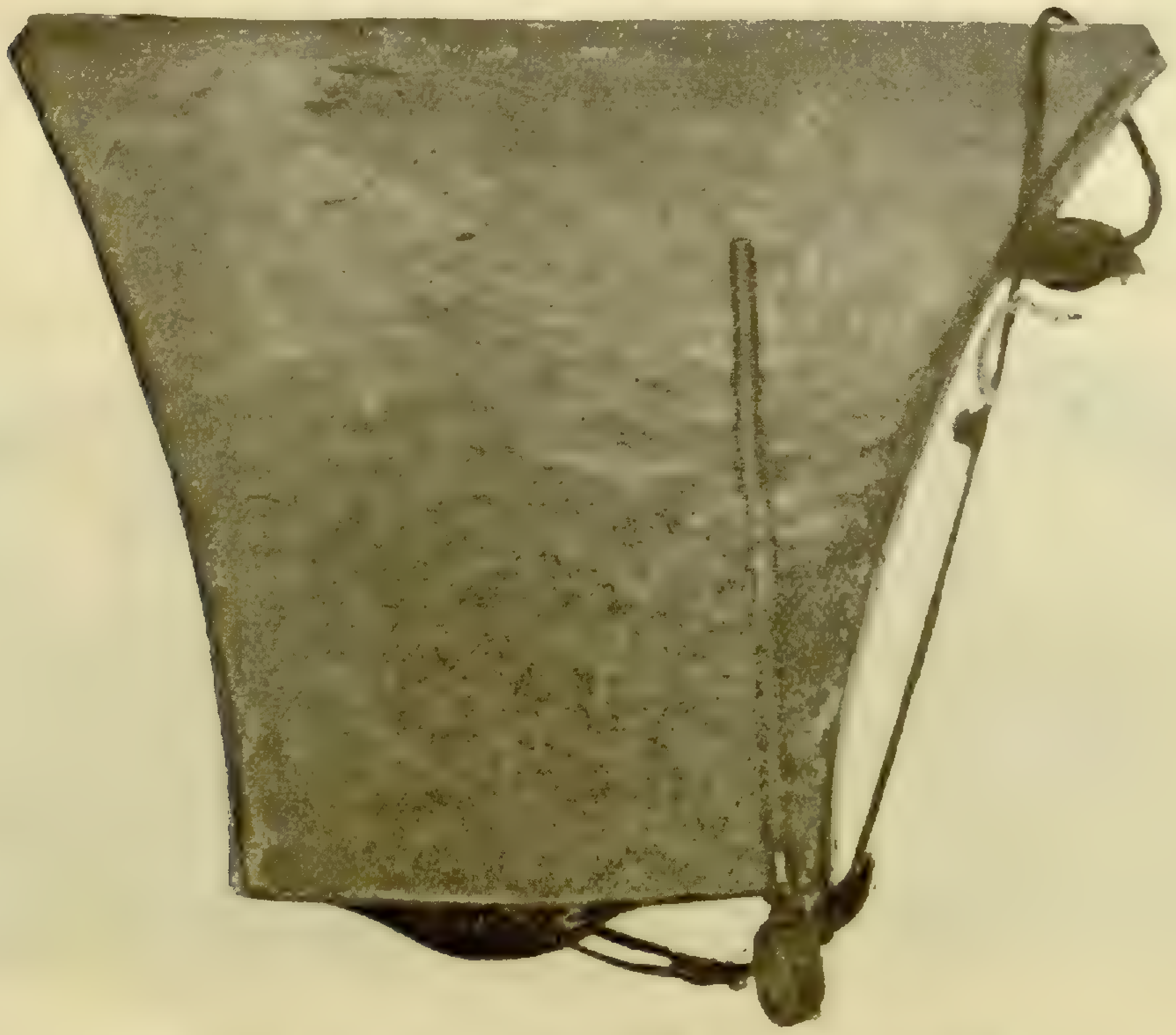


FIG. 7. — Tam-tam de forme évasée et aplatie
servant exclusivement à accompagner les danses et les chants
Envoyé par Müller
Provenance : Tribu des Batempa (Basonge.) Hauteur : 39 cm, ; largeur : 43 cm.
(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

tiennent à la deuxième catégorie des tam-tams (fig. 7) ou parfois en plus montés sur une tige de rotang s'ils appartiennent à la première catégorie. Dans ce dernier cas, l'ouverture qui a servi à creuser le tam-tam se présente toujours sous la forme de deux

---

(1) ANNALES DU MUSÉE, tome 1, fasc. 1°, *Les Arts*, pp. 58.

entailles symétriques rondes ou variant du rectangle allongé au carré et communiquant par une étroite rainure (fig. 8).

Ce dernier genre de tam-tam ne se rencontre que chez les populations de la partie Sud du Congo Belge et chez les riverains du fleuve entre le Stanleypool et l'embouchure de l'Ubangi. Le Musée possède notamment des spécimens de ce genre provenant des Bakongo, des Bayaka, des Bakuba, des Basonge, des Baluba,

Fig. 8. — Tam-tam de forme cylindrique provenant des Batempa (Basonge) Longueur : 42 cm.

(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

des Bakete, des Bena-Kanioka, des Bayanzi et des Wangata. Ces tam-tams sont en outre très souvent ornés de dessins sculptés (1).

Dans la région du Bas-Congo et jusqu'aux rives du Kasai-Kwango, nous retrouvons en outre un petit tam-tam de forme

(1) Annales du Musée, *Ouvr. cit.*, pp 56-57.

cylindrique surmonté d'une tête humaine d'ordinaire grossièrement sculptée. Cependant nous croyons que ces soi-disant tam-tams doivent plutôt être considérés comme des fétiches, et nous n'en tiendrons donc pas compte dans l'examen de l'aire de dispersion des différentes formes des tam-tams du Congo Belge (fig. 9).

Les populations du Tanganika et du lac Moero possèdent un tam-tam de très petites dimensions, sculpté en forme d'un croissant. Il paraît cependant que ces tam-tams ne sont que très peu en usage (1) et ils ne servent jamais à la transmission des signaux (fig. 10).

Les tam-tams de forme cylindrique se rencontrent chez toutes les populations du Sud et du Nord du Congo Belge, le long du fleuve entre Léopoldville et Stanleyville et chez les tribus riveraines du Lomami. Le Musée du Congo Belge possède notamment des spécimens de ce genre provenant des Bangala, des Sango, des Monguandi, des Ababua, des Azande, des Mangbetu, des Mongelima, des Topoke, des Basonge, des Akela, des Bayaka, des Bayanzi et des Wangata.

Les tam-tams de forme aplatie et évasée dont la section longitudinale se présente sous la forme d'un trapèze plus ou moins régulier, ont une aire de dispersion beaucoup plus limitée. Jusqu'ici leur existence n'a été signalée que dans la région centrale du district de l'Équateur, le long du Lomami, de la Lukenie, chez les populations qui vivent à l'Est du fleuve entre Stanleyville et Kasongo et chez les Mangbetu. Le Musée du Congo possède actuellement dix-huit types de cette catégorie qui proviennent des Kundu, des Lusikani, des Mongo, des Bakumu, des Bakusu, des Wasongola, des Warega, des Bambole, des Topoke, des Bankutshu et des Mangbetu (2).

Pour mieux faire ressortir l'étendue de l'aire de dispersion des deux formes-types des tam-tams du Congo Belge, j'ai tenu à reporter celle-ci sur une petite carte. Elle comprend deux couleurs

---

(1) Dans l'*ouvrage cité* des ANNALES, un tam-tam en forme de croissant a été renseigné comme provenant de Boma, mais il est probable que cette donnée est inexacte.

(2) Depuis nous avons reçu au Musée quatre tam-tams qui se rapprochent de cette forme et sont renseignés comme provenant des Azande. Nous croyons que les Azande ont emprunté cette forme aux Mangbetu.

Fig. 9. — Fétiche des Bayaka sculpté en forme d'un tam-tam.
Hauteur : 28 cm.
(Collect. Ethn. Mus. du Congo belge)

Fig. 10. — Tam-tam 1/6 de la grandeur naturelle sculpté en forme d'un croissant

fondamentales : le rouge donnant l'aire de dispersion des tam-tams de forme cylindrique ; le jaune donnant l'aire de dispersion des tam-tams de forme évasée et aplatie. Les régions de pénétration des deux formes sont marquées par du rouge-jaune. Cette carte a été dressée d'après les données bibliographiques que j'ai pu rassembler à ce sujet et les documents de la collection ethnographique du Musée du Congo Belge (1).

Cette carte nous montre, qu'en dehors de ce que nous appellerons les régions mixtes des deux formes, il existe au Congo de grandes étendues où seule l'une des deux formes est connue. Cette constation me semble avoir une très grande importance. Voici pourquoi.

Au commencement de ma communication j'ai signalé : « Chacune de ces deux catégories comprend des types différant les uns des autres par des détails de construction dont les variations marquent *peut-être* des stades de l'évolution de la forme du tam-tam. En outre, certains spécimens présentant des caractères qui les rattachent à l'une et à l'autre catégorie, *semblent* former de véritables types de transition. C'est ce qui amène *naturellement* quiconque s'occupe *exclusivement* de l'étude de *l'évolution de la forme* des tam-tams congolais et ajoutons-y de la recherche de l'origine de cette forme, à la conclusion, que tous les tam-tams connus actuellement ne constituent en réalité que des transformations successives d'une forme primordiale, qui serait tout simplement le tronc d'arbre évidé par l'action des forces naturelles » (2).

Cette thèse, quelque séduisante qu'elle puisse être, me semble très sujette à caution. D'abord je ne pense pas que l'homme, quelque primitif qu'il fût, ait dû attendre le jour où par un hasard quelconque il a rencontré sur son chemin un arbre ou une branche creusée par la nature pour découvrir les qualités sonores du bois. Bien longtemps avant de façonner les instruments de plaisir et de distraction, les nécessités de la vie et les besoins de son existence doivent l'avoir amené à utiliser le bois à la fabrication d'armes et d'ustensiles, et de ce fait il doit avoir remarqué les qualités sonores

(1) Par suite de l'envoi de ces dernières pièces, la région occuper par les Azande devient également *région* de pénétration.

(2) Annales du Musée, tome I, fasc. I, *Les Arts*, p. 56.

du bois. Ensuite, comme le dit lui-même l'auteur de l'étude sur les instruments de musique du Congo Belge, lorsque l'indigène veut appliquer à un produit de son industrie un modèle quelconque, *il le copie instinctivement et jusque dans ses détails inutiles et nuisibles*. Or, si on peut considérer jusqu'à un certain point les tam-tams de forme cylindrique comme une imitation plus ou moins améliorée du tronc d'arbre évidé par l'action des forces naturelles, il n'en est absolument pas de même des tam-tams de forme évasée et aplatie. Pour ces derniers toute comparaison devient logiquement impossible ; or, puisque cette forme est, comme nous l'avons vu plus haut, caractéristique pour un quart des populations du Congo Belge et que celles-ci ne possèdent et ne connaissent que des types de cette forme, il en résulte directement qu'au moins pour toutes ces tribus la thèse n'est plus applicable.

Remarquons en outre que le tam-tam de forme évasée et aplatie est une forme autochtone que l'on ne retrouve — du moins à notre connaissance — *que chez certaines tribus du Congo Belge*. Par contre, le tam-tam de forme cylindrique a une aire de dispersion qui s'étend bien loin en dehors des limites de notre colonie. On le retrouve chez de nombreuses peuplades des régions voisines du Congo Belge et il est même en usage chez les populations du Kameroun et du Niger.

Il est probable que primitivement la forme évasée et aplatie n'était connue que des populations du Congo central que nous grouperons actuellement, et à défaut de données ethnographiques plus précises, sous le nom générique de Kundu-Mongo. Cette forme aura suivi les divers groupements de cette grande famille dans leurs migrations dont la plus importante se place entre le XVI^e^ et le XVII^e^ siècle ([1]). Il existe à notre avis une relation de parenté, très éloignée, basée sur une origine commune, *entre toutes les populations ne possédant que le type du tam-tam de forme évasée et aplatie et même entre ces peuplades et certaines des tribus (Mangbetu et Bakuba) qui actuellement se servent des deux formes types des tam-tams du Congo Belge* ([2]).

([1]) Bull. Soc. R. belge de Géographie, Bruxelles, XXI (1897), p. 75.

([2]) Au sujet de l'origine des Mangbetu voir Goffart, *Belgique Coloniale III* (1897), 56a-57a : *Le pays d'origine des Mangbetu*; Bull. Soc. R. belge de

Cette thèse demande à être confirmée par d'autres données et de nouvelles preuves. Il ne sera peut-être pas sans intérêt de faire remarquer à ce sujet que toutes les tribus qui se servent *exclusivement* du tam-tam de forme évasée et aplatie *ignorent* actuellement encore l'usage du xylophone([1]); qu'il existe dans cette région une hutte d'une forme toute spéciale dont nous donnerons la description dans la Revue Congolaise ; que toutes ces populations obtiennent le feu par frottement et non par giration ; qu'elles ne possèdent pas de figures humaines ou animales ayant une signification religieuse (fétiches) et que linguistiquement elles semblent former un seul groupe spécial.

Géographie, Bruxelles, XXI (1897), pp. 73-75 ; Lemaire, *Belgique Coloniale IV* (1898), 4a-5b ; 30a-31b, etc. ; M. M., *Belgique Coloniale III* (1897), pp. 27-28 ; *La Plume*, dans Coll. monogr. ethnogr. IV (1909), pp. 103-105 ; *Ibidem*, Wacquez, pp. 105-106, et C. Van Overberghe et Ed. De Jonghe, *Les Mangbetu*, Bruxelles, 1909, passim.

([1]) Au sujet de l'origine des Bakuba voir Ann. Mus. Congo Belge ; Torday et Joyece, *Les Bushongo*, chap. I, Histoire et origine. Remarquons à ce sujet que nous considérons comme sans valeur et sans fondement scientifique sérieux, l'interprétation donnée par Torday à l'histoire des Bakuba, en particulier quand il prétend en déduire que les Bakuba sont originaires du Shari-Tchad. D'après cette histoire la migration s'est effectuée sous le règne d'*un seul* chef, ce fameux roi Minga Bengela, qui, après *plusieurs* années de règne, décida d'aller à la recherche de Woto, le 4e roi des Bakuba ; sous sa conduite les Bakuba traversèrent quatre grands fleuves dans le cours de *leurs recherches* jusqu'à ce qu'ils atteignirent le Sankuru. Dans l'interprétation de cette partie de l'histoire, Torday signale que les quatre grandes rivières sont l'Ubangi, le Congo, la Busera et la Lukenie. Mais que deviennent alors la Mongala, la Lulonga, Maringa, Lopori, la Salonga, la Mombayo dont Torday semble ignorer l'existence ? D'après le même auteur, les Bakuba n'ont eu à se frayer un chemin qu'à travers les tribus des Mongo et des Basongo Meno pour arriver du Shari au Sankuru. Que sont devenues les autres tribus : Bangala, Bapoto, Banza, Budja, Mongwandi, Sango, etc., dont les Bakuba ont traversé le pays ? D'ailleurs quiconque possède quelques notions même élémentaires de la géographie physique du Congo Belge et des innombrables difficultés qu'une tribu entière aura à vaincre pour arriver du Shari au Sankuru au travers de la forêt équatoriale, comprendra que *jamais* une peuplade sauvage et primitive n'a pu franchir les 2000 km. qui séparent le Sankuru du Shari sous *une partie* du règne d'un seul chef. Nous comptons d'ailleurs revenir en temps et lieu sur cette question et l'examiner dans tous ses détails.

UNE
APPLICATION DU CALCUL DES PROBABILITÉS

Les règles de mises dans les jeux de hasard

PAR

A. MERTEN

Ingénieur des Ponts et Chaussées, Chargé de Cours à l'Université de Gand

---

Soit un jeu de hasard quelconque joué en μ parties de C coups chacune ; soit ν le nombre de résultats différents que peut donner chaque coup ; ces ν cas possibles ont des probabilités respectives $p_1\ p_2 \ldots p_\nu$. De plus, chacun de ces cas donne lieu à des gains respectifs $g_1\ g_2 \ldots g_\nu$, si la mise est de un franc. Ces gains sont les uns positifs, les autres négatifs. Un joueur qui mettrait à tous les coups d'une partie une même mise constante a aurait pour chaque coup une espérance mathématique totale égale à

$$a(p_1g_1 + p_2g_2 + \cdots + p_\nu g_\nu) = a \cdot e$$

Pour les C coups de la partie il aurait une espérance mathématique

$$E = Cae.$$

Si le joueur met à chaque coup une mise déterminée par une règle qu'il s'impose, nous dirons qu'il joue suivant une règle des mises. Cette règle sera une relation entre la mise à un coup déterminé et certaines quantités telles que le rang du coup, le résultat des coups précédents, etc...

Considérons le coup de rang n dans la partie. D'après la règle des mises choisie, la mise à ce coup peut être p. ex. a, b ou c. La probabilité d'arrivée de chacune de ces mises sera désignée par p_a, p_b, p_c. Ces probabilités seront, dans le cas le plus général, fonctions de n. C'est ainsi que dans le cas où le joueur doublerait à chaque coup la mise précédente sans s'inquiéter des résultats des coups précédents, la mise au n^{me} coup serait $2^{n-1} \cdot a$, en désignant par a la mise initiale. Au contraire, si le joueur double aussi longtemps qu'il perd pour revenir à la mise a après gain, les mises pouvant intervenir au n^{me} coup seront

$$a, 2a, 2^2a, \ldots 2^{n-1}a$$

Si nous désignons par q la probabilité de perte à un coup quelconque, nous trouvons pour les probabilités respectives des mises ci-dessus au n^{me} coup :

MISES	PROBABILITÉS
a	$1-q$
$2a$	$(1-q)q$
2^2a	$(1-q)q^2$
.	.
.	.
.	.
$2^{n-1}a$	q^{n-1}

Comme vérification il faudra évidemment que la somme des probabilités relatives aux diverses mises égale l'unité.

Ainsi

$$(1-q)(1+q+q^2+\cdots+q^{n-2})+q^{n-1}=\frac{1-q^{n-1}}{1-q}(1-q)+q^{n-1}=1.$$

L'espérance mathématique totale pour le n^{me} coup est égale à la somme des gains possibles multipliés par leurs probabilités, c'est-à-dire :

$$e_n = ag_1p_ap_1 + bg_1p_bp_1 + \cdots$$
$$+ ag_2p_ap_2 + bg_2p_bp_2 + \cdots$$
$$+ \cdots$$

ou

$$e_n = (ap_a + bp_b + cp_c + \cdots)(p_1g_1 + p_2g_2 + \cdots + p_\nu g_\nu)$$

Pour l'ensemble de la partie de C coups, nous aurons

$$\mathrm{E} = \sum_1^{\mathrm{C}} (ap_a + bp_b + cp_c)(p_1g_1 + p_2g_2 + \cdots + p_\nu g_\nu)$$

ou, en désignant par e le second facteur qui n'est autre que l'espérance mathématique relative à une mise de un franc pour un seul coup :

$$\mathrm{E} = e\sum_1^{\mathrm{C}} (ap_a + bp_b + cp_c + \cdots)$$

Comme chacun des termes tels que ap_a est essentiellement positif, *le second membre est nécessairement du signe de* e, *quantité indépendante de la règle des mises.* Ceci prouve que, si un jeu est défavorable *a priori* à un joueur, aucune règle des mises ne pourra le rendre *a priori* favorable à ce joueur.

Une seconde conséquence est la suivante : l'espérance mathématique totale pour un joueur jouant avec une règle des mises est intermédiaire entre l'espérance mathématique totale pour ce joueur dans le cas où il mettrait toujours une mise constante égale à la plus petite des mises intervenant dans la règle des mises, et l'espérance mathématique totale dans le cas où il mettrait toujours la plus grande mise.

Pour montrer la portée objective de ces conclusions, nous ferons usage du théorème de Bernouilli. Fixons-nous une probabilité P_1 suffisamment voisine de l'unité pour que, raisonnablement, on puisse négliger la probabilité contraire $1 - \mathrm{P}_1$. (Soit p. ex. $1 - \mathrm{P}_1 = \frac{1}{20.000}$). Fixons-nous aussi un écart l aussi petit que nous voudrons.

La probabilité pour un n^{me} coup quelconque d'amener sur une mise a déterminée un événement dont la probabilité est p_1, est, d'après le théorème des probabilités composées, égale à $p_1 p_a$.

Le théorème de Bernouilli fait connaître qu'on peut toujours déterminer un nombre μ de parties tel qu'on ait, avec une probabilité supérieure à P_1 :

$$m_{1a} = \mu(p_1 p_a + \epsilon_{1a} l)$$

ϵ_{1a} étant en valeur absolue inférieur à l'unité, m_{1a} désignant le nombre de n^{mes} coups ayant amené l'événement composé défini ci-dessus, dont la probabilité est $p_1 p_a$.

Le gain total produit par l'ensemble des n^{mes} coups ayant amené simultanément la mise a et le résultat p_1 est donc, avec une probabilité supérieure à P :

$$s_{1a} = \mu g_1 a(p_1 p_a + \epsilon_{1a} l)$$

De même on aura, en utilisant des symboles dont la signification résulte de ce qui précède :

$$s_{1b} = \mu g_1 b(p_1 p_b + \epsilon_{1b} l) \cdots$$

La probabilité que les gains s_{1a}, s_{1b}, $\cdots$ répondent simultanément aux égalités ci-dessus est, en désignant par f le nombre (supposé fini) des mises $a, b, c \ldots$, supérieure à P^f. Mais dans le cas où chacune de ces égalités serait vérifiée on aurait, en désignant par s_1 le gain total pour les n^{mes} coups ayant amené l'événement p_1 :

$$s_1 = \mu g_1 p_1(ap_a + bp_b + \cdots) + \mu\lambda_1$$

λ_1 étant aussi petit qu'on veut lorsque l est suffisamment petit.

De même

$$s_2 = \mu g_2 p_2(ap_a + bp_b + \cdots) + \mu\lambda_2$$

avec une probabilité supérieure à $P\gamma$, et λ_2 étant aussi petit qu'on veut si l est suffisamment petit.

Pour l'ensemble des n^{mes} coups, le gain total sera :

$$S_n = \mu e[ap_a + bp_b + \cdots] + \mu\Lambda_n$$

avec une probabilité supérieure à $P^{\nu f}$, Λ_n étant aussi petit qu'on veut.

Enfin pour l'ensemble des parties on aura (chaque partie comprenant C coups) :

$$S = \mu e\sum_1^C(ap_a + bp_b + \cdots) + \mu\sum_1^C\Lambda_n$$

avec une probabilité supérieure à $P^{\nu(f_1+f_2+\cdots+f_c)}$, le second terme du second membre étant aussi petit qu'on veut.

Nous supposons finies toutes les quantités intervenues dans le calcul ; donc $P^{\nu(f_1+f_2+\cdots+f_c)}$ est aussi rapproché qu'on veut de 1 si P est suffisamment voisin de 1.

Donc finalement, avec une probabilité aussi voisine de 1 qu'on voudra, on aura :

$$S = \mu e\sum_1^C(ap_a + bp_b + \cdots) + \mu\xi$$

ξ étant aussi petit qu'on veut ; le gain par partie sera, avec la même probabilité :

$$\frac{S}{\mu} = e\sum_1^C(ap_a + bp_b + \cdots) + \xi.$$

ξ étant aussi petit qu'on veut.

Observations sur le marbre noir de Golzinne

PAR

FÉLIX KAISIN
Professeur à l'Université de Louvain

A la suite des recherches de M. Potonié sur les Caustobiolithes (1), un bon nombre de sédiments paléozoïques ont été reconnus comme d'anciennes sapropélites (2). Parmi les dépôts à caractère sapropélien le plus typique on peut citer le calcaire noir de Hun (3), le marbre noir de Dinant (4), et le marbre noir de Golzinne. Ayant étudié naguère les caractères lithologiques du marbre noir viséen de Dinant dont les caractères extérieurs se confondent à peu près avec ceux du marbre noir dévonien de Golzinne, nous avons soumis celui-ci à une investigation analogue : nous avons pu nous convaincre que la similitude des caractères de ces deux roches est tout aussi frappante sous le microscope qu'à l'œil nu ; toutefois, l'origine sapropélienne s'accuse plus nettement encore pour le marbre noir Frasnien que pour son congénère Viséen.

Le marbre noir de Golzinne (Fr c *m.* de la légende officielle de la carte géologique de Belgique) est un calcaire à grain extrêmement fin, riche en matières anthraciteuses qui lui communiquent

---

(1) H. Potonié : *Die Recenten Kaustobiolithe und ihre Lagerstätten.* ABHANDL. DES KGL. PREUSS. GEOL. LANDESANSTALT, Neue Folge n° 155.

(2) H. de Dorlodot : *Sur les conditions de dépôt des marbres noirs dinantiens et des sapropélites marines en général.* BULL. SOC. BELG. DE GÉOL. PAL. etc., t. XXV, pp. 146-155, 1911.

(3) Armand Renier : *Note sur quelques végétaux fossiles du dinantien moyen de Belgique.* ANN. SOC. GÉOL. DE BELGIQUE, mém. in-4°, t. II, pp. 85-92.

(4) Félix Kaisin, *Sur quelques caractères lithologiques du marbre noir de Dinant.* ANN. SOC. SCIENTIF. DE BRUXELLES, pp. 199-211, 1910.

une teinte d'un noir mat, nuancé de reflets d'un brun roux, particulièrement perceptibles sur la tranche des couches, lorsqu'on la polit ou qu'on la mouille après l'avoir dressée.

L'homogénéité et la finesse de grain des bancs exploités comme marbre sont extrêmement remarquables : un coup de marteau appliqué sur l'arête d'un bloc normalement au lit de carrière, y fait naître une cassure conchoïdale souvent ondulée, d'une régularité pour ainsi dire géométrique.

L'altération communique au marbre noir de Golzinne, une teinte superficielle gris très clair, un peu plus sombre toutefois que celle que prend dans les mêmes conditions le marbre noir de Dinant : il arrive souvent que les surfaces altérées présentent une nuance jaunâtre, probablement due à la décomposition des nombreux grains de pyrite très petits dont le microscope révèle la présence dans toute la masse de la roche. En visitant les anciens terrils, nombreux aux environs de Golzinne, on peut en outre constater que l'altération a pour effet de mettre en évidence la finesse des strates ou feuillets constituant les bancs. Certains blocs très altérés présentent l'aspect de feuilles de carton empilées, se séparant les unes des autres avec une très grande facilité. Les bancs utilisés comme marbre offrent, il est vrai, une résistance beaucoup plus grande à l'action des agents atmosphériques : mais il est à remarquer que pour une épaisseur totale d'environ dix mètres de couches noires, il se rencontre un peu moins de trois mètres et demi de bancs exploitables.

Comme dans le marbre noir de Dinant, on peut observer à Golzinne, sur certaines tranches de bancs, une disposition plus ou moins nettement lenticulaire des strates, ainsi que des brouillages de couches et des phénomènes de tassement, évidemment contemporains de la sédimentation.

Sous le microscope, le marbre noir de Golzinne apparaît formé d'une masse fondamentale pélitique très fine, mouchetée de petites granulations noires abondantes, et parsemées de nombreuses taches claires parmi lesquelles on peut reconnaître, à première vue, de nombreux restes d'organismes.

Le fond sur lequel s'enlèvent les taches blanches est d'un gris assez clair, légèrement teinté de brun sépia, probablement à

cause de la présence de matières charbonneuses très finement disséminées dans la roche. Parmi les grains noirs, un examen attentif fait distinguer deux espèces. Les uns, de dimensions parfois relativement considérables, présentent souvent un contour polygonal bien net, sont d'une opacité absolue, et se montrent teintés d'un beau jaune laiton lorsqu'on examine la préparation en lumière réfléchie ; ce sont des cristaux ou des grains cristallins de pyrite, dont le calcaire noir de Golzinne contient une beaucoup plus grande proportion que le marbre noir de Dinant. D'autres éléments sombres, souvent disposés en couches très minces et discontinues, plus ou moins parallèles entres elles, se teintent de brun sur les bords dans les coupes très minces, et restent noirs en lumière réfléchie. Ce sont des matières charbonneuses qu'on peut aisément mettre en liberté en dissolvant le marbre dans l'acide chlorhydrique étendu : cette opération produit un abondant résidu floconneux de matières assez analogues à du noir de fumée, et qui sont évidemment le pigment de la roche. Sur le fond du vase employé s'accumulent de nombreux grains de pyrite parmi lesquels se rencontrent des cristaux reconnaissables, cubes ou dodécaèdres pentagonaux.

Quant aux taches claires, elles sont dues à l'existence de calcite transparente, que l'on trouve dans le marbre noir de Golzinne principalement sous trois formes. On remarque tout d'abord un nombre assez considérable de fossiles ou débris de fossiles, de très petite taille, dont le test de substitution et le moule interne sont actuellement en calcite cristalline. Nous avons pu reconnaître de nombreuses carapaces d'ostracodes, dont beaucoup sont encore bivalves, assez bien de débris d'échinodermes, quelques fragments de coquilles d'une grande minceur, et quelques rares foraminifères.

Parmi les ostracodes, un grand nombre ont subi un écrasement qui a rapproché leurs deux valves l'une de l'autre parfois presque jusqu'au contact ; certaines valves se sont écrasées sans se rompre, en atténuant simplement leur courbure et en s'étalant presqu'à plat ; d'autres au contraire se sont tronçonnées, sans toutefois que leurs fragments se soient notablement écartés l'un de l'autre. Pour les carapaces restées bivalves, l'écrasement est la règle générale, mais les exceptions sont assez nombreuses, principale-

ment parmi les coquilles fortement bombées. Quant aux valves isolées, elles paraissent généralement indemnes de toute fracture.

Tous ces fossiles sont épigénisés par de la calcite cristalline. Les fragments d'échinodermes sont formés d'un cristal unique, et s'éteignent tout d'une pièce entre nicols croisés. Les moules internes d'ostracodes sont constitués par un très petit nombre de cristaux de calcite limpide, parfois par un seul. La confusion avec des restes d'échinodermes est toutefois rendue impossible par l'existence d'une zone périphérique très nette, à fibrosité radiale bien reconnaissable représentant ce qui subsiste de la carapace.

La seconde forme sous laquelle se rencontre la calcite est celle de taches de forme irrégulière, paraissant dues au remplissage d'interstices de la roche. Ce n'est évidemment là qu'une apparence, l'existence de vides irréguliers étant incompatible avec l'origine sapropélienne. Il faut y voir un résultat de la recristallisation complète subie par la partie calcaire du dépôt. L'examen de nombreuses coupes minces de roches calcaires très diverses nous a fait voir avec la plus grande netteté que des cristaux parfaitement limpides peuvent se former au sein d'un milieu chargé de particules boueuses, qu'ils chassent en quelque sorte devant eux à mesure qu'ils s'accroissent.

Il est aisé de vérifier le fait par l'expérimentation : on sait d'ailleurs, que des aiguilles cristallines de glace incolore prennent naissance dans certaines flaques de boue très fluide lors des gelées assez faibles pour ne produire qu'une congélation lente et incomplète.

Un examen attentif de la masse fondamentale du marbre noir de Golzinne, y fait reconnaitre la présence de calcite sous une troisième forme : celle de nombreux grains cristallins de très petites dimensions, dont un certain nombre présentent une section rhombique assez nette, et sont probablement des rhomboèdres primitifs. Ces grains ont un diamètre compris entre un et trois dixièmes de millimètre, cette dernière dimension étant assez rarement atteinte.

Enfin, il faut ajouter que le fond gris-brunâtre sur lequel se détache la calcite, reste constamment éclairé entre nicols croisés. La roche est donc pénétrée d'une matière cristalline, qui ne peut être que la calcite, et que l'uniformité et la constance de l'éclaire-

ment font reconnaître comme composée d'éléments cristallins très nombreux et de très petite dimension.

En décrivant, en 1910, les caractères lithologiques du marbre noir de Dinant, nous attirions l'attention sur certains lits charbonneux complètement opaques en lames minces et d'allures extrêmement capricieuses, formant souvent la séparation entre deux bancs superposés. Les mêmes faits s'observent dans le marbre noir de Golzinne. Ici aussi de minces couches noires, souvent discontinues, apparaissent dans le champ du microscope sous la forme de lignes ondulées ou finement dentelées, qu'il n'est pas rare de voir se dédoubler localement ou se ramifier de façon parfois très compliquée.

Sur la tranche des bancs, on voit souvent se dessiner d'étranges lignes sinueuses, aux allures de diagramme, qui courent plus ou moins parallèlement à la trace des strates et « correspondent à l'intersection de la tranche du banc avec une surface très irrégulière, chiffonnée ou mamelonnée, suivant laquelle la roche se refend de préférence, en décapitant les aspérités trop considérables ». On remarquera que nous pouvons reprendre textuellement ici, pour parler du marbre noir de Golzinne, les termes mêmes dont nous nous servions en 1910 en décrivant le marbre noir de Dinant [1]. Des lignes analogues, bien connues de beaucoup de géologues, se rencontrent dans des calcaires très divers, et sont désignées par les ouvriers carriers sous le nom de *noirûres, limés noirs* ou *terrasses*. Leur origine est encore énigmatique.

La netteté des lignes diagrammatiques présentées par les blocs extraits des carrières souterraines de Golzinne, nous a permis d'acquérir sur les *noirûres* des notions plus précises. Vues en lames minces, sans le secours du microscope, ces lignes apparaissent souvent dentelées et ramifiées à la manière de certaines sutures osseuses.

Examinées au microscope, elles se montrent d'épaisseur variable, et présentent, de distance en distance, tantôt des renflements plus ou moins accentués, tantôt des étranglements réduisant la trace

[1] Félix Kaisin, *loc. cit.*, p. 207 (p. 8 du tiré à part).

noire à n'être pour ainsi dire plus qu'une ligne géométrique, tantôt enfin des successions de renflements et d'étreintes réalisant la classique disposition « en chapelet » (fig. 1).

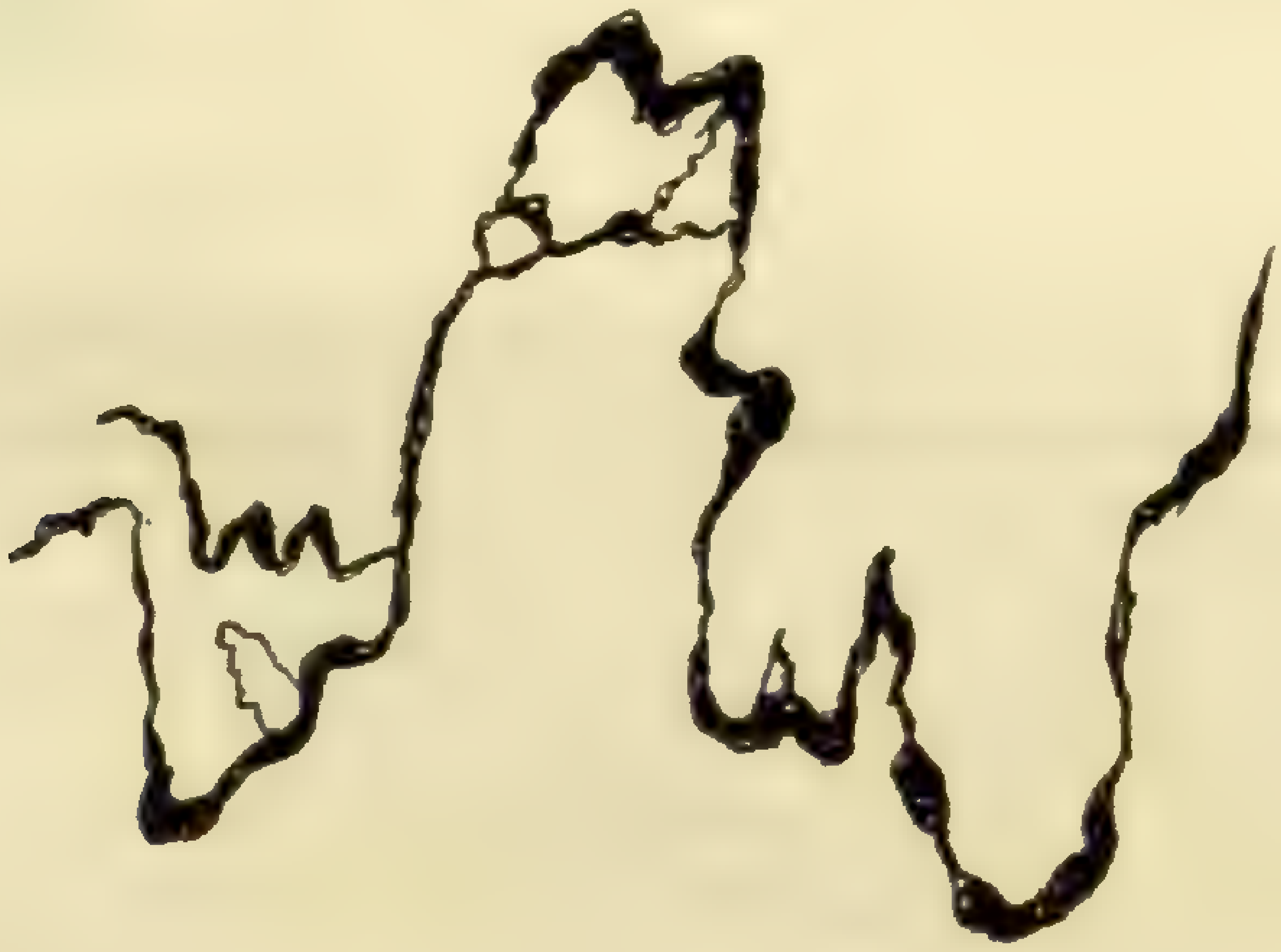


Fig. 1

En examinant nos préparations, dont l'une a fourni la photographie ci-jointe (fig. 2), on reconnaît au premier coup d'œil que les courbures des lignes noires représentent un lien d'élection des

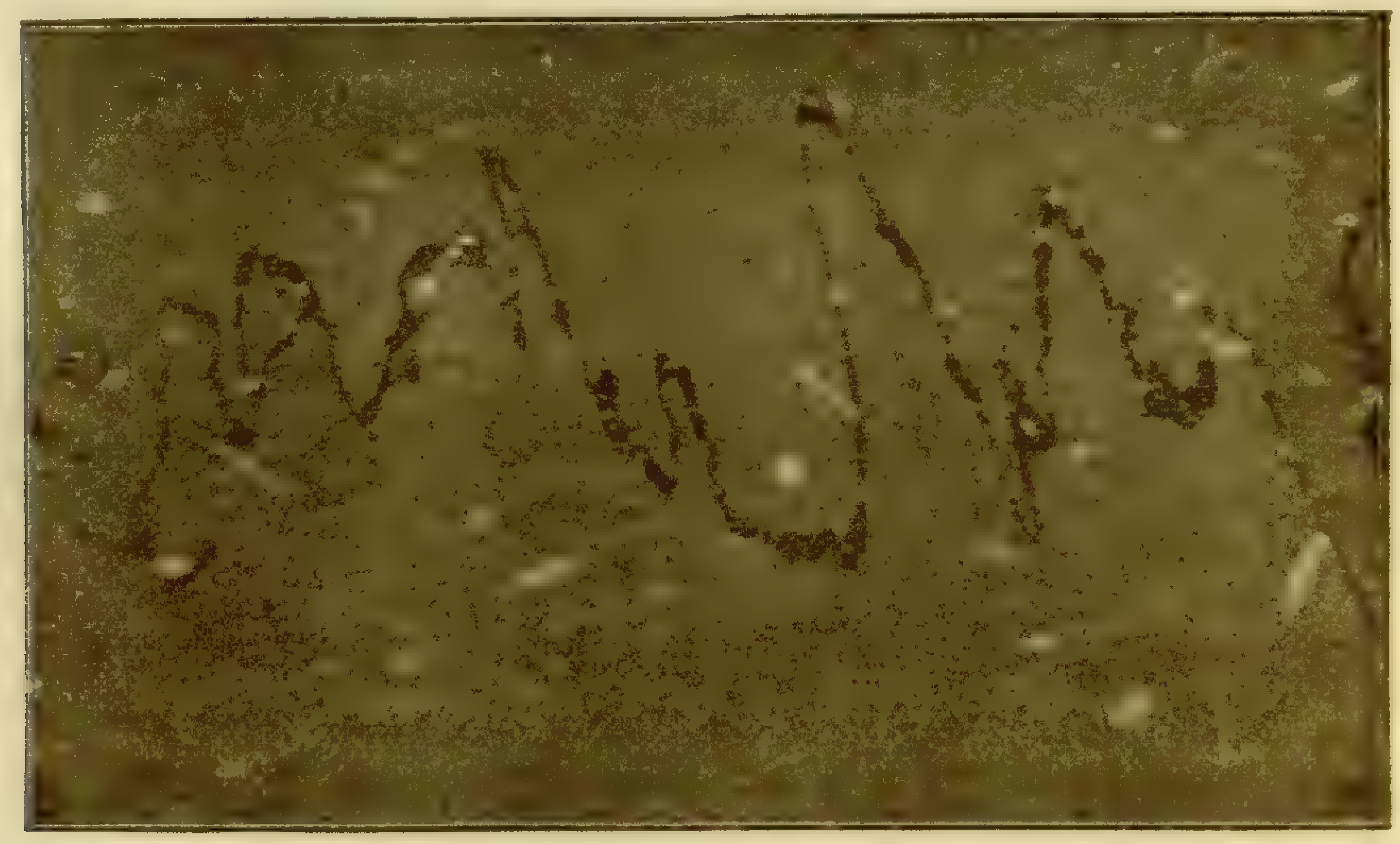


Fig. 2

renflements, tandis que les segments à peu près rectilignes dirigés plus ou moins normalement au plan des strates sont en règle générale d'une très grande minceur.

Il semble évident à première vue, que la matière noire actuellement de nature anthraciteuse, a passé autrefois par un état éminemment plastique, peut-être même fluide, qui lui a permis de réaliser ces allures en « queuwées » [1] et en chapelet. Dans les massifs plissés, composés de couches présentant de grandes différences de résistance, cette disposition affecte toujours les strates douées du maximum de plasticité.

Il est intéressant de retrouver cette structure dans l'épaisseur même d'une couche à surfaces parallèles, appartenant à une formation caractérisée par la régularité et la finesse de la stratification, et dont le gisement appartient aux grandes plateures du bord nord du bassin de Namur.

Lorsqu'un tracé diagrammatique apparaît au milieu d'une surface de coupe, il n'est nullement rare de rencontrer, tant au-dessus qu'en dessous de la ligne sinueuse, des traces de couches à peu près parfaitement planes, et parallèles entre elles. On en verra un exemple par le croquis fig. 3, représentant aux 2/3 de grandeur

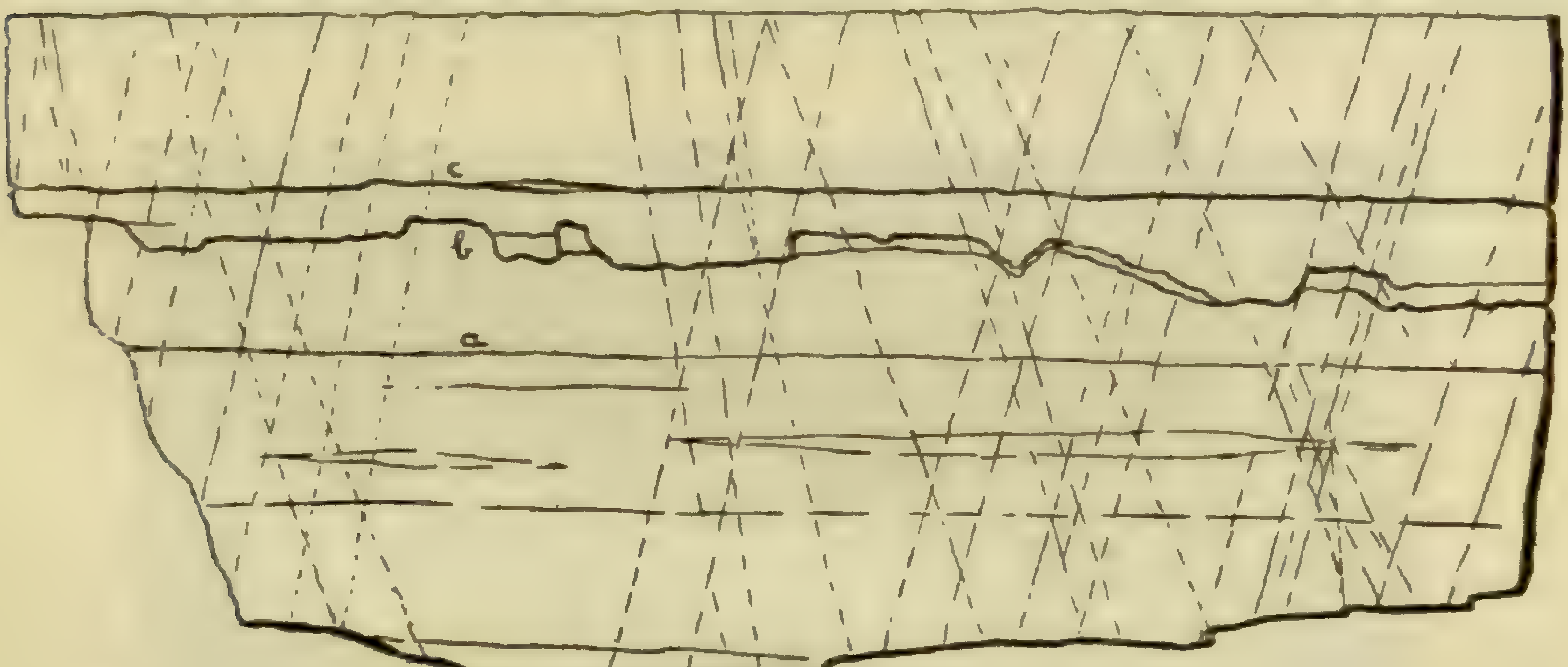


Fig. 3

naturelle, la tranche d'un banc, sur laquelle, entre une couche *a* et une couche *c* parallèles, se voit nettement une ligne *b* beaucoup plus capricieuse. Les trois lignes *a*, *b*, et *c* sont rencontrées obliquement par deux systèmes de fines diaclases remplies de calcite,

---

[1] Queuwées sans plis.

se coupant entre elles sans rejet, suivant des angles aigus : la plupart de ces veines traversent sans rejet sensible toutes les strates visibles ainsi que la couche charbonneuse. Plusieurs semblent subir au passage de celle-ci, un très petit rejet, tandis que d'autres viennent y buter nettement et s'y arrêtent. Le phénomène qui a donné naissance aux irrégularités de la couche charbonneuse était donc accompli lorsque le réseau de diaclases s'est développé dans la roche. Il arrive que ces fines diaclases rencontrent sur leur trajet des carapaces d'ostracodes ou des fragments d'échinodermes. En plusieurs endroits, on constate nettement que les fossiles ne sont pas divisés par la diaclase : ailleurs ils sont traversés par elle sans que leurs fragments soient pour ainsi dire disjoints et sans qu'il y ait de rejet (Voir notre photographie fig. 4). Il nous paraît qu'il faut envisager ces fissures comme des fentes de retrait. Si, comme nous le pensons, la production du réseau de diaclases est due au retrait d'une masse encore dans une certaine mesure à l'état de gel, ce phénomène

FIG. 4

doit avoir été à peu près contemporain de la sédimentation, et c'est dans une masse encore peu consistante que les sinuosités des « noirûres » se sont dessinées.

Il est possible et même probable, que les allures très capricieuses de certaines d'entre elles doivent être attribuées à une exagération ultérieure due à la charge supportée. C'est probablement à l'action de cette charge que sont dus les renflements et les épaississements locaux de la couche charbonneuse, et il n'est pas impossible que celle-ci ait été autrefois fortement chargée de bitume, que nous retrouverions aujourd'hui sous forme d'anthracite, après une transformation analogue à celle qui a été reconnue pour le contenu des chambres de certaines goniatites du calcaire de Visé ([1]).

Dans l'état actuel de nos connaissances, il serait toutefois imprudent de vouloir donner une explication définitive de la formation des noirûres. Si, pour certains tracés, comme celui que représente notre photographie *a*, les allures sont assez simples, on verra par

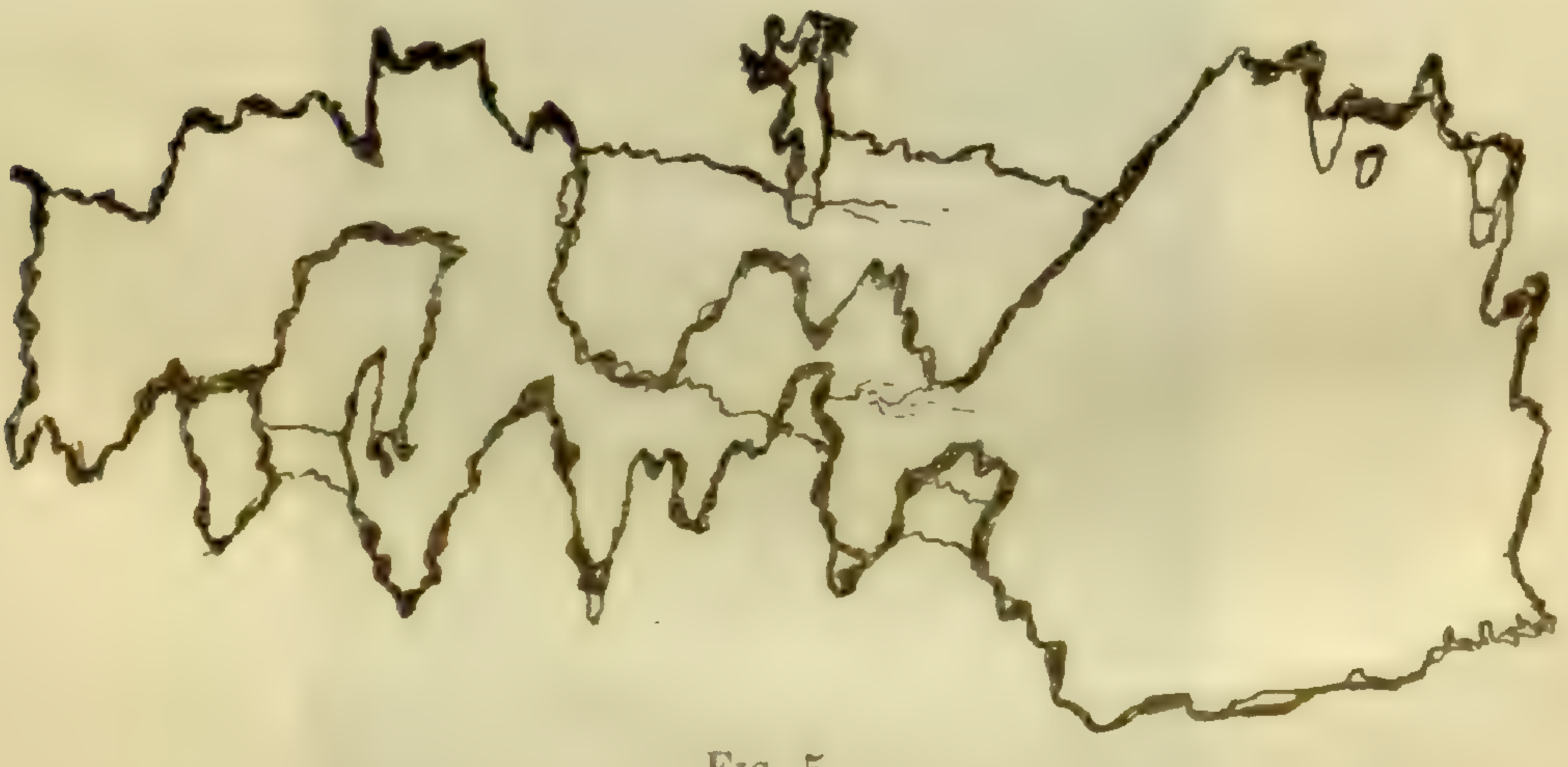


Fig. 5

le croquis fig. 5 que les complications peuvent devenir déconcertantes et véritablement énigmatiques.

Quel que soit le processus qui leur a donné naissance, les lits charbonneux dont il vient d'être question présentent une cohé-

---

([1]) Cfr. A. Renier, Annales Soc. Géol. de Belgique, t. XXXVI, p. 168. Voir aussi : M. Lohart, Ibid., t. XXXIII et t. XVI.

rence beaucoup plus faible, et une porosité beaucoup plus grande que les bancs de marbre qui les contiennent. Très fines lorsqu'on les observe en profondeur, leurs traces s'élargissent à mesure qu'on se rapproche de la surface, et l'on peut constater, en étudiant les affleurements, qu'ils finissent toujours par donner naissance à des joints de stratification plus ou moins largement ouverts. Nous avions déjà énoncé cette manière de voir en 1910 à propos du marbre noir de Dinant. Nous en avons rencontré la confirmation à Golzinne où la séparation des bancs exploités se fait, en règle très générale, au niveau d'un limé noir. D'un renseignement recueilli par nous à la grande carrière Dejaiffe, il résulte que l'exploitation ne peut se poursuivre au delà d'une certaine profondeur, à partir de laquelle les bancs de marbre, tout en demeurant d'excellente qualité, « se collent les uns aux autres » et ne présentent plus de joints de stratification utilisables comme refend.

Pour résumer brièvement les résultats de notre étude, nous pouvons dire que le marbre noir de Golzinne, comme le marbre noir de Dinant, constitue un type très remarquable de sapropélite marine ancienne [1]. La similitude de caractères qui se constate à l'œil nu entre ces deux dépôts, est pleinement confirmée par l'examen microscopique, qui n'a permis de relever que des différences très peu importantes, grâce auxquelles d'ailleurs, l'origine sapropélienne s'accuse plus nettement encore pour le marbre noir néo-dévonien de Golzinne que pour son congénère dinantien.

La similitude de caractères s'étend jusqu'aux minéraux remplissant les cassures : une veine remplie de calcite nous a fourni, à Golzinne, des échantillons parsemés de cristaux de fluorine violette, à coloration zonaire, absolument identiques à ceux que l'on peut recueillir à Denée, dans les fissures du marbre noir viséen.

Les conditions dans lesquelles le marbre noir dévonien a pris naissance, dans un espace restreint, vers la fin de l'époque frasnienne, ont dû se répéter, aussi exactement que possible, au début

[1] Cfr. H. de Dorlodot. *Sur les conditions du dépôt des marbres noirs dinantiens et des sapropélites marines en général,* Bull. soc. Belg. de Géol., t. XXV, pp. 146-155.

de la période viséenne. Sans vouloir rechercher en ce moment les causes de cette similitude, il est permis de trouver intéressant de constater une aussi complète identité de caractères, même micrographiques, entre deux formations dont l'âge diffère de tout le laps de temps qui s'est écoulé pendant que se déposaient les Schistes de Franc-Waret, le Condrusien tout entier, l'Assise d'Hastière et l'Assise de Celles.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

PAGES

Statuts 5
Règlement arrêté par le Conseil pour l'encouragement des recherches scientifiques 9
Lettres de S. S. Léon XIII au Président de la Société scientifique de Bruxelles 11
Lettre de S. É. le Card. R. Merry del Val, secrétaire d'État de S. S. le Pape Pie X, au Président de la Société scientifique en réponse à l'adresse au Saint-Père 15
Listes des membres de la Société scientifique de Bruxelles (année 1912) 17
Liste des membres fondateurs 17
— des membres honoraires 18
— Générale. 20
— Géographique 48
— des membre décédés 54
— des membres inscrits dans les sections 55
Membres du Conseil (1910-1911) 62
— — (1911-1912) 63
Bureaux des sections (1911-1912) 64
Sessions de 1911-1912 65
Session du 26 octobre 1911, à Gand 65
Séances des sections : Première section 65
Seconde section 71
Troisième section : séance extraordinaire du 25 octobre 1911 82
séance du 26 oct. 1911. . 82
Quatrième section 93
Sixième section 108

	Pages
Assemblée générale	109
Conférence de M. le Dr Heymans	109
Session du 25 janvier 1912, à Bruxelles	111
Séances des sections : Première section	111
Seconde section	125
Troisième section	134
Quatrième section	139
Cinquième section	146
Sixième section	148
Assemblée générale	154
Conférence de M. Van de Vyver	154
Session des 15 et 16 avril 1912, à Bruxelles	157
Séances des sections : Première section	157
Seconde section	162
Troisième section	180
Quatrième section	199
Sixième section	215
Assemblée générale du 15 avril 1912	216
Rapport du Secrétaire général	216
Conférence du R. P. F. Willaert, S. J.	224
Assemblée générale du 16 avril 1912	
Rapport sur la *Société bibliographique de Paris*, par M. le Bon Charles de Selle de Beauchamp	225
Rapport du Trésorier	228
Résultat des élections : Conseil général	228
Bureaux des sections	229
Conférence de M. le Dr Lebrun	230
Liste des ouvrages offerts à la Société scientifique de Bruxelles du 1er mai 1911 au 1er mai 1912	231

COMMUNICATIONS DIVERSES

Sur la résolution des inéquations du premier degré à plusieurs inconnues, par M. L. Tits	65
Sur le théorème de Bernoulli, par M. P. Mansion	65
Sur un mémoire de Tchebychef, par M. P. Mansion	69
Sur une méthode de Snellius attribuée à tort à Pothenot, par le R. P. H. Bosmans, S. J.	70
Sur le niveau à bulle, par M. E. Goedseels	70
Sur l'emploi des indéfiniment petits d'Archimède dans la première édition de la Mécanique de Simon Stevin (Leyde 1586), par le R. P. H. Bosmans, S. J.	70
Sur les déterminants de classe impaire uniformes, par M. Lecat	71

PAGES

Rapport de M. Verriest sur l'essai de démonstration, par M. Sageret, du *Théorème de Fermat* 71
Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale, par M. Ern. Pasquier 71
Observatoire de la Station de géographie mathématique à l'Université de Gand, par M. Van de Vyver. 71
Appareil pour l'enseignement de la mécanique, par le R. P. Schaffers, S. J. 73
Influence de la Pression sur l'action chimique de l'effluve électrique, par M. de Hemptinne 74
Le tensimètre différentiel, par M. Goubeau 75
Les phénomènes de radioactivité et le système périodique des éléments, par le R. P. Wulf, S. J. 77
Sur la détermination de la valeur absolue du Phénomène de Peltier dans les métaux Antimoine et Bismuth, par le R. P. Mulder, S. J. 77
Un Musée local d'Ethnographie, par M. l'abbé Claerhout. 82
Les Plantes alimentaires des indigènes du Congo belge, par M. De Wildeman. 84
Le gisement houiller de Commentry et sa richesse en Orthoptères Blattidae, par M. F. Meunier. 85
Coup d'œil rétrospectif sur les Diptères du succin de la Baltique, par M. F. Meunier 87
La sécheresse et ses effets en 1911, par M. Proost 87
Le métier à tisser de la tribu des Akela (Congo belge), par M. J. Maes . 89
Une tourbière de plantes marines en Sardaigne, par M. X. Stainier . . 93
Visite des Instituts de Pharmacodynamique et de Thérapie, de Physiologie, de Bactériologie et d'Hygiène rattachés à l'Université de Gand. 93
Sur la philosophie dans ses rapports avec les Sciences biologiques et médicales, par le R. P. L. Boule, S. J. 97
Visite des Chantiers de la nouvelle Station de Gand-St-Pierre 108
Rapport sur le Mémoire de M. Pasquier : *Les variations de la latitude et les déviations de la verticale*, par M. Janne 111
Rapport sur un mémoire de M. l'abbé L. Tits intitulé : *Nouvelle simplification de la méthode la plus approximative et de la méthode de l'approximation minimum*, par M. Ed. Goedseels 114
Rapport sur le mémoire de M. Ed. Goedseels intitulé : *Application de la géométrie analytique aux problèmes de topographie, de géodésie et d'astronomie*, par M. Neuberg. 115
Sur l'octogone gauche de P. Serret (2e note), par M. Neuberg 115
Sur deux nouveaux théorèmes de géométrie réglée, par M. Neuberg . 116
Sur les règles des mises dans les jeux de hasard, par M. Merten . . . 116
Sur la réduction des intégrales elliptiques à la forme normale de Legendre, par M. P. Mansion 116
Sur la formule sommatoire d'Euler et de Maclaurin, par M. P. Mansion. 117
Généralisation des notions de permanent et de déterminant, par M. Lecat. 119

Pages

Quelques applications nouvelles du principe de l'addition des tranches, particulièrement à l'étude des déterminants dont l'uniformité dépend de l'ordre, par M. Lecat 124
Sur la génération par points des courbes planes algébriques, par M. Casteels 125
Sur la détermination de la longueur exacte des fragments d'aiguille introduits dans l'organisme, par M. le Dr Étienne Henrard 125
Observation de la prochaine éclipse du Soleil (17 avril 1912), au collège de la Paix, à Namur, par le R. P. Lucas, S. J. 131
Appareil récepteur de télégraphie sans fil, présenté par M. Vandevyver. 133
Rapports de MM. F. Meunier et H. Lebrun sur un mémoire du P. Navas, S. J. : *Myrméléonides nouveaux ou peu connus*. 134
Considérations sur la nécessité de modifier les programmes d'enseignement des sciences naturelles, par M. le Dr H. Lebrun 134
Communication relative aux Alpes maritimes et aux marnes crétacées de la Vésubie, par M. Proost 134
Sur l'époque solutérienne en Belgique, par l'abbé Claerhout 134
Quelques diptères à nervation des ailes affectée d'anomalie, par M. F. Meunier 134
Quelques diptères observés « in copula », dans l'ambre de la Baltique, par M. F. Meunier 137
Sur l'Électrargol, par M. le Dr F. Daels 139
La symptomatologie du Cancer utérin, par M. le Dr F. Daels 141
Un cas d'Exophtalmie pulsatile, par M. le Dr J. Boine 141
L'Autolyse et l'isolement des ferments protéolytiques, par MM. F. Daels et C. Deleuze 145
Un cas de Malformations Congénitales multiples de la face, par M. le Dr Tits. 145
Un cas de traumatisme oculaire, par le Dr Warlomont 145
La rivalité anglo-russe en Perse, par le R. P. Jean Charles, S. J. . . . 146
Le budget brut ; inconvénients de la manière dont on dresse en Belgique le budget, des moyens de parer à ceux-ci, par M. Éd. Van der Smissen 148
Visite de l'usine centrale des Tramways Bruxellois (Anderlecht) . . . 148
Sur la représentation conforme des polynomes convexes, par M. Carathéodory 157
Sur les recherches de Laplace relatives à la théorie des erreurs, par M. P. Mansion 158
Sur l'avantage du banquier au jeu de baccara dans deux cas particuliers, par M. P. Mansion 158
Rapport sur le mémoire de M. Goedseels intitulé : *Sur le niveau à bulle longitudinal,* par le R. P. F. Willaert, S. J. 160
Rapport sur le mémoire de M. Merten intitulé : *Sur les règles des mises dans les jeux de hasard,* par le R. P. F. Willaert, S. J. 160
Sur la distribution des séries de rouges dans une suite de n épreuves à la roulette, par le R. P. F. Willaert, S. J. 160

	Pages
Extension de la théorie de Laplace due à Herglotz, par M. Janne . . .	162
A propos d'un conflit soulevé en 1911 sur les origines de la Dynamo, par M. Ernest Gerard	163
Potentiel disruptif entre un fil et une sphère, par M. le chan. De Muynck.	168
Sur les anomalies climatiques et phénologiques du dernier hiver, par M. Vanderlinden	174
Paratonnerre à soudure autogène, par M. F. Leconte.	174
Sur l'objet de la Philosophie scientifique et l'opportunité d'en développer les recherches, par M. l'abbé J. Lemaire	176
Rapports sur le mémoire de M. l'abbé Claerhout intitulé : *L'Époque solutérienne en Belgique*, par MM. le B^{on} Gillès de Pélichy et A. Renier.	180
Une opinion nouvelle sur les phénomènes de la caryocinèse, par M. le Prof. Grégoire	180
Sur le marbre noir de Golzinne, par M. le Prof. Kaisin	180
La faune de la station palustre d'Afsné, par M. l'abbé Claerhout . . .	180
La station néolithique de Caster, par M. l'abbé Claerhout	180
Un appareil nouveau pour la projection des figures d'interférence des cristaux, par M. F. Kaisin	183
Sur la formation sur place de la houille, par le R. P. G. Schmitz, S. J. .	187
Les Tamtams du Congo belge, par M. J. Maes	187
L'identité des Sphenopteris Bithynica Zeiller et Mariopteris Laciniata Potonié, par M. A. Renier	187
Aperçu sur les Protoblattinae et les Mylacrinae du houiller de Commentry (France), par M. F. Meunier	187
Les travertins des environs de Durbuy, par M. X. Stainier	192
De la sidération dans les Alpes et de la création en Belgique d'une Commission permanente de spécialistes pour l'étude approfondie des sols, par M. Proost	192
Bibliographie du Bureau d'Ethnographie (Bruxelles), par M. Viane . .	198
Une chaise rapportée du Congo, par M. De Wildeman	198
A propos de tabac au Congo belge, par M. De Wildeman	198
Un cas de kyste dermoïde de l'abdomen terminé par la guérison, par M. le D^{r} Boine	199
De la Syncope, du mécanisme par lequel elle entraîne la mort, des moyens rationnels de la traiter, par le D^{r} D'Halluin.	201
De l'emploi de la digitale et de ses nouvelles préparations, par le D^{r} François	202
La portée pratique des recherches anthropologiques dans les prisons, par M. le D^{r} Vervaeck	207
L'administration des antipyrétiques et des analgésiques, par le D^{r} Dardel (Aix-les-Bains)	207
Carte aéronautique internationale, par M. le B^{on} de Béthune	215
Méthodes modernes d'éclairage électrique par lampes à Arc, par M. Maurice Demanet	215
L'utilisalion industrielle des rayons ultra-violets, par le R. P. C. Gillet, S. J.	216

CONFÉRENCES

	Pages
Sur quelques problèmes importants de la lutte actuelle contre la tuberculose, par M. le Dr Heymans	109
La météorologie et la prévision du temps, par M. Vandevyver	154
L'Éclipse de Soleil du 17 avril 1912, par le R. P. F. Willaert, S. J.	224
Quelques faits de Transformisme expérimental, par M. le Dr H. Lebrun.	230

QUESTIONS DE CONCOURS

Première section	157
Deuxième —	163
Troisième —	182
Sixième —	216

AUTEURS

de Béthune, 215. — Boine, 141, 199. — Bosmans, 70. — Boule, 97. — Carathéodory, 157. — Casteels, 125. — Charles, 146. — Claerhout, 82, 134, 180. — Daels, 139, 145. — Dardel, 207. — Deleuze, 145. — D'Halluin, 201. — Demanet, 215. — De Muynck, 168. — De Wildeman, 84, 198. — François, 202. — Gérard, 163. — Gillet, 216. — Gillès de Pélichy, 180. — Goedseels, 70, 114, 115, 160. — Goubeau, 75. — Grégoire, 180. — de Hemptinne, 74. — Henrard, 125. — Heymans, 109. — Janne, 111, 162. — Kaisin, 180. — Lebrun, 134, 230. — Lecat, 71, 119, 124. — Leconte, 174. — Lemaire, 172. — Lucas, 131. — Maes, 89, 187. — Mansion, 65, 69, 116, 117, 158. — Merten, 116, 160. — Meunier, 85, 87, 134, 137, 187. — Mulder, 77. — Navas, 134. — Neuberg, 115, 116. — Pasquier, 71. — Proost, 87, 134, 192. — Renier, 180. — Schaffers, 73. — Schmitz, 187. — Stainier, 93, 192. — A. Tits, 145. — L. Litz, 65, 114. — Vanderlinden, 174. — Van der Smissen, 148. — Vandevyver, 71, 75, 139, 154. — Verriest, 71. — Vervaeck, 207. — Viane, 198. — Warlomont, 145. — Willaert, 160, 224. — Wulf, 77.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

	Pages
Sur les variations de la latitude et les déviations de la verticale, par M. Ernest Pasquier	1
Les plantes alimentaires des indigènes du Congo belge, par E. De Wildeman	83
Sur les déterminants de classe impaire uniformes, par M. M. Lecat	118
Théorie du niveau à Bulle longitudinal, par M. P. J. E. Goedseels	133
Coup d'œil rétrospectif sur les diptères de la Baltique, par M. F. Meunier	160
Application de la géométrie analytique aux problèmes de topographie, de géodésie et d'astronomie, par M. P. J. E. Goedseels	187
Sur deux nouveaux Théorèmes de géométrie réglée, par M. J. Neuberg	194
Myrméléonides (Ins. neur.) nouveaux ou peu connus, par le R. P. L. Navas, S. J.	203
L'Autolyse et l'Isolement des ferments protéolytiques, par M. le Dr Daels	249
Nouvelle simplification de la méthode la plus approximative et de la méthode de l'approximation minimum, par M. l'abbé L. Tits	256
L'Aurignacien en Belgique, par M. l'abbé Claerhout	264
Contribution à l'Étude des malformations congénitales de la face, par M. le Dr A. Tits	281
Quelques applications nouvelles du principe de l'addition des tranches, particulièrement à l'étude des déterminants dont l'uniformité dépend de l'ordre, par M. M. Lecat	286
Sur le $2n$-gramme de Morgan, par M. L. Casteels	299
Les phénomènes de la métaphase et de l'anaphase dans la caryocinèse somatique, à propos d'une interprétation nouvelle, par M. Victor Grégoire	339
Les travertins des environs de Durbuy, par M. X. Stainier	371
L'Époque solutérienne en Belgique, par M. l'abbé Claerhout	379
Identité de Sphenopteris Bithynica Zeiller et Mariopteris Laciniata Potonié, par M. A. Renier	390
Les Tamtams du Congo belge, par M. le Dr J. Maes	398
Les Règles des mises dans les jeux de hasard, par M. A. Merten	413
Observations sur le marbre noir de Golzinne, par M. F. Kaisin	418

AUTEURS

Casteels, 299. — Claerhout, 264, 379. — Daels, 249. — De Wildeman, 83. — Goedseels, 133, 187. — Grégoire, 339. — Kaisin, 418. — Lecat, 118, 286. — Maes, 398. — Merten, 413. — Meunier, 160. — Navas, 203. — Neuberg, 194. — Pasquier, 1. — Renier, 390. — Stainier, 371. — Tits, A., 281. — Tits, L., 256.

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. I à t. XXXV, 1875 à 1911. Chaque vol. in-8° de 400 à 600 pages fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des vingt-cinq premiers volumes des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE (1875-1901). Un vol. in-8° de 250 pages (1904), en vente au prix de . . . . fr. **3 00**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. Première série, 1877 à 1891. Trente volumes. Seconde série, 1892 à 1901. Vingt volumes. Troisième série, commencée en 1902. Les deux volumes annuels, de 700 pages in-8° chacun . . . . fr. **20 00**

TABLE ANALYTIQUE des cinquante premiers volumes de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES (1877-1901). Un vol. in-8° de XII-168 pages, petit texte (1904), en vente au prix de 5 fr.; pour les abonnés . . fr. **2 00**

Ph. Gilbert. Mémoire sur l'application de la méthode de Lagrange à divers problèmes de mouvement relatif. Deuxième édition (1889). Un vol. in-8° de 150 pages . . . . fr. **7 50**

DISCUSSION SUR LE FŒTICIDE MÉDICAL. Brochure in-8° de 38 pages (1904) . . . . fr. **1 00**

LA CRISE DU LIBRE-ÉCHANGE EN ANGLETERRE. Rapports de MM. G. Blondel, Ch. Dejace, A. Viallate, Emm. de Meester, P. de Laveleye, Éd. Van der Smissen. Brochure in-8° de 121 pages (1905). . fr. **2 00**

LES PORTS ET LEUR FONCTION ÉCONOMIQUE : **T. I.** Introduction, Éd. Van der Smissen. I. La Fonction économique des Ports dans l'Antiquité grecque, H. Francotte. II. Bruges au Moyen âge, G. Eeckhout. III. Barry, H. Laporte. IV. Beira, Ch. Morisseaux. V. Liverpool, P. de Rousiers. VI. Anvers, E. Dubois et M. Theunissen. VII. Les Ports et la vie économique en France et en Allemagne, G. Blondel. Un vol. in-8° de 183 pages, figures et plans. (Épuisé.) **T. II.** VIII. Londres, G. Eeckhout. IX. Délos, A. Roersch. X. Rotterdam, J. Charles. XI. Gênes au Moyen âge, J. Hanquet. XII. Marseille, G. Blondel. Un vol. in-8° de 123 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. III.** XIII. Le Port moderne de Gênes, M. Theunissen. XIV. Ostende. L.-Th. Léger. XV. Jaffa, P. Gendebien. XVI. Lisbonne, Ch. Morisseaux. XVII. Le Havre, G. Blondel. XVIII. Hambourg, P. de Rousiers et J. Charles. XIX. Rio-de-Janeiro, F. Georlette. XX. Han-Kow. A. Vanderstichele. Prix : 3 francs. **T. IV.** XXI. Barcelone et Bilbao, J. Charles. XXII. Buenos-Aires, M. Theunissen. XXIII. Brême, J. Charles. XXIV. New-York, Paul Hagemans. XXV. Le Port de Pouzzoles dans l'Antiquité, d'après un livre récent, Alphonse Roersch. XXVI. Shanghaï, A. A. Fauvel. XXVII. Zeebrugge, J. Nyssens-Hart. Un vol. in-8° de 184 pages, figures et plans. Prix : 3 francs. **T. V.** XXVIII. Rouen, G. Blondel. XXIX. Montréal, M. Dewavrin. XXX. Seattle et Tacoma, M. Rondet-Saint. XXXI. Trieste, Fiume, Venise, M. Dewavrin. XXXII. Venise au moyen âge, C. Terlinden. XXXIII. Les ports du Nord-Est de l'Angleterre, J. Meuwissen. — Conclusions, G. Blondel. — Appendices : L'administration des Ports, J. Charles, S. J.; L'industrie des transports maritimes, H. Mansion. Prix : 3 francs.

SUR QUELQUES POINTS DE MORALE SEXUELLE DANS SES RAPPORTS AVEC LA MÉDECINE. Rapport de M. le Dr X. Francotte. Brochure in-8° de 48 pages (1907) . . . . fr. **0 75**

DE LA DÉPOPULATION PAR L'INFÉCONDITÉ VOULUE. Rapport de M. le Dr Henri Desplats, et discussion. Brochure in-8° de 29 pages (1908) fr. **0 75**

REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES

PUBLIÉE PAR

LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

TROISIÈME SÉRIE

Cette revue de haute vulgarisation, fondée en 1877 par la Société scientifique de Bruxelles, se compose actuellement de deux séries : la **première série** comprend 30 volumes (1877-1891) ; la **deuxième**, 20 volumes (1892-1901). La livraison de janvier 1902 a inauguré la **troisième série**.

La revue paraît en livraisons trimestrielles de 352 pages, à la fin de janvier, d'avril, de juillet et d'octobre. Chaque livraison renferme trois parties principales.

La **première partie** se compose d'**Articles originaux**, où sont traités les sujets les plus variés se rapportant à l'ensemble des sciences mathématiques, physiques, naturelles, sociales, etc.

La **deuxième partie** consiste en une **Bibliographie scientifique**, où l'on trouve un compte rendu détaillé et l'analyse critique des principaux ouvrages scientifiques récemment parus.

La **troisième partie** consiste en une **Revue des Revues et des Publications périodiques**, où des écrivains spéciaux résument ce qui paraît de plus intéressant dans les archives scientifiques et littéraires de notre temps.

Chaque livraison contient ordinairement aussi un ou plusieurs articles de **Variétés**.

CONDITIONS D'ABONNEMENT

Le prix d'abonnement à la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES est de **20 francs** par an. Les membres de la Société scientifique de Bruxelles ont droit à une réduction de **25** °/₀ ; le prix de leur abonnement est donc de **15 francs** par an.

Table analytique des cinquante premiers volumes de la REVUE. Un vol. du format de la REVUE de XII-168 pages. Prix : 5 francs ; pour les abonnés, 2 francs.

Des volumes isolés seront fournis aux nouveaux abonnés à des conditions très avantageuses.

S'adresser pour tout ce qui concerne la **Rédaction** *et l'***Administration** *au secrétariat de la Société scientifique, 11, rue des Récollets, Louvain.*

Une Notice sur la Société scientifique, son but, ses travaux, est envoyée gratuitement à ceux qui en font la demande au secrétariat.

Louvain. — Imp. F. Ceuterick, rue Vital Decoster, 60.